

UNIVERSITE DE NICE-SOPHIA ANTIPOLIS - UFR Sciences
Ecole Doctorale "Sciences Fondamentales et Appliquées"

THESE

pour obtenir le titre de

Docteur en Sciences

de L'UNIVERSITE de Nice-Sophia Antipolis

Discipline : Astrophysique Relativiste

présentée et soutenue par

Sébastien PEIRANI

le 14 décembre 2005

à l'Observatoire de la Côte d'Azur

Aspects dynamiques et physiques de la matière noire

Thèse dirigée par J. A. de Freitas PACHECO

Jury

M. Julien Borgnino	Université de Nice Sophia-Antipolis	Président
M. J.A. de Freitas Pacheco	Observatoire de la Côte d'Azur (Nice)	Directeur de thèse
Mme. Sophie Maurogordato	Observatoire de la Côte d'Azur (Nice)	Examinatrice
M. Stéphane Colombi	Institut d'Astrophysique de Paris	Examineur
M. Rémo Ruffini	Université de Rome "La Sapienza"	Examineur
Mme. Françoise Combes	Observatoire de Paris	Rapporteur
M. Joseph Silk	Université d'Oxford	Rapporteur

A ma famille, mes amis et Zike...

Remerciements

Une thèse représente un investissement personnel considérable et son bon déroulement, ainsi que son achèvement final, sont souvent corrélés à tous les côtés qui ont une importance capitale. C'est donc avec une certaine émotion que je souhaite exprimer toute ma reconnaissance et mon affection aux personnes qui ont participé directement ou pas à l'élaboration de ce manuscrit.

Je tiens tout d'abord à exprimer toute ma gratitude à A. Bijaoui, J. Borgnino, R. Ruffini et à l'Université de Nice-Sophia Antipolis en général pour m'avoir accordé leur confiance en m'acceptant dans le programme de DEA d'Astronomie de Nice puis en m'offrant la possibilité de réaliser un doctorat. A ce sujet, je remercie J. Colin et à nouveau A. Bijaoui pour m'avoir accueilli chaleureusement au sein du département CASSIOPEE de l'Observatoire de la Côte d'Azur.

Je tiens maintenant à remercier comme il se doit l'ensemble du jury de thèse. Merci à J. Borgnino de l'avoir présidé, à F. Combes et J. Silk d'avoir accepté la lourde tâche d'être rapporteurs, enfin à S. Colombi et S. Maurogordato de m'avoir fait l'honneur d'être examinateur lors de la soutenance.

Un projet de thèse reste avant tout un apprentissage du métier de chercheur. Ainsi, tous les contacts et les interactions avec les chercheurs ont été déterminants et extrêmement précieux. A cet égard, je suis très reconnaissant à R. Mohayaee d'avoir co-dirigé une bonne partie de ma thèse. J'ai beaucoup appris en ta présence et je te souhaite une grande carrière scientifique. Je remercie également J. Silk de m'avoir offert l'opportunité de passer quelques mois à l'Université d'Oxford où le cadre de travail est très stimulant. Chaque discussion en sa compagnie fut d'une richesse scientifique remarquable. De même, j'ai été très touché par H. Mathis qui a fait preuve d'une gentillesse et d'une disponibilité à toute épreuve. Enfin, un grand merci à l'ensemble des membres du projet HORIZON (R. Teyssier, S. Colombi, F. Combes, J-M. Alimi, D. Aubert et J. Devriendt entre autres) dont les réunions ont toujours représenté une grande source d'inspiration.

Il convient ensuite de remercier très chaleureusement mes compagnons de bureau avec qui j'ai quasiment fait 3 ans de vie commune. Eric Lagadec, mon Breton préféré, sans qui ces journées n'auraient pas été aussi enviables. Ce fut un réel plaisir que de partager tous ces moments en ta compagnie et je n'oublierai jamais cette solidarité et cette complicité qui nous unissaient. Je te souhaite la grande et longue carrière scientifique que tu mérites et j'espère que nos chemins se croiseront souvent dans le futur. Ensuite Bénédicte, "la chef", qui a su canaliser tout débordement intempestif de notre part. Bonne carrière cinématographique et rappelle-toi, je suis prêt à jouer

n'importe quel rôle dans tes futurs films! Enfin, je remercie Matthieu qui, quand il daignait être là, ma foi, c'était fort sympa!

La thèse, c'est aussi l'occasion de rencontrer des personnes formidables, des personnes qui sont toujours à votre écoute (même pour des blagues d'un niveau suspect, n'est ce pas Eric?), toujours prêtes à vous aider, à vous soutenir et à partager de bons moments. Grâce à eux, il se crée alors un cadre de travail des plus conviviaux où l'on est toujours heureux et motivé de venir travailler. Je me considère très chanceux d'en avoir cotoyé autant :

- P. de Laverny et D. Mékarnia (même si ce dernier s'est beaucoup moqué de l'OGC Nice!) que j'apprécie et estime beaucoup. Des personnes qui gagnent à être connues...
- A. Crida, le thésard Savoyard qui ne croit qu'en la tartiflette. Remarquable finisseur de plats, dont la fameuse tajine du chef qui lui a valu ses plus beaux moments de gloire, il était appelé par notre médecin généraliste commun, le Dr Francis que je salue au passage, "LE Crida". Pourquoi ça me direz-vous? Et bien parce qu'il n'y en a qu'un et que c'est quelqu'un!
- Guilherme Frederico "Professor tudo bem" Maranghello, de prétexte en postdoc à Nice, en réalité afin de s'adonner à ses véritables passions : danseur en string au Mississippi quand ce n'était pas testeur de glaces chez Fennochio! Devenu un véritable monument local, l'identité Niçoise lui a été décernée à titre honorifique.



FIG. 1 – Mon bureau, en gros...

- Alejandra "hola que tal" Recio-Blanco et sa gentillesse infinie et son soutien perpétuel. Elle devrait atteindre bientôt le cap des 1000 publications et mérite d'avoir un poste depuis bien longtemps. !Estupenda!
- J-M. Mercier, alias "Jean-Mimi les doigts de fée", toujours prêt à passer du temps afin de résoudre mes petits soucis quotidiens. Les rires qui s'échappaient de son bureau pour s'échouer dans le notre restent mythiques et inoubliables. Merci pour tout camarade!
- Seb Flament, avec ses rires communicatifs et incessants, reste une des personnes les plus attachantes qu'il m'ait été donnée de rencontrer. Si vous le croisez un jour, demandez-lui de vous raconter l'histoire de la grenouille avec une grande bouche (version anglaise disponible)!!!

- Le chef Khaled, hélas supporter de l'OM, reste une figure emblématique de l'Observatoire que tout le monde apprécie, à part peut-être les personnes aux régimes. Sa grande spécialité était de cuisiner l'aiglon à toutes les sauces...
- D. Schraen, le guide contrepèteriste des temps modernes, autre personnage incontournable des lieux. Un pur régal que d'être en sa compagnie (sauf si vous traversez une forêt!!!).
- F. Durier que j'ai coaché à ses débuts en programmation informatique et qui vole désormais de ses propres ailes. Merci pour toutes ces discussions si passionnées.
- C. Dollet, d'une gentillesse hors norme, toujours prête à se mettre en quatre pour aider. D'ailleurs la mise en pages de ce manuscrit n'aurait pas été si travaillée sans son célèbre "guide de la rédaction de la thèse en latex pour Bretons et Nissarts (nuls)"...
- N. Nardetto, alias "Nico big-bang" (ça en fait des parties d'échecs depuis la Licence!).
- F. Namouni ou l'homme qui écrit des articles de plus de 50 pages tout seul!
- J. Tully, le guide métronome des visites de l'arrière pays niçois.
- D. "ciao bello" Laveder, toujours prêt à m'écouter me plaindre sur mes problèmes informatiques...
- G. Reinisch et ses coups de gueule mémorables.
- A. Morbidelli qui a appris à Aurélien que Jupiter et Saturne, ce n'est pas pareil!
- F. Mignard et ses excellents cours sur la gravitation.
- l'ensemble des chercheurs, J. Gay (le CIA c'est SYMPA pour les SOIRS D'ETE), E. Slezak, C. Benoist, T. Regimbau, T. Guillot, H. Politano, C. Froeschle dont la gentillesse, la disponibilité et la compétence m'ont beaucoup touché.
- les doctorants solidaires auxquels je souhaite une bonne route et bon courage : la "Pacheco's team" (Fabrice, Charline et Steph), Julie, Julien et François (merci à ce dernier qui empêchait Eric de s'endormir lors de ces gracieux déplacements dans les couloirs...), Marina, Jean-Luc, Izan et Sofiane.
- les "anciens" : des incontournables Marc ("on se fait des pâtes ce soir?") et Gilles ("oh peuchère") aux Bellissime Maria-Thérèse et Chiara ou encore à l'incroyable Hervé.
- le personnel informatique : Un grand merci à Jean-Mimi bien entendu mais également à Serge, Pierre, Daniel et Marie-Laure, toujours disponibles, toujours souriants.
- le personnel du restaurant : que dire? peut-être une simple anecdote : après le séjour de 4 mois en Angleterre où j'avais perdu 5 kg, le personnel n'a pas hésité à me proposer des desserts supplémentaires du fait qu'ils me trouvaient un peu "pâle". C'est ça le restaurant de l'Observatoire : une équipe toujours joyeuse composée de Karima, Nora, Michel et du dantesque chef Khaled dont les menus de chaque semaine étaient une véritable "tuerie". A n'en pas douter, le meilleur rapport qualité prix de Nice avec vue imprenable sur la ville. Cependant il fallait être courageux et finir son assiette sans quoi nous étions traités, à juste titre, de "petits joueurs". Merci aussi à l'ancien chef retraité Victor, d'une excellence toute aussi comparable.
- Après la "balade digestive", passons aux personnels des ateliers et du service technique : Merci à Etienne, Gérald, Nicolas (prends bien soin de Dominique), Raphaële, Jean-Jacques ("attention



FIG. 2 – La soutenance (à quelques perspectives près !)

il est en voiture!!!”), Véronique, Hakim, Mohamed, Danièle, Isabelle, Bernadette et Jacques qui ont créé une atmosphère grandiose. Un grand merci aussi à mon éternel ami Nissart Christian !

- Enfin, pour être complet et clore le chapitre OCA, je tiens à remercier tout de même les sangliers de l’Observatoire malgré le fait qu’ils se soient moqués de moi à plusieurs reprises et dont je soupçonne d’avoir délibérément desserré le frein à main de la voiture de service qui a fini contre un arbre lors d’une de mes rondes (oui à mes heures perdues, j’étais aussi le gardien de l’Observatoire). Mais, ô joie ineffable, j’ai finalement eu le dernier mot en étant la première personne à les prendre en photo (si ça, ça vaut pas les félicitations du jury!).

Passons maintenant au monde extérieur à l’Observatoire. Je garde un très bon souvenir des anciens du DEA et de la maîtrise de Physique avec qui j’entretiens toujours de très bons rapports. Seb qui m’a brisé le cœur en soutenant le même jour que moi (t’as pas honte non ?). Laurent (“héeéé hoooo”) dont on ne sait jamais dans quelle équipe il est quand on joue au foot!. Greg qui a un très grand cœur. Lui sa spécialité ce sont les passes en bois!. Mais aussi Luan “Jackie Chan”, Julien, Miss Martinique (Laurence), Denis, Rodney et Eric (en ce temps là, il piquait des roupillons pendant les cours!). Merci à tous, votre amitié et votre soutien m’ont beaucoup aidé. Je vous souhaite à tous une grande carrière à laquelle vous aspirez.

Je remercie aussi tous mes amis pour qui l’Astrophysique reste un mystère (“c’est quoi déjà

cette étoile Seb?"). Bien entendu, mon meilleur ami Claude dont la "théorie de LA corde" est prometteuse! et mon coach Yann qui a toujours beaucoup compté pour moi. Merci également à tout Sclos-de-Contes, incontournable village pittoresque de la célèbre vallée du Paillon : Joël, Monique, Michel, Tom-Tom, Anne, Philou, Eric, Romain, Yann, Yohana, Jean-Alex, Vir, Gaëlle, "La petite vieille" et Vincent ("non, moi je suis de Chartres..."). Sans oublier les amis Normands et en particulier Jacques, Hélène, Julie, David, Emma et Eloïse. Merci pour les cuvées de calva!

Je remercie enfin profondément mes parents qui m'ont toujours soutenu (moralement et financièrement) tout au long de ces années et ce malgré mon sale caractère. Sans eux, je ne serais jamais arrivé aussi loin. Merci également à mon frère que j'aime beaucoup, à Zorro et à ma famille. Une pensée spéciale à ma tata Annette dont l'affection que je lui porte est sans limite. Je lui suis reconnaissant de toutes les valeurs qu'elle m'a inculquées et je suis conscient que je lui dois beaucoup. Merci aussi à toute sa famille que je considère comme la mienne, Henry, Marc, Sonia, Sophie... ainsi que Danièle, nous t'oublierons jamais...

Ce diplôme marque en quelques sortes la fin des études académiques. C'est donc avec une certaine nostalgie que je remercie l'ensemble des enseignants que j'ai eu le plaisir et le privilège de côtoyer durant toutes ces années. Il serait trop long d'en énumérer la liste, mais je tenais, en guise de fin, à rendre hommage à trois personnes dont la personnalité attachante et un talent certain ont marqué mon long apprentissage. Je pense tout d'abord à M. Médioni, formidable professeur de Mathématiques au collège Port-Lympia (Nice, années 1988-1990). Il a su éveiller en moi ce goût prononcé des sciences exactes. Ensuite, je garde un excellent souvenir de M. Talercio, professeur de Physique au lycée Masséna (Nice, années 1993-1994) qui n'a fait que confirmer mon attirance vis à vis de cette matière. Enfin, mon directeur de thèse, J.A. de Freitas Pacheco, avec qui j'ai appris énormément et qui m'a fait partager cette passion de la recherche. Toutes ces heures passées dans votre bureau furent d'une grande richesse et je suis reconnaissant de tout ce que vous m'avez inculqué, la rigueur, la façon d'aborder les problèmes ou encore le fait de toujours raisonner en termes physiques plutôt qu'en termes informatiques. J'ai aussi beaucoup apprécié vos qualités d'humanité, d'intégrité et cette fervente détermination à toujours vouloir aider votre proche entourage.

Merci pour tout. J'espère qu'un jour, je serai digne de toutes ces valeurs que vous m'avez si généreusement et si patiemment transmises.

Table des matières

Introduction	1
1 Rappels théoriques et techniques numériques	5
1.1 Introduction	5
1.2 La matière noire	6
1.2.1 Les témoignages observationnelles	6
1.2.2 Les candidats potentiels	8
1.3 Les modèles d'univers et la formation des galaxies	10
1.3.1 Le modèle standard du Big Bang	10
1.3.2 L'Univers inflationniste	15
1.3.3 L'émergence du modèle Λ CDM	18
1.4 Les simulations numériques	22
1.4.1 Introduction	22
1.4.2 Les conditions initiales	23
1.4.3 Les codes numériques	26
2 Le moment cinétique dans les halos de matière noire	29
2.1 Introduction	29
2.2 Les simulations numériques	31
2.2.1 Les catalogues de halos	32
2.2.2 Précision des codes numériques	34
2.3 L'évolution de la masse des halos	38
2.3.1 Halos individuels	38
2.3.2 Etude statistique	39
2.4 L'évolution du moment cinétique des halos	42
2.4.1 Description dynamique	42
2.4.2 Transfert de moment cinétique orbital versus théorie des marées	44
2.4.3 Evolutions individuelles	46
2.4.4 Evolution statistique	48
2.5 Le paramètre de spin	51
2.5.1 Halos individuels	51

2.5.2	Etude statistique	52
2.5.3	L'évolution de l'énergie	55
2.6	La formation du disque galactique	56
2.6.1	Description d'un modèle simple	56
2.6.2	Confrontation avec les observations	62
3	Relaxation des halos de matière noire	65
3.1	Introduction	65
3.2	Evolution du viriel	67
3.2.1	Définition	67
3.2.2	Halos isolés	69
3.2.3	Echantillons de halos	69
3.3	Evolution de la densité de l'espace de phase	71
3.3.1	Quelques notions	71
3.3.2	Détermination de la densité de l'espace de phase	74
3.3.3	Les relations d'échelle	75
3.3.4	Halos individuels	78
3.3.5	Confrontations aux observations	79
3.4	Effets de mélange au cours de fusions	81
3.4.1	Exemple 1	81
3.4.2	Exemple 2	83
3.4.3	Exemple 3	86
3.4.4	Une ouverture sur GAIA ?	88
4	Effet de l'énergie noire sur la détermination de la masse des groupes de galaxies	91
4.1	Introduction	91
4.2	Le modèle d'effondrement gravitationnel sphérique	93
4.2.1	Description	93
4.2.2	Détermination de la masse des groupes de galaxies	96
4.3	La constante cosmologique dans les équations	97
4.3.1	Une nouvelle estimation de la masse	97
4.3.2	La relation vitesse-distance	100
4.4	Application au Groupe Local	102
4.4.1	L'énigme du flot de Hubble "froid"	102
4.4.2	Estimation de la masse du Groupe Local et de H_0	103
4.5	Application à l'amas de Virgo	105
4.6	Applications à d'autres groupes de galaxies	108

5	Détection indirecte de la matière noire	111
5.1	Introduction	111
5.2	Le modèle supersymétrique	113
5.2.1	Présentation	113
5.2.2	Le neutralino	114
5.2.3	Méthodes de détection	115
5.3	Le flux γ	117
5.3.1	L'expression du flux γ	117
5.3.2	Le taux d'annihilation des neutralinos	118
5.3.3	Paramètres astrophysiques	120
5.4	Résultats numériques - prédictions pour GLAST	124
5.4.1	Le halo galactique	124
5.4.2	M31, M87	126
5.4.3	Les galaxies naines sphéroïdales	128
5.5	Effets de la structure du halo sur le flux γ	131
5.5.1	Effets des sous-structures	131
5.5.2	Effets d'un trou noir supermassif central	134
	Bilan, conclusions et perspectives	137
A	Données utiles pour les simulations	145
B	Acronymes utilisés	149
C	Publications	151
C.1	Dark matter in the Universe	153
C.2	The angular momentum of dark haloes : merger and accretion effects	163
C.3	Indirect search for dark matter : Prospects for GLAST	175
C.4	Indirect search for dark matter	191
C.5	Mass Determination of Groups of Galaxies : Effects of the Cosmological Constant .	199
C.6	Evolution of the phase-space density of dark matter haloes	205
	Bibliographie	211

Introduction

La cosmologie est l'étude de la structure et de l'évolution de l'Univers dans son ensemble. Avant de devenir une discipline à part entière de l'astrophysique moderne, elle a longtemps reflété la conception de la place de l'homme dans l'Univers.

L'immutabilité des cieux et le système géocentrique postulés par les Grecs (les Anciens) allaient en effet perdurer pendant près de deux millénaires sous les impulsions successives de Platon, Aristote et Ptolémée. Ces concepts furent progressivement remis en cause tout d'abord par Copernic qui, probablement suite à la lecture d'Aristarque de Samos, proposa au milieu du XVI^e siècle un modèle héliocentrique dans lequel la Terre n'était plus au centre du monde mais tournait autour du Soleil. Parallèlement, les observations de Tycho Brahé et de Galilée allaient aussi grandement contribuer à l'évolution des idées. Finalement, la description complète du mouvement des planètes par la loi de la gravitation universelle de Newton (1687), expliquant les lois de Kepler, enterra définitivement l'ancien dogme.

Grâce à la loi de la gravitation universelle, une nouvelle branche de l'Astronomie vit le jour : la mécanique céleste qui est l'étude du mouvement des astres sous l'effet de la gravitation. Cependant, son domaine d'application restait très limité puisqu'elle décrivait uniquement la position et le mouvement des corps célestes, sans s'intéresser à leur nature profonde. Ce n'est qu'au XIX^e siècle qu'apparut une nouvelle méthode d'investigation, l'analyse spectrale des objets de l'Univers, qui allait permettre l'étude de leur nature physique et donner naissance à l'astrophysique.

La cosmologie connut un essor spectaculaire au cours du XX^e siècle, amorcée par deux révolutions parallèles : la première, théorique, avec l'avènement de la théorie de la relativité générale (1915) et la deuxième, observationnelle, avec la construction de grands télescopes (2.57 m au Mont Wilson en 1917 et 5 m au Mont Palomar en 1950). La découverte de la fuite des galaxies par Hubble en 1929 et la conception du modèle standard du Big Bang en sont de remarquables illustrations. Elles conduiront à postuler en faveur d'un Univers en expansion au sein duquel la masse visible¹ ne constitue qu'une faible fraction. Le reste serait sous la forme d'une matière "cachée" et inconnue, la matière noire (en anglais *Dark Matter* : DM), comme le suggèrent de nombreux témoignages observationnels indirects.

Durant les deux dernières décennies, une meilleure compréhension des conditions initiales menant à la formation des grandes structures de l'Univers a révolutionné notre approche de la cos-

¹composée essentiellement d'étoiles.

mologie et a permis de tester les modèles théoriques. D'après la théorie inflationnaire, les grandes structures de l'Univers naissent des fluctuations primordiales de densité qui croissent par la suite par instabilités gravitationnelles. De telles prédictions théoriques furent couronnées de succès avec la détection des fluctuations de température fossiles, présentes dans le fond diffus cosmique, notamment par les sondes COBE (1992) et WMAP (2003) avec une précision remarquable.

Ainsi, avec les conditions initiales spécifiées, il est devenu possible de simuler pas à pas la formation des galaxies en suivant la croissance à différentes échelles. De telles simulations jouent désormais un rôle prépondérant puisqu'elles peuvent être considérées comme des expériences capables de tester les théories sur l'origine et l'évolution des galaxies. C'est le cas notamment de la version la plus populaire du modèle de la matière noire froide ("Cold Dark Matter", CDM ci-après) incluant une constante cosmologique, soit Λ CDM (Bahcall et al. 1999). Ce modèle a rencontré un grand nombre de succès, notamment dans la description de la distribution et de l'abondance des galaxies et des amas dans l'Univers, en bon accord avec les observations. Malgré cela, des problèmes persistent aux petites échelles². Nous pouvons mentionner par exemple le grand nombre de satellites dans les halos de DM de type "Voie Lactée" prédits mais non observés, ou encore le profil de densité piqué prédit dans les régions centrales des halos de DM qui est en désaccord avec les courbes de rotation des galaxies spirales observées.

Les principaux objectifs de cette thèse consistent d'une manière générale à améliorer notre compréhension des phénomènes complexes que sont la formation et l'évolution des galaxies. Il s'agira dans un premier temps de tester le modèle Λ CDM à l'aide de simulations numériques qui tiennent compte de la dynamique de la DM ainsi que celle de la matière baryonique. Nous nous limiterons toutefois dans notre étude à la DM. Dans un deuxième temps, on s'intéressera à la nature même de la DM puisque celle-ci affecte inévitablement le comportement dynamique des galaxies.

Nous débuterons notre étude en rappelant, dans le premier chapitre, quelques notions théoriques ainsi que certaines techniques numériques généralement employées. Ceci nous servira de support à la compréhension de certains concepts que l'on rencontrera tout au long de notre travail. Même si nous n'entrerons pas forcément dans les détails³, nous ne manquerons pas de donner des références bibliographiques précises.

Les deux chapitres suivants se focalisent d'une façon générale sur la dynamique de DM au sein des halos de DM. Dans le modèle de formation hiérarchique des galaxies, on suppose que les galaxies se forment lors de l'effondrement du gaz à l'intérieur des halos de DM. On s'attend naturellement à ce que les propriétés dynamiques des galaxies soient proches de celles du halo hôte. C'est le cas notamment du moment cinétique qui représente un facteur clé pour la compréhension de l'origine, de l'évolution et de la morphologie finale des galaxies ; on étudiera en particulier dans le chapitre II, son évolution et les principaux mécanismes parmi lesquels il trouve son origine

²typiquement inférieures à 1 Mpc.

³Un grand nombre d'excellents ouvrages sont dédiés à la description complète de la cosmologie en général. Nous pouvons citer Weinberg 1972 ; Peebles 1993 ; Padmanabhan 1993 ; Peacock 1999.

et notamment le transfert du moment cinétique orbital au cours d'accrétion de matière. Nous développerons aussi un modèle de formation du disque galactique, basé sur la distribution du moment cinétique par unité de masse des halos de DM, afin de compléter nos travaux.

Par une approche similaire, nous nous intéresserons au cours du chapitre III à la relaxation des halos de DM. Les mécanismes et les facteurs qui entrent en jeu, favorisent et mènent ces halos vers un état d'équilibre, sont tout aussi fondamentaux dans la compréhension de l'évolution des galaxies. Une attention toute particulière sera portée à nouveau sur les effets de l'accrétion de matière mais aussi sur l'évolution de la densité de l'espace de phase qui est un bon estimateur de l'entropie des systèmes étudiés.

Le chapitre IV quant à lui concerne la constante cosmologique et plus précisément ses effets sur la détermination de la masse des groupes de galaxies. En effet, la dispersion des vitesses par rapport au le flot de Hubble s'avère être étonnamment faible (30km/s) ce qui offre un cadre idéal pour tester les différents modèles cosmologiques. Nous avons en particulier modifié la relation usuelle liant la vitesse radiale à la distance radiale des galaxies satellites, basée sur le modèle de Lemaître-Tolman, en incluant les effets de la constante cosmologique. L'application à des groupes de galaxies tels que le Groupe Local ou l'amas de Virgo, nous a permis d'estimer à la fois la masse de ces groupes mais aussi la valeur de la constante de Hubble pouvant ainsi confirmer ou infirmer l'ajout d'un tel terme cosmologique.

Enfin, le chapitre V concerne la détection indirecte de la DM. Même si sa nature reste à ce jour inconnue, la DM et la formation des galaxies sont intimement liées. Dans notre étude, nous avons supposé que la DM était constituée de neutralinos qui sont les particules supersymétriques les plus légères. Le neutralino est stable, possède une masse non nulle et ne diffère pas de sa propre anti-particule. Sa détection indirecte devient alors possible en recherchant les produits de son auto-annihilation tels que les rayons- γ . Cette recherche est d'autant plus motivée avec la mise en service prochaine du satellite GLAST (Gamma-ray Large-Area Space Telescope) qui améliorera la sensibilité des méthodes de détection actuelles. D'après le modèle que l'on détaillera sur le calcul du taux d'annihilation à partir d'une source potentielle (le centre galactique, M31, etc...), nous présenterons nos résultats sous forme de contraintes à la fois sur la masse du neutralino et sur la distribution spatiale de la DM.

Enfin, en conclusion, nous résumerons nos principaux résultats et nous présenterons les perspectives à venir.

Chapitre 1

Rappels théoriques et techniques numériques

Sommaire

1.1	Introduction	5
1.2	La matière noire	6
1.3	Les modèles d'univers et la formation des galaxies	10
1.4	Les simulations numériques	22

1.1 Introduction

L'origine des galaxies représente désormais une impressionnante concentration de la recherche cosmologique moderne d'un point de vue théorique, numérique et observationnel. Sa compréhension nécessite l'étude approfondie d'un grand nombre de processus physiques complexes tels que la formation stellaire, la dynamique des galaxies, la physique de l'univers primordial ou encore la nature de la matière noire (ci-après DM pour "Dark Matter" en anglais).

On admet de nos jours, dans les modèles cosmologiques de formation des galaxies, que la composante dominante de la masse de l'Univers se trouve sous la forme de DM. En effet, La masse visible, composée essentiellement d'étoiles, de nuages de gaz et de poussière, constituerait seulement moins de 15% de la masse totale de l'Univers¹. La nature de la DM représente alors l'un des problèmes majeurs non résolus de la physique des particules. Nous avons donc choisi de commencer ce chapitre par présenter cette hypothétique et prédominante DM puisqu'elle joue un rôle clé dans la formation et l'évolution des galaxies. Elle va en particulier gouverner et affecter leurs propriétés dynamiques. Elle occupera une place centrale dans tous les prochains chapitres où différentes études, basées sur sa dynamique et sa nature, ont été réalisées.

¹Nous y reviendrons dans la section suivante où les candidats potentiels à la matière noire seront présentés.

Ensuite nous aborderons différents modèles de formations de galaxies et en particulier le modèle Λ CDM (matière noire froide avec une constante cosmologique) actuellement favorisé, et sur lequel nous avons porté notre attention.

Enfin, nous allons présenter les simulations numériques qui s'avèrent être désormais un outil indispensable pour étudier la formation des structures cosmiques du fait du caractère fortement non-linéaire inhérent à la gravitation.

1.2 La matière noire

1.2.1 Les témoignages observationnelles

Nous allons résumer ici les principaux témoignages observationnels qui ont conduit à postuler en faveur de l'existence de la matière noire.

La DM a été détectée pour la première fois en 1933 par l'astrophysicien Fritz Zwicky. A cette époque, Zwicky étudiait l'amas de *Coma*, situé dans la constellation de la chevelure de *Berenice*, et qui contient des milliers de galaxies de différentes masses. Soumis à sa propre gravité, ce gigantesque système a évolué vers un équilibre dynamique stable au sein duquel la vitesse des galaxies ne dépend que de la force de gravitation qu'elles subissent et donc de la masse totale de l'amas. Par des mesures spectroscopiques, Zwicky a déterminé la masse correspondante à la masse observée. Or, celle-ci s'avère être 100 fois supérieure à ce que laisse supposer la luminosité rayonnée, ce qui suggère la présence d'un halo "invisible" massif. L'énigme de la matière noire était née. Depuis, elle intrigue les astrophysiciens auxquels se sont associés les physiciens des particules. D'autres études sur la dynamique des galaxies ont aussi mis en évidence ce problème comme par exemple l'attraction mutuelle de M31 et de la Voie Lactée que seule la masse visible ne pourrait expliquer ou encore la vitesse de chute excessive du Groupe Local dans l'amas de Virgo (Davis & Peebles 1983).

L'étude de la dynamique des galaxies au sein d'un amas n'est pas le seul indice permettant de soupçonner la présence de DM. La rotation des galaxies spirales peut aussi apporter un témoignage en sa faveur. En effet, les courbes de rotation d'un grand nombre de galaxies spirales sont désormais bien établies. Toutefois, on observe que les vitesses orbitales des objets qui les composent (étoiles, amas globulaires, gaz chaud...) tendent vers une valeur constante à mesure qu'on s'éloigne du centre galactique (voir par exemple Van Albada et al. 1985 ; Ortega & de Freitas Pacheco 1993 ; Sofue & Rubin 2001) comme l'illustre la figure 1.1. Un tel constat est en total désaccord avec les lois Newtoniennes qui prévoient $V_{rot}(r) \propto 1/\sqrt{r}$ pour des grandes distances. Ceci implique que la matière s'étendrait bien plus loin que les limites visibles. Chaque galaxie devrait être entourée d'un halo de matière invisible, dont la masse devrait être plusieurs fois supérieure à celle de la partie visible. Notons que l'analyse des courbes de rotation ne permet pas de trancher cette question et de déduire de manière univoque la distribution de matière totale dans les galaxies. Ceci est essentiellement dû au fait que la courbe de rotation ne contient des informations que dans un

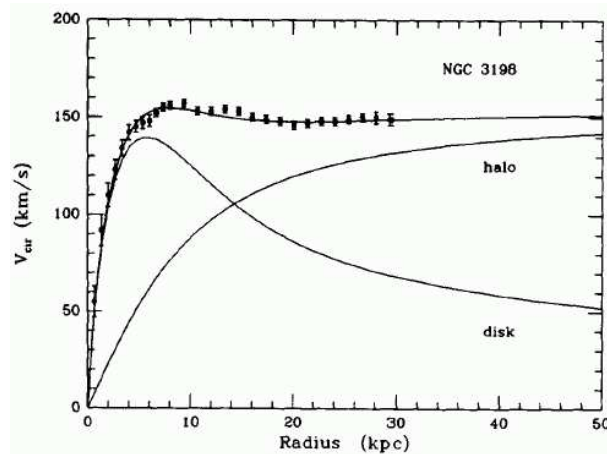


FIG. 1.1 – Courbe de rotation de la galaxie spirale NGC 3198 (Van Albada et al. 1985). La vitesse ne décroît pas à grande distance, indiquant un halo massif autour du disque.

plan (le plan de rotation), ce qui ne permet pas de remonter à la structure tridimensionnelle de la distribution de masse. La prise en compte d’observations d’objets situés hors du disque permet de lever partiellement cette ambiguïté.

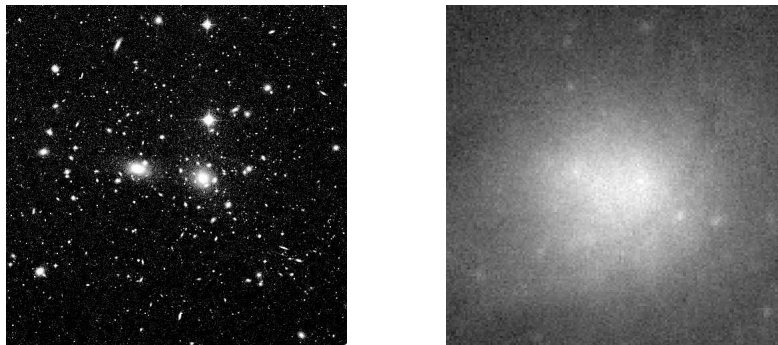


FIG. 1.2 – Images de l’amas de Coma (1 Mpc de côté) en visible (à gauche) et en rayons X (à droite). L’image en visible montre principalement les galaxies, celle en rayons X principalement le gaz chaud.

Aussi, la plupart des amas de galaxies sont rempli de gaz extrêmement chaud (10-100 millions de degrés) et de faible densité ($1000 \text{ particules}/m^3$). Ce gaz, totalement ionisé, est distribué de façon beaucoup plus diffuse et étendue que les galaxies (voir figure 1.2). Si l’on émet l’hypothèse courante que le gaz est en équilibre hydrostatique au sein même de l’amas, on peut en estimer plusieurs propriétés dont la masse. En effet, un tel équilibre stipule que les forces de pression du gaz sont parfaitement équilibrées avec les forces de gravité. La pression du gaz peut être déterminée si l’on connaît sa température ainsi que sa densité (dans le cas des gaz parfaits, souvent adapté dans ce contexte). Or, ces deux grandeurs peuvent être mesurées justement en étudiant le rayonnement thermique émis par ce gaz, qui se trouve principalement dans la gamme des rayons X à ces

températures. Le résultat est que la masse visible (essentiellement le gaz) constitue environ 10 % de la masse totale des amas (Forman, Jones & Tucker 1985 ; Fabbiano 1989).

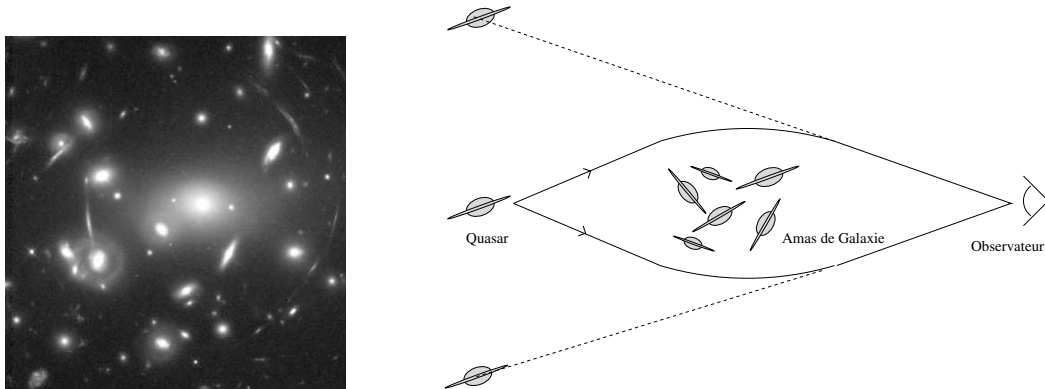


FIG. 1.3 – Image de l’amas galactique Abell 2218 prise par le télescope spatial Hubble (à gauche). Nous pouvons observer plusieurs arcs gravitationnels. Le schéma de droite explique l’existence de tels mirages spatiaux.

Par ailleurs, certains amas de galaxies jouent parfois le rôle de lentille gravitationnelle et provoquent pour des objets plus lointains, des images distordues ou même coupées en plusieurs parties (voir figure 1.3). La masse gravitationnelle de ces lentilles (donc de ces amas), ainsi que sa distribution, peut être sondée à partir d’analyses détaillées des images obtenues. Les résultats de ces analyses sont très proches de ceux que donnent l’étude de l’émission X du gaz chaud : la matière visible (gaz et galaxies) représente, encore une fois, environ 10 % de la masse responsable des effets de lentille (voir par exemple Van Waerbeke 2001).

Enfin, le rayonnement micro-onde de fond cosmologique (CMB pour "Cosmic Microwave Background") est un rayonnement électromagnétique qui baigne l’ensemble de l’Univers. Or, ce rayonnement peut interagir avec la matière qu’il rencontre sur son trajet. En particulier, quand il traverse une zone suffisamment chaude pour que la matière soit présente sous forme de plasma, comme dans le cœur des galaxies, il peut interagir avec les électrons libres. Ceci a un effet observable : le spectre du CMB est modifié. Ceci s’appelle l’effet Sunyaev-Zeldovitch. En observant puis en analysant en détail la distorsion du spectre du CMB, on peut en déduire plusieurs caractéristiques du milieu, en particulier sa densité d’électrons ainsi que sa température. Ces informations sont donc tout à fait complémentaires de celles fournies par l’étude de l’émission X du gaz chaud.

1.2.2 Les candidats potentiels

De manière générale, les astronomes divisent les candidats à la matière noire en deux catégories : la matière noire baryonique et la matière noire non baryonique.

La matière noire baryonique

La DM pourrait être tout d'abord sous la forme de matière ordinaire ou baryonique. En effet, la quantité de matière baryonique prédite par la nucléosynthèse primordiale est supérieure à celle qui est observée. Il devrait donc exister une composante de matière noire baryonique. Ce pourrait être sous la forme d'objets compacts ou **MACHOs** (de l'anglais "MAssive Compact Halo Objects") comme des naines brunes², ou des résidus d'étoiles tels que les naines blanches, les étoiles à neutrons ou encore les trous noirs. Les planètes extrasolaires sont aussi de bons candidats car elles sont très difficiles à détecter. Enfin, un autre candidat baryonique sérieusement envisagé sont les nuages de gaz moléculaire extrêmement froid (Combes et al. 1997). Toutefois, les études indiquent que la contribution de la masse baryonique ne dépasse pas 15% de la masse totale de l'Univers (Tytler, Fan & Burles 1996 confirmé par les données du satellite WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe)).

La matière noire non baryonique

La seconde alternative séduisante par d'autres aspects serait que la DM soit constituée de particules "exotiques" qui n'interagiraient pas ou très faiblement avec la matière ordinaire. Ces candidats sont en général classés en deux grandes catégories : la matière noire "chaude" (Hot Dark Matter : HDM) ou "froide" (Cold Dark Matter : CDM). Il existe aussi un modèle intermédiaire qui est la matière noire "tiède" (Warm Dark Matter : WDM). Cette distinction provient de leur comportement (dû à la masse) lors de la phase du découplage entre la matière et le rayonnement. En effet, toute composante reste en équilibre aussi longtemps que le temps caractéristique des réactions qui la couplent au reste de la matière est inférieur au temps d'expansion. Dans le cas contraire, il y a découplage et le nombre de particules par unité de volume comobile est alors "gelé". Si cela se produit alors que la particule était encore relativiste, l'espèce est dite "chaude". Dans le cas contraire, elle est dite froide.

Parmi les particules issues du modèle standard, la seule particule possédant une densité résiduelle importante est le **neutrino**. Il constitue la particule la plus abondante dans l'Univers, après le photon. Cette particule a été postulée pour la première fois en 1930 par Wolfgang Pauli, avant même la découverte du neutron un an plus tard, et elle fut détectée en 1956 par Frederick Reines et Clyde Cowan. Le neutrino se découple de la matière pendant les tous premiers instants de l'Univers. Il interagit très peu avec les autres particules, ce qui en fait un bon candidat pour la DM. Cependant, les données du satellite WMAP imposent une limite supérieure robuste à leur densité, $\Omega_\nu h^2 < 0.0076$ (Spergel et al. 2003), qui est très en dessous de la quantité de matière gravitationnelle estimée dans l'Univers ($\Omega_m h^2 = 0.13 \pm 0.02$). D'autre part, au moment du découplage avec la matière, les neutrinos sont relativistes. Or, la vitesse de déplacement de ces particules intervient dans l'ordre de formation des grandes structures de l'Univers (voir notamment la figure 1.8). Si l'Univers était dominé par de la matière noire chaude, la très grande vitesse des particules

²étoiles avortées avec une masse $M < 0.8M_\odot$.

la constituant empêcherait la formation des structures aux petites échelles, typiques de la taille des galaxies. Ainsi les superamas se formeraient en premier puis se fragmenteraient pour former les amas et ensuite les galaxies individuelles (scénario "haut-bas"). Or cette théorie ne correspond pas aux observations où tout indique au contraire que les grandes structures cosmiques se sont formées par accrétion/fusion de plus petites entités.

Les **WIMPs** (Weakly Interactive Massive Particles) forment une classe de particules lourdes, interagissant faiblement avec la matière, et constituent d'excellents candidats à la matière sombre non-baryonique. Par exemple, des extensions supersymétrique (SUSY) du modèle standard mènent à de nouveaux candidats tels que les s-neutrinos, les axions, les gravitinos, les photinos et les cryptons (Ellis et al. 1990). Actuellement, un candidat sérieux à la DM froide est le neutralino (χ). Nous reviendrons plus longuement sur cette particule hypothétique et sur la notion de supersymétrie au cours de la section 5.2.

Une autre particule théorique proposée par R.D. Peccei et H.R. Quinn, l'**axion**, qui serait ultra-légère ($1 \mu\text{eV}$), stable et qui interagirait également très peu avec la matière (une particule donc pratiquement indétectable) ferait une autre bonne candidate à la matière noire. Cette particule résoudrait entre autres, les problèmes posés par l'antimatière (pourquoi la matière l'a emporté sur l'antimatière). Différents programmes ont été lancés depuis 1996 pour tenter de détecter des axions, dont le CAST (Cern Solar Axion Telescope) ou CARRACK-II (Yamamoto et al. 2001)

1.3 Les modèles d'univers et la formation des galaxies

1.3.1 Le modèle standard du Big Bang

Un modèle cosmologique est une description mathématique de l'Univers qui cherche à expliquer les raisons de son aspect actuel, et à décrire son évolution au cours du temps. Il doit alors rendre compte des faits observationnels et être capable de faire des prédictions que des observations ultérieures pourront vérifier ou pas.

Tout modèle cosmologique se base sur plusieurs hypothèses. La première repose sur le principe cosmologique : il n'y a aucune raison pour que nous soyons au centre de l'Univers ou dans une région privilégiée de celui-ci. En conséquence de quoi, on admet que l'Univers est à la fois **homogène** (il présente partout les mêmes propriétés à une échelle cosmologique) et **isotrope** (il est le même quelque soit la direction où l'on regarde). La seconde hypothèse que l'on doit faire, c'est que les lois de la physique sont universelles, en tout lieu et en tout temps. Enfin, une hypothèse supplémentaire consiste à dire que le contenu de l'Univers se comporte en général comme un fluide parfait représenté par le tenseur énergie-impulsion dans sa forme la plus simple.

Les modèles actuels sont basés sur la relativité générale (RG) puisque cette théorie est celle qui rend actuellement le mieux compte de la gravitation aux grandes échelles. A partir de sa théorie, Einstein écrit les équations qui régissent un Univers contenant de la matière. Mais étant convaincu que l'Univers devait être statique, il a donc introduit dans ses équations, un terme appelé constante



FIG. 1.4 – Georges Lemaître (à gauche), Alexander Friedmann (au centre) et Albert Einstein (à droite).

cosmologique afin d'obtenir ce résultat. Par la suite, au vu des résultats de Hubble, il reviendra sur cette idée, et admettra que l'Univers puisse effectivement être en expansion.

Dans les années vingt, Lemaître proposa une famille de modèles cosmologiques, nommés aujourd'hui modèles de Friedmann-Lemaître, puisque leurs aspects mathématiques ont aussi été explorés indépendamment par le physicien Alexandre Friedmann. Dans cette vaste famille, on distingue deux classes. La première correspond aux modèles d'univers stationnaires où l'expansion se poursuit pendant une durée infinie et où l'Univers conserve toujours le même aspect. La deuxième classe correspond aux modèles du Big Bang selon lesquels l'expansion se déroule depuis un temps fini. C'est cette dernière classe qui est actuellement privilégiée.

Les modèles du Big Bang constituent aussi une grande famille. Pour différencier les membres, les modèles de Friedmann-Lemaître utilisent deux paramètres qui vont totalement caractériser l'évolution de l'Univers. Le premier est le paramètre de Hubble H_0 qui caractérise le taux d'expansion de l'Univers (observé aujourd'hui). Le deuxième est l'actuelle densité d'énergie-matière Ω_0 en incluant toutes les formes possibles comme nous allons le voir par la suite.

Nous allons maintenant présenter et définir quelques notions théoriques qui seront indispensables à notre étude au cours des chapitres suivants. D'une façon générale, d'après la RG, les équations du champ sont :

$$G_{ij} \equiv R_{ij} - \frac{1}{2}g_{ij}R = \frac{8\pi G}{c^4}(T_{ij} + t_{ij}) \quad (1.1)$$

où G_{ij} est le tenseur d'Einstein, R_{ij} le tenseur de Ricci, R le scalaire de Ricci ($R = g^{ik}R_{ik}$), g_{ij} le tenseur métrique, T_{ij} le tenseur énergie-impulsion, t_{ij} un tenseur pour un champ scalaire décrivant le terme de constante cosmologique Λ (si le terme cinétique décrivant le champ scalaire est négligeable) et G la constante de gravitation. Nous verrons un peu plus loin que Λ peut être interprétée comme la densité d'énergie du vide $\rho_\Lambda c^2 = c^4 \Lambda / 8\pi G$.

Pour décrire un univers homogène, la métrique la plus générale est la métrique de Friedmann-

Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) dont l'expression est :

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dy^j = c^2 dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] \quad (1.2)$$

où ds^2 représente l'invariant différentiel de distance, t le temps, (r, θ, ϕ) les coordonnées sphériques comobiles, $a(t)$ représente le facteur d'échelle de l'univers et k une constante réelle qui décrit la courbure de l'espace. Selon la valeur de k , 3 différentes géométries pour l'univers considéré sont possibles :

- $\underline{k=+1}$: l'Univers est à géométrie sphérique, et l'espace est fini.
- $\underline{k=-1}$: l'Univers est à géométrie hyperbolique, et l'espace est à chaque instant ouvert et infini.
- $\underline{k=0}$: l'Univers est à géométrie parabolique, et l'espace est aussi ouvert et infini, mais il est à chaque instant isométrique à un espace plat Euclidien.

Avant d'aller plus loin, il est nécessaire de définir quelques paramètres physiques tels que le paramètre de Hubble ou encore le "redshift". Pour cela, considérons tout d'abord les coordonnées propres \vec{x} et les coordonnées comobiles \vec{r} . Elles sont reliées par la relation :

$$\vec{x} = a(t)\vec{r} \quad (1.3)$$

Les vitesses physiques associées \vec{v} ont alors pour expression :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\vec{x} + a(t)\frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1.4)$$

Le premier terme de l'équation précédente correspond à l'expansion de l'Univers (flot de Hubble) et le second aux vitesses particulières. Le paramètre de Hubble H_0 est défini comme étant le taux d'expansion de l'Univers au temps présent t_0 :

$$H_0 = \left. \frac{\dot{a}}{a} \right|_{t_0} \quad H_0 = 100 h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \quad (1.5)$$

où h est la "constante" de Hubble, sans dimension, dont la valeur observée avoisine 0.7. Considérons maintenant un observateur situé à l'origine du système de coordonnées, ainsi que l'émission d'un signal lumineux aux coordonnées $\vec{r} = \vec{r}_{em}$ au temps $t = t_{em}$ et à la longueur d'onde λ_{em} . Ce signal est observé à la position $\vec{r} = \vec{r}_{obs}$ au temps $t = t_{obs}$ et à la longueur d'onde λ_{obs} . Sachant que $\lambda_{em}/\lambda_{obs} = a_{em}/a_{obs}$, on définit alors le décalage spectral ou redshift z de l'évènement par :

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}} = \frac{a_{obs}}{a_{em}} - 1 \quad (1.6)$$

On adoptera la convention $a_{obs} = a_0 = 1$: l'indice 0 désigne les quantités physiques mesurées au temp présent soit $t = t_0 = t_{actuel}$.

Revenons maintenant à notre étude. La géométrie d'un univers homogène et isotropique est décrite par le tenseur métrique g_{ij} de la métrique (FLRW). Dans le but d'obtenir une solution sur la dynamique de l'Univers, le tenseur de Ricci doit être calculé à partir des g_{ij} et les équations du champ doivent être résolues pour un tenseur énergie-impulsion reflétant une distribution homogène de matière. Dans le cas d'un fluide parfait, le tenseur énergie-impulsion s'écrit :

$$T_{ij} = (P + \epsilon)u_i u_j - P g_{ij} \quad (1.7)$$

où la densité d'énergie est représentée par ϵ ($\epsilon = \rho c^2$, ρ étant la densité du fluide) et la pression du fluide par P . En insérant alors g_{ij} , R_{ij} et T_{ij} dans les équations (1.1), on peut obtenir les deux équations différentielles suivantes connues sous le nom d'équations de Friedmann :

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\epsilon - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (1.8)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\epsilon + 3P) + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (1.9)$$

Les équations de Friedmann peuvent être vues comme des équivalents du principe de conservation de l'énergie et de la seconde loi de la dynamique en mécanique classique. Afin de les résoudre pour le facteur d'échelle $a(t)$, il est indispensable de spécifier une équation d'état, c'est à dire une relation entre la densité d'énergie et la pression. Par exemple, dans l'univers primordial, la densité d'énergie est dominée par la radiation et les particules relativistes, et de ce fait l'équation d'état est donnée par $P = (1/3)\epsilon$. On peut montrer que dans ce cas précis, $a(t) \propto t^{1/2}$. Au contraire, lorsque la matière domine, $P = 0$ et $a(t) \propto t^{2/3}$. A partir de l'instant où la densité d'énergie de la matière ϵ_m devient supérieure à celle du rayonnement ϵ_r ($z \sim 3000$), la matière va dominer dans l'histoire de l'Univers. Dans cette phase, la densité de radiation est négligeable et par conséquent, la densité totale ρ se décompose en densité de matière noire et en densité des baryons soit $\rho = \rho_{DM} + \rho_{bar}$.

On peut alors définir une densité critique ρ_{crit} :

$$\rho_{crit} = \frac{3H^2}{8\pi G} \quad \rho_{crit}|_{t_0} = 1.9 \times 10^{-29} \text{ h}^2 \text{ g cm}^{-3} \quad (1.10)$$

ainsi que les paramètres cosmologiques suivants :

$$\Omega_m = \frac{\rho}{\rho_{crit}} \quad \Omega_{DM} = \frac{\rho_{dm}}{\rho_{crit}} \quad \Omega_{bar} = \frac{\rho_{bar}}{\rho_{crit}} \quad \Omega_k = -\frac{c^2 k}{3H^2} \quad \Omega_\lambda = \frac{c^2 \Lambda}{3H^2} \quad (1.11)$$

Ω_m représente la densité de matière dans l'univers, composée de matière noire (Ω_{DM}) et de matière baryonique (Ω_{bar}). La densité du vide s'exprime quant à elle par Ω_λ . La densité de matière au sein de l'Univers est le paramètre clé qui va permettre de prévoir l'évolution de celui-ci : s'il est très dense ($\Omega_m > 1$), la gravitation finira par l'emporter sur l'expansion, et il se contractera vers

une singularité. Dans le cas contraire, l'expansion se poursuivra indéfiniment.

Plaçons-nous maintenant à $t = 0$, et divisons l'équation de Friedmann (1.8) par H_0^2 . Il vient :

$$\Omega_0 \equiv \Omega_{m,0} + \Omega_{k,0} + \Omega_{\lambda,0} = 1 \quad (1.12)$$

tandis que la même opération sur l'équation (1.9) mène à :

$$q_0 \equiv -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} \Big|_{t_0} = \frac{1}{2}\Omega_{m,0} - \Omega_{\lambda,0} \quad (1.13)$$

où nous avons introduit le paramètre de décélération q_0 . Par abus de notation, nous considérerons par la suite toutes ces quantités aux temps t_0 soit $\Omega_m = \Omega_{m,0}$, $\Omega_\lambda = \Omega_{\lambda,0}$, etc...

Ainsi, en utilisant les définitions précédentes, un univers (dominé par la matière) peut être complètement spécifié par les paramètres cosmologiques $(H_0, \Omega_m, \Omega_\Lambda)$ ou (H_0, Ω_m, q_0) . Une fois que ces paramètres sont connus, le taux d'expansion peut être déterminé :

$$H(a) = \frac{\dot{a}}{a} = H_0 I(a) \quad (1.14)$$

où

$$I(a) = \sqrt{\Omega_m a^{-3} + (1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda) a^{-2} + \Omega_\Lambda} \quad (1.15)$$

Cette équation est fondamentale puisqu'elle permet d'obtenir la relation entre le redshift et la distance comobile. Ces différentes relations sont aussi utilisées pour déterminer l'âge de l'Univers ou le temps à un instant précis :

$$t(a) = \frac{1}{H_0} \int_a^1 \frac{da}{aI(a)} \quad (1.16)$$

Pour de plus amples précisions sur les équations (1.14), (1.15) et (1.16), on pourra se référer à l'annexe A.

Un des principaux enjeux de la cosmologie observationnelle est donc de déterminer les valeurs numériques des différents paramètres cosmologiques définis précédemment. Un des modèles le plus simple est celui de l'univers d'Einstein-de Sitter. Il définit un modèle d'univers plat avec une constante cosmologique nulle soit $(\Omega_m, \Omega_\Lambda, \Omega_k) = (1, 0, 0)$. Toutefois, dans les années passées, des évidences observationnelles se sont accumulées en faveur d'un univers de densité de matière faible ($\Omega_m \sim 0.3$) avec une constante cosmologique non nulle ($\Omega_m \sim 0.7$). Nous reviendrons sur ce point au cours de ce chapitre.

Le modèle du Big Bang conduit alors à trois prédictions importantes et que l'on peut vérifier expérimentalement. Premièrement, le modèle prédit qu'au cours de l'expansion, les galaxies doivent s'éloigner les unes des autres, avec une vitesse proportionnelle à la distance qui les séparent (voir l'expression (1.4)). En étudiant les décalages vers le rouge systématiques des galaxies lointaines, Edwin Hubble est arrivé exactement à la même conclusion dans les années vingt : l'Univers doit être en expansion (voir figure 1.5). Deuxièmement, le modèle du Big Bang prédit,

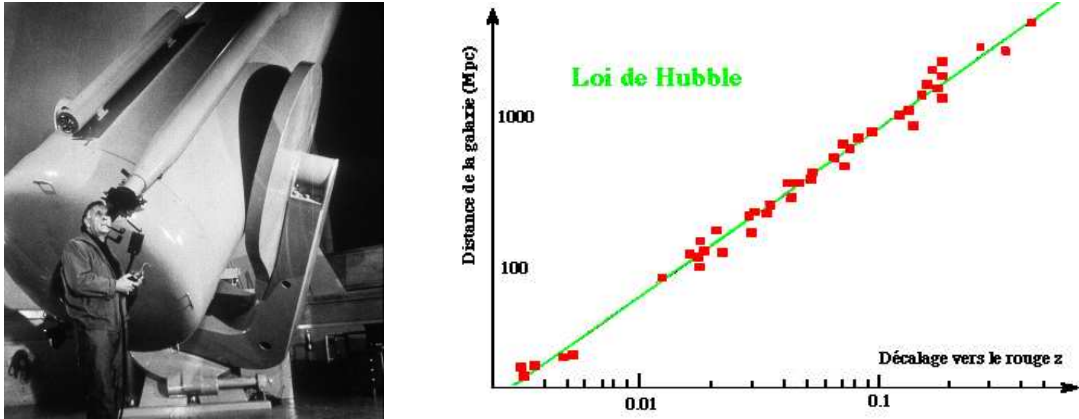


FIG. 1.5 – Edwin Hubble (à gauche) et sa loi prouvant la récession des galaxies (à droite).

notamment par les travaux de George Gamow et collaborateurs concernant la nucléosynthèse primordiale, l'existence d'un rayonnement micro-onde de fond baignant tout l'Univers. Ce rayonnement fossile doit en fait représenter les vestiges des températures extrêmes qui régnaient aux premiers instants de l'Univers. Deux astrophysiciens américains, Robert Dicke et James Peebles s'attaquèrent sérieusement à ce problème et se lancèrent dans la construction d'une antenne destinée à détecter un tel rayonnement pour confirmer cette prédiction. Ils furent cependant devancés par accident par deux ingénieurs américains, Arno Penzias et Robert Wilson. Ces derniers, au moyen d'un radiotélescope installé dans le New Jersey, ont montré que l'espace baigne dans une émission radio isotrope à une fréquence correspondant à une température de trois degrés Kelvin environ. Enfin, le modèle du Big Bang conduit à des prédictions concernant la synthèse des éléments légers à partir des protons et des neutrons primordiaux, au cours de la première minute après le Big Bang, qui sont en bon accord avec les observations. Par exemple, les abondances ${}^4\text{He}$, ${}^2\text{H}$, ${}^3\text{H}$, ${}^7\text{Li}$ sont correctement prédites.

1.3.2 L'Univers inflationniste

Depuis l'observation de la récession des galaxies par Hubble en 1929, l'Univers est supposé être en expansion. De ce fait, en extrapolant vers le passé, on s'attend à ce que la densité de l'Univers, ainsi que sa température, augmentent pour atteindre des valeurs extrêmes à son commencement. Toutefois, une telle extrapolation connaît des limites puisque les conditions dans la période baptisée l'ère de Planck ($< 10^{-43}\text{s}$) sont telles que les trois forces (la force électromagnétique, la force forte et la force faible) devaient être unifiées. Or, à l'heure actuelle, il n'existe malheureusement pas de théorie bien définie d'unification de la gravitation avec les autres forces. Seules quelques théories tentent d'apporter des éléments de réponses comme par exemple la théorie des supercordes, la théorie de supergravité, la théorie la Kaluza-Klein ou encore les possibilités de dimensions supplémentaires de l'espace-temps, etc...

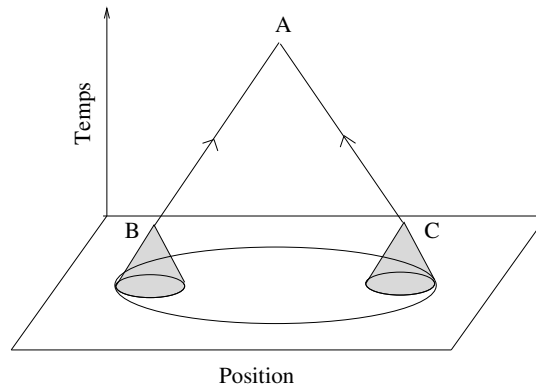


FIG. 1.6 – Le problème de l’Horizon. Ce schéma représente l’espace-temps où un observateur est placé en A. Puisque aucun signal ne peut se propager plus vite que de la lumière, nous ne pouvons recevoir des informations qu’à l’intérieur du grand cône. Le plan horizontal représente le moment où le CMB a été émis. Soient deux rayons qui nous parviennent aujourd’hui depuis des directions opposées et émis en deux points B et C. L’intersection du cône du point B et du cône de point C est vide si bien que les deux points n’exercent aucune influence. A noter que les échelles ici ne sont pas linéaires pour que les rayons fassent un angle de 45° .

Durant les années 80, plusieurs incohérences du modèle standard du Big Bang, plus précisément dans son extrapolation dans l’ère de Planck, ont conduit au développement d’un nouveau modèle cosmologique de l’univers primordial : la théorie de l’inflation. Ce modèle diffère essentiellement du Big Bang durant la période t caractérisée par $t < 10^{-30} s$. Au cours de cette infime fraction de seconde, l’Univers serait passé par une phase d’expansion extraordinairement rapide, pendant un temps très court, au terme duquel son diamètre est devenu au moins 10^{25} fois plus grand. Ce modèle a alors permis de lever plusieurs difficultés que le modèle du Big Bang ne pouvait expliquer.

Le premier problème rencontré réside dans la difficulté à expliquer l’uniformité à grande échelle de l’Univers observé. Dans le modèle standard, l’évolution de l’Univers est si rapide qu’aucun phénomène physique connu ne peut produire une telle uniformité. Cette impossibilité vient du fait que les rayonnements provenant de deux régions différentes ne peuvent être identiques que si ces dernières ont été causalement liées à une certaine époque. En effet, si ces régions avaient toujours été indépendantes, leurs températures n’auraient aucune raison d’être similaires. Il y a donc nécessairement eu à un moment donné un échange d’information qui s’est fait au mieux à la vitesse de la lumière. Or, des photons provenant de deux régions opposées ne peuvent pas échanger des informations comme l’illustre le schéma de la figure 1.6. Il est donc difficile de trouver deux régions aussi causalement indépendantes. Le rayonnement micro-onde de fond illustre parfaitement cette énigme : les observations par les sondes COBE (Cosmic Background Explorer) en 1992 et WMAP en 2003 ont montré que sa température est extrêmement uniforme à travers tout le ciel moyennant des fluctuations infimes de l’ordre du cent millième (voir la figure 1.7).

L’inflation va alors apporter une explication très simple. En effet, avant l’ère inflationnaire, la

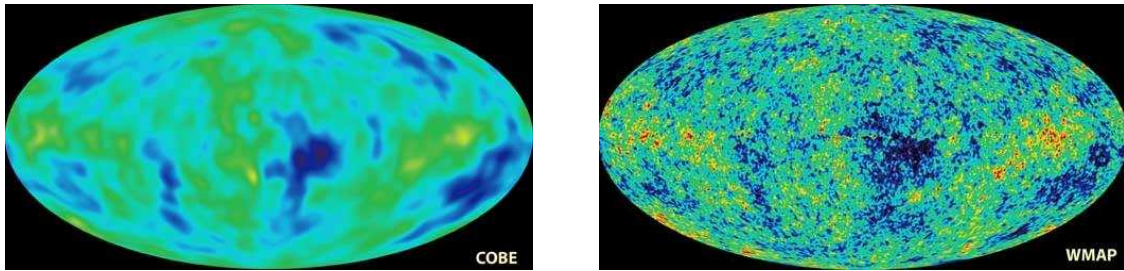


FIG. 1.7 – Le rayonnement fossile vu par le satellite COBE en 1992 (à gauche). La température moyenne du rayonnement est de 2,73 degrés Kelvin. Les zones bleues et rouges sont des fluctuations infimes de cette température dans différentes directions du ciel. Ces fluctuations sont le résultat de faibles variations dans la densité de l'Univers primordial, qui ont plus tard donné naissance aux structures à grande échelle que nous observons aujourd'hui. Le rayonnement fossile a été mesuré avec encore plus de précision par le satellite WMAP en 2003 (à droite). (Crédit : NASA/LAMBDA)

taille de l'Univers était à peu près 10^{50} fois plus petite que maintenant. La portion de l'Univers que nous pouvons observer de nos jours n'occupait alors qu'une région minuscule, infiniment plus petite qu'un noyau atomique. Cette région pouvait être aisément traversée par la lumière, même si elle n'avait que 10^{-30} seconde à sa disposition. En conséquence, toutes les parties de l'Univers observables aujourd'hui étaient causalement liées avant l'inflation. C'est ainsi que l'information sur la température put être échangée. Par la suite, la taille de l'Univers fut démultipliée par l'inflation, avec comme résultat final un rayonnement homogène dans des régions qui nous semblent aujourd'hui indépendantes.

Le deuxième problème majeur résolu par l'inflation est celui de la platitude de l'Univers. La densité de l'Univers est relativement proche de la valeur critique et sa courbure est pratiquement nulle. L'Univers est donc quasiment plat ($\Omega_0 \sim 1$). Or, la densité actuelle de l'Univers est liée à sa densité primordiale de façon très sensible : pour que la densité actuelle soit proche de la valeur critique à 10% près, il fallait qu'à l'âge d'une seconde, l'Univers soit proche de la densité critique avec une précision relative de 10^{-15} . Pour expliquer ceci, la théorie inflationnaire apporta une solution très simple. Puisque la taille de l'Univers a été multipliée par 10^{50} , sa courbure s'est réduite par un facteur du même ordre. Peu importe sa courbure initiale, la valeur actuelle était nécessairement très proche de zéro, et, en conséquence, la densité de l'Univers très proche de la valeur critique. On peut faire ici l'illustration de la Terre qui nous paraît plate depuis sa surface.

Remarquons que l'inflation fait ici une prédiction majeure. Si l'Univers est effectivement passé par une telle phase, il doit être quasiment plat et très proche de la densité critique comme nous venons de le voir. Or, la densité de matière effectivement observée est très loin de cette valeur. L'inflation constitue donc un argument de poids en faveur de l'existence d'une très importante proportion de DM dans l'Univers.

Précisons pour finir que grâce aux résultats de WMAP, nous avons une bonne connaissance de l'ensemble des paramètres fondamentaux :

- $H_0 = 71 \pm 4$ km/s/Mpc
- $\Omega_m h^2 = 0.135 \pm 0.008$
- $\Omega_b h^2 = 0.0224 \pm 0.0009$
- $\Omega_{tot} = 1.02 \pm 0.02$

1.3.3 L'émergence du modèle Λ CDM

On admet désormais que les faibles fluctuations de densité présentes dans le fond diffus (voir la figure 1.7) vont s'amplifier et se développer par instabilité gravitationnelle pour former les grandes structures de l'Univers que l'on observe à présent telles que les amas de galaxies. Ce type de modèle reprend les idées de Jeans sur l'évolution des inhomogénéités d'un milieu gravitationnel statique.

Ces fluctuations de densité qui apparurent pendant l'ère inflationnaire pouvaient en théorie être de deux types différents. Il pouvait d'abord s'agir de fluctuations qualifiées d'isothermes si le rayonnement et la matière étaient complètement indépendants l'un de l'autre. Dans ce cas, la densité de matière pouvait varier sans que la distribution du rayonnement ne soit affectée. Il pouvait également s'agir de fluctuations qualifiées d'adiabatiques si le rayonnement et la matière étaient intimement liés. Dans ce cas, les zones de grande concentration de matière devaient correspondre à des régions de plus forte densité de rayonnement et vice-versa. On peut alors définir une perturbation ou une surdensité δ par :

$$\delta = \frac{\rho - \bar{\rho}}{\bar{\rho}} = \frac{\rho}{\bar{\rho}} - 1 \quad (1.17)$$

où ρ est la densité locale et $\bar{\rho}$ la densité moyenne.

L'étude de la croissance de ces perturbations de densité sous l'effet de leur gravité mutuelle dans un Univers en expansion représente un thème majeur en cosmologie. Aussi longtemps que ces fluctuations sont petites ($\delta \ll 1$), les équations du mouvement peuvent être linéarisées. La **théorie linéaire**³ qui en résulte ainsi que des extensions à des ordres supérieurs sont parmi les meilleures méthodes pour étudier la formation des grandes structures de l'Univers. Cependant, dans le contexte de la formation des galaxies notamment, ces techniques analytiques sont sévèrement limitées à cause du caractère non-linéaire inhérent à la gravité. Pour faire face à ce problème, des solutions analytiques dans ce régime existent néanmoins comme par exemple le modèle d'effondrement gravitationnel sphérique que nous présenterons dans la section 4.2.1 ou encore la théorie de Press-Schechter que nous verrons à la section 2.2.2. Mais ce sont les simulations numériques qui représentent à l'heure actuelle un outil indispensable pour l'étude de la dynamique gravitationnelle dans le régime non linéaire. Nous reviendrons sur ce point à la fin de ce chapitre.

³Pour de plus amples détails sur la description complète de la théorie linéaire, on pourra se référer par exemple au livre de Peacock (Cosmological Physics, 1999).

Pour expliquer la formation des grandes structures de l'Univers à partir des fluctuations primordiales de densité, la matière noire est requise. En effet, outre le fait qu'elle représente la composante dominante de la masse de l'Univers, la présence seule de la matière baryonique ne pourrait expliquer la formation aussi rapide des galaxies et des amas. Au début de ce chapitre, nous avons vu que deux grandes théories s'affrontent sur la question de la nature de la matière noire : la matière noire froide (CDM) et la matière noire chaude (HDM). Celles-ci reposent sur la masse des particules composant la matière noire et par conséquent leur dispersion des vitesses. La théorie CDM fait appel à des particules massives (quelques GeV) de faible dispersion des vitesses tandis que la seconde théorie HDM met en jeu des particules massives de température cinétique élevée.

Dans le cadre de la théorie CDM, les galaxies se forment initialement à partir de petits nuages de gaz, puis se rassemblent pour constituer des amas de galaxies (scénario "bas-haut"). En revanche, dans la théorie HDM, ce sont les grandes structures (amas et superamas de galaxies) qui se forment en premier, puis se fragmentent pour donner les galaxies individuelles (scénario "haut-bas"). Ainsi, le modèle CDM implique la propagation d'instabilités des petites échelles vers les structures à grande échelle, alors que le processus est inverse dans le cadre de la théorie HDM.

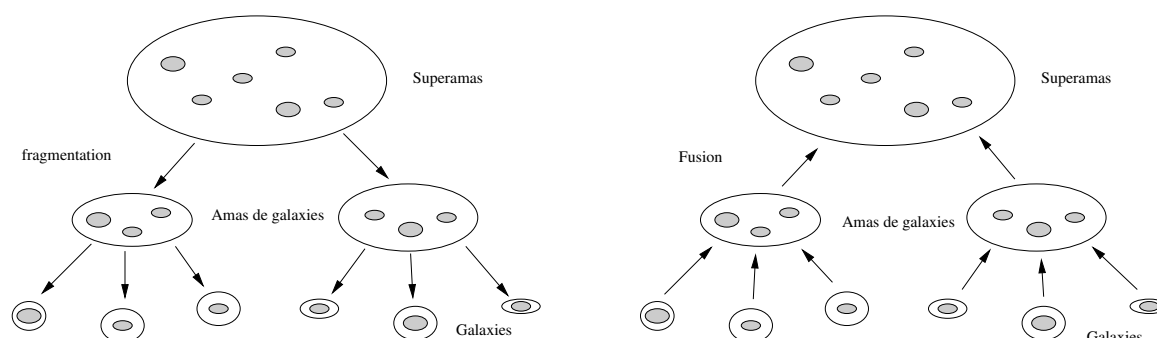


FIG. 1.8 – Le modèle "haut-bas" (à gauche) prévoit que les grandes structures se forment en premier et ensuite les plus petites par le résultat de fragmentations. A l'inverse, le modèle hiérarchique de formation des galaxies "bas-haut" stipule que les plus grandes structures se forment à partir de la fusion des plus petites.

Grâce à l'afflux des données récentes (MAXIMA, BOOMERANG, WMAP...) une grande fraction des modèles de formation des grandes structures a été invalidée. En ce début de XXI^e siècle, le modèle CDM paraît nettement privilégié par rapport au modèle HDM dont les observations actuelles sont en nette contradiction. En outre, la constante cosmologique, après avoir été délaissée pendant presque soixante-dix ans, semble revenir comme associée de choix à la théorie CDM, puisque les observations les plus récentes sont en meilleur accord avec la théorie si la constante cosmologique est non nulle. En effet, en 1998, il a été montré que l'Univers ne ralentissait pas comme on le pensait jusqu'alors, mais était en fait en pleine accélération. Ces conclusions ont été établies par l'observations de supernovæ de type Ia qui sont de véritables chandelles standards

dans l'Univers (Riess et al. 1998 ; Perlmutter et al. 1999). La contribution de la constante cosmologique semble même être plus importante comme le suggère des études récentes (Astier et al. 2005). L'accélération de l'expansion a été interprétée comme la présence d'une force répulsive à grande échelle, capable de surmonter la force gravitationnelle entre les différents constituants de l'Univers. La nature de cette force reste pour l'instant très mystérieuse et on lui a donné le nom générique d'énergie noire Λ .

Le principal succès du scénario hiérarchique consiste essentiellement en la description des structures dans le régime linéaire, soit aux échelles et aux temps où les processus physiques sont relativement simples. Ainsi, les prédictions du cadre Λ CDM sont en excellent accord avec les mesures du spectre de puissance des fluctuations du fond diffus cosmologique. Ceci n'est pas surprenant puisque c'est en partie à partir de ce fond diffus que le cadre a été établi. Par ailleurs, le modèle Λ CDM permet aussi de rendre compte de l'abondance des amas de galaxies dans l'Univers proche, et d'autres propriétés statistiques des structures à grande échelle sont correctement prédites. Par exemple, le spectre de puissance des structures observé correspond, avec un très bon accord, au spectre de puissance prédit par le modèle Λ CDM (Efstathiou & Moody 2001 ; Percival et al. 2001 ; Dodelson et al. 2002). Les prédictions du modèle Λ CDM semblent également compatibles avec les mesures du spectre de puissance obtenues à partir des forêts Ly α (Croft et al. 2002, Viel et al. 2003 ; Viel, Haehnelt & Springel 2004). Mais les prédictions sont aussi bonnes, dans une certaine mesure, aux échelles plus petites. Moyennant quelques hypothèses, les modèles numériques de formation des structures permettent de rendre compte de certaines propriétés des galaxies. En particulier, on reproduit correctement la relation de proportionnalité entre la luminosité d'une galaxie et sa vitesse interne de rotation (relation de Tully-Fisher pour les galaxies spirales) ou sa dispersion de vitesses (relation de Faber-Jackson pour les galaxies elliptiques).

Cependant, le modèle Λ CDM se heurte à plusieurs difficultés qui ont été largement discutées dans la littérature. Nous allons résumer les principales. La première difficulté concerne la distribution spatiale de la DM et plus précisément le profil de densité des halos de DM. Des simulations numériques ont en effet montré que le profil de Navarro-Frenk-White (NFW) ρ_{NFW} est une bonne représentation d'un halo de DM typique d'une masse galactique (Navarro, Frenk & White 1996, 1997) à savoir :

$$\rho_{NFW}(r) = \frac{\rho_*}{(r/r_s)(r/r_s + 1)^2} \quad (1.18)$$

où ρ_* et r_s sont respectivement la densité caractéristique et le rayon caractéristique. Or, la région centrale de ce type de profil semble poser un problème puisque pour $r \ll r_s$, la vitesse de rotation au centre des galaxies devrait croître comme \sqrt{r} . Cependant, les données observationnelles, en particulier celles concernant les galaxies naines et les galaxies à faible brillance de surface (de Blok et al. 2001 ; van den Bosch et al. 2000), montrent plutôt une augmentation linéaire de la vitesse avec le rayon, ce qui correspondrait approximativement à une densité constante. Le modèle Λ CDM qui, dans les simulations prédit un pic central de densité, semble donc en désaccord avec

les observations. Il faut signaler ici que des progrès restent à faire sur le plan observationnel. Si plusieurs études concourent à montrer qu'il y a discordance entre la réalité et les prédictions théoriques (de Blok et al. 2001 ; Kravtsov et al. 1998 ; de Blok et al. 1996 ; McGaugh & de Blok 1998), de récentes études attirent en revanche l'attention sur la résolution limitée des radio-télescopes qui pourrait être à l'origine d'une mauvaise interprétation des données (van den Bosch & Swaters 2001 ; van den Bosch et al. 2000).

Une deuxième difficulté rencontrée par le modèle Λ CDM concerne le nombre de sous-structures présentes dans les halos de DM. En effet, bien que les simulations reproduisent le nombre correct de galaxies dans les amas, elles prévoient par contre une grande abondance de sous-structures de DM dans les halos des galaxies de la taille de la Voie Lactée. En effet, selon le modèle hiérarchique de formation des galaxies, les halos de faible masse se forment les premiers et les halos plus grands se forment par la fusion progressive des plus petits. Dans ce processus, les halos de faible masse ne sont pas tous détruits et une fraction d'entre eux survit comme sous-structure aux grands halos. Si chacune d'elles, caractérisées par une vitesse circulaire $V_{circ} \leq 30 km.s^{-1}$, doit abriter une galaxie naine, alors le nombre prévu est largement supérieur à ce qui est observé localement dans la Voie Lactée ou encore M31 (Moore et al. 1999 ; Klypin et al. 1999).



FIG. 1.9 – Prédiction par les simulations numériques de centaines de petits compagnons autour de chaque galaxie géante (d'après Ben Moore et al. 1999).

Toutefois, ces conclusions reposent sur certaines hypothèses. On suppose d'une part que les moyens de détection des galaxies naines et des galaxies de faible brillance sont suffisamment précis pour obtenir le nombre total correct de ces divers objets. Ensuite, Il n'est pas évident que chaque sous-halo simulé présente les conditions nécessaires à l'effondrement du gaz baryonique. Par exemple, la photoionisation peut, à grand redshift, empêcher la formation des disques des galaxies naines dans les halos de faible masse (Benson et al. 2002).

Enfin, signalons aussi que de récentes cartographies profondes ($z > 1 - 2$) telles que Las Campanas Infrared Survey, HST Deep Field North et Gemini Deep Deep Survey (GDDS) ont révélé un excès des galaxies massives par rapport aux prédictions du modèle hiérarchique (Glazebrook et al. 2004).

1.4 Les simulations numériques

1.4.1 Introduction

L'objectif principal des simulations cosmologiques est de modéliser la formation et l'évolution des différentes structures de l'Univers. Elles possèdent une longue histoire et de nombreuses applications. De nos jours, ces simulations jouent un rôle fondamental en cosmologie puisqu'elles peuvent être considérées comme des "expériences" pour vérifier les théories sur l'origine et l'évolution de notre Univers.

Au cours des sections précédentes, nous avons vu que de faibles fluctuations de la densité primordiale évoluent par la suite sous les effets de la gravité pour engendrer les grande structures que l'on observe de nos jours tels que les amas de galaxies. Pour comprendre comment l'Univers évolue à partir de cette phase initiale, nous devons suivre l'évolution de ces champs de densité en utilisant des méthodes numériques à partir du moment où on rentre dans le régime non-linéaire. L'approche par les simulations cosmologiques se fait alors en deux étapes : premièrement, il faut spécifier les conditions initiales selon le modèle de formation de structures cosmologiques à étudier et deuxièmement, le champ de densité initial (décrit par des particules fictives) doit évoluer de façon temporelle en utilisant des codes à N-corps.

Dans chacun de ces codes, l'évolution est simulée en suivant la trajectoire des particules sous l'effet de leur gravité mutuelle. Ces particules doivent alors couvrir le champ de densité de matière de façon la plus précise possible. Pour cela, nous avons à notre disposition deux contraintes observationnelles. La première réside dans les conditions initiales connues grâce au CMB et la deuxième dans l'observation des galaxies, des filaments, des régions de vide, etc... Les simulations essaient donc de relier les observations de l'Univers primordial (contenu dans le rayonnement fossile) et l'Univers tel que nous le connaissons aujourd'hui.

On trouve les premières applications de la méthode à N-corps en astrophysique dans les simulations d'amas d'étoiles qui utilisaient à l'époque qu'une poignée de particules (Aarseth 1970). Durant les années 70, de nombreuses simulations sur les amas de galaxies ont été réalisées en se basant sur la méthode PP (Particule-Particule) (Peebles 1970) et dès 1981, les premières simulations cosmologiques parvenant à dépasser les 20000 particules devinrent possibles (Efstathiou et al. 1981).

Jusqu'à présent, les méthodes numériques se sont développées, affinées et améliorées de façon continue permettant d'utiliser toujours plus de particules pour résoudre les structures de plus en plus petites. Aujourd'hui, il est aisé de lancer des simulations utilisant plusieurs millions de

particules sur quelques jours et ce sur des super-calculateurs ou même sur un simple "cluster" de PC. Certaines simulations arrivent à résoudre les orbites des satellites à l'intérieur des halos de matière noire. Citons pour finir la simulation *millennium*, la plus grande simulation jamais lancée par le consortium virgo qui utilise $2160^3 \simeq 1.0078 \times 10^{10}$ particules dans une boîte cubique de $500h^{-1}$ Mpc de côté (Springel 2005).

1.4.2 Les conditions initiales

Dans les simulations numériques de formation de galaxies, les conditions initiales consistent à spécifier à la fois le fond cosmologique (selon le modèle) et les perturbations imposées sur ce fond. Le modèle de fond cosmologique correspond généralement à un univers plat ou ouvert, décrit par la métrique FLRW avec une composition spécifique de matière noire, de matière baryonique ainsi qu'une possible constante cosmologique. Seuls deux paramètres suffisent pour décrire un tel modèle : H_0 et Ω_m . En ce qui concerne les perturbations initiales du fond, elles sont créées à partir de théories basées sur l'inflation ou à partir de défauts topologiques (Vilenkin & Shellard 1994). L'inflation prédit des fluctuations gaussiennes alors que les théories basées sur les défauts topologiques prévoient des fluctuations non-gaussiennes.

La procédure standard pour générer ce type de conditions initiales est séparée en deux parties. La première consiste à créer une distribution "uniforme" de particules qui peut représenter l'Univers "non perturbé". Pour cela, plusieurs méthodes existent. La plus intuitive consiste à utiliser une grille cubique régulière de particules avec des conditions aux limites périodiques. Cependant, cette technique introduit une longueur particulière (la taille des cellules de la grille) qui a la fâcheuse tendance à se répercuter dans la puissance à petites échelles. Le choix des axes de la grille introduit quant à lui des directions privilégiées et ce à toutes les échelles. Pour faire face à ces problèmes, une autre approche consiste à placer les particules à l'aide d'une distribution de Poisson à la place d'une grille régulière. Mais le bruit blanc associé au processus de Poisson dominerait la croissance des fluctuations aux petites échelles qui sont de l'ordre de la séparation moyenne des particules. Pour éviter ceci et éliminer un tel bruit, on part d'une distribution de Poisson puis on laisse évoluer les particules avec une force de gravitation répulsive. Après une durée suffisante, la force de gravité agissant sur chaque particule devient presque nulle, celles-ci se stabilisent alors en une distribution d'apparence vitreuse, isotropique et ne comportant aucune direction privilégiée.

Une fois l'Univers non perturbé établi, la seconde étape dans la construction des conditions initiales est d'imposer les fluctuations de densité avec les caractéristiques requises. Là aussi, plusieurs méthodes existent. Néanmoins, l'approche la plus commune est d'utiliser l'approximation de Zeldovich (Doroshkevich et al. 1980; Efstathiou et al. 1985) pour déplacer des particules de masses égales à partir d'une position Lagrangienne \vec{q} vers une position Eulérienne \vec{x} :

$$\vec{x} = \vec{q} + D(t)\vec{\phi}(\vec{q}) \quad (1.19)$$

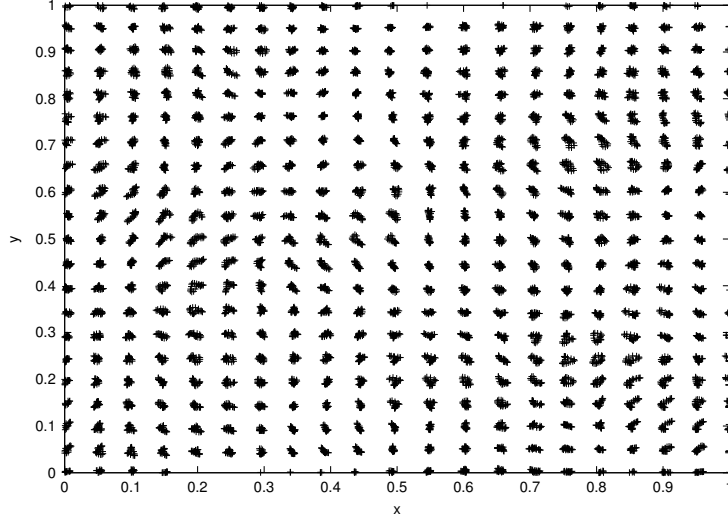


FIG. 1.10 – Un exemple de conditions initiales créées à partir du code COSMIC (Bertschinger 1995). 32^3 particules sont utilisées dans une boîte de $50h^{-1}$ Mpc de côté ($z = 0$). Les positions des particules ont ici été normalisées.

où $D(t)$ décrit le mode croissant des fluctuations linéaires et $\vec{\phi}(\vec{q})$ le "champ de déplacement". \vec{q} désigne donc les coordonnées lagrangiennes des particules non perturbées. En dérivant à présent par rapport au temps, l'équation (1.19) devient :

$$\vec{v} = a \frac{dD}{dt} \vec{\phi} = aH(a)f(\Omega)D\vec{\phi} \quad (1.20)$$

où f représente la dérivée logarithmique de ϕ par rapport à a , soit :

$$f = d \ln(D) / d \ln(a) \approx \Omega^{0.6} = \left[\frac{\Omega_0}{a + \Omega_0(1 - a) + \Omega_\lambda(a^3 - a)} \right]^{0.6} \quad (1.21)$$

Le champ de déplacement $\vec{\phi}$ peut être déterminé en résolvant l'équation de continuité linéarisée :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\phi} = -\frac{\delta}{D(t)} \quad (1.22)$$

où $\delta(\vec{x}, t) = [\rho(\vec{x}, t) - \bar{\rho}] / \bar{\rho}$ représente la fluctuation de densité.

Une approche alternative consiste à ne pas perturber les déplacements mais à astreindre une masse variable aux particules proportionnelle à $(1+\delta)$. La vitesse pour le mode linéaire croissant est alors proportionnelle au champ de gravité à savoir $\vec{v} = -(H(a)f(\Omega)/a\pi G\bar{\rho})\vec{g}$ (Waren et al. 1992).

Enfin, le dernier ingrédient nécessaire est le spectre de puissance de la matière $P(k)$, qui est

relié au carré de l'amplitude moyen de la transformée de Fourier des fluctuations de densité :

$$P(k) = \langle |\delta_k|^2 \rangle \quad (1.23)$$

où δ_D est le symbole de Kronecker et le symbole $\langle \rangle$ représente la moyenne.

Avec la définition (1.23), la variance de la densité mesurée avec une fonction fenêtre $W(kR)$ lorsque par exemple la moyenne se fait sur une sphère de rayon R (voir par exemple l'équation 21.52 de Peebles 1993), est :

$$\sigma^2 = \int d^3k P(k) W^2(kR) \quad (1.24)$$

Dans des modèles Gaussiens, la post-recombinaison du champ de densité est une convolution linéaire du champ de fluctuations primordial avec une fonction de transfert. Le spectre de puissance utilisé pour initialiser les simulations prend alors la forme suivante :

$$P(k, t_i) = Ak^n |T(k, t_i)|^2 \quad (1.25)$$

La fonction de transfert est normalisée de façon à ce que $T(0) = 1$. Si $n = 1$, les fluctuations de courbure ont une amplitude constante à toutes les échelles (Harrison 1970 ; Zeldovich 1972). Par contre, pour des modèles CDM, $k^2 T(k)$ s'approche d'une constante aux petites échelles (Bardeen et al. 1986).

En ce qui concerne l'amplitude du spectre de puissance primordial A , elle n'est pas explicitée par l'inflation ou un quelconque modèle. Cette normalisation est le plus souvent relié à σ_8 qui est la racine carrée de la densité moyenne dans des sphères de $8 h^{-1} Mpc$ à $z = 0$ situées aléatoirement dans l'espace.

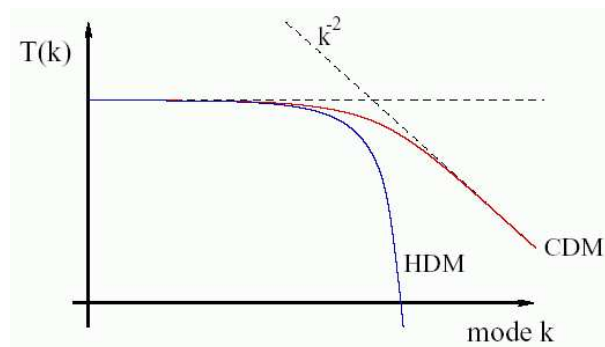


FIG. 1.11 – Les fonctions de transfert pour le modèle CDM et HDM.

1.4.3 Les codes numériques

Codes à N corps directs (*PP*)

Les codes de type N corps directs, ou particule-particule (*PP*), calculent l'interaction gravitationnelle entre chacune des N particules en sommant les interactions à deux corps. Par son gradient, le potentiel permet d'obtenir l'accélération subie par chaque particule. Pour éviter que cette accélération n'atteignent des valeurs trop élevées lorsque deux particules se trouvent très proches l'une de l'autre, ce code utilise un potentiel adouci. L'expression du potentiel Φ à la position \vec{r}_i de la i-ème particule a ainsi pour expression :

$$\Phi(\vec{r}_i) = - \sum_{j=1; j \neq i}^N \frac{Gm_j}{\sqrt{(\vec{r}_i - \vec{r}_j)^2 + \varepsilon^2}} \quad (1.26)$$

où ε est le paramètre d'adoucissement du potentiel. Le calcul de toutes les accélérations s'effectue en un nombre d'opérations proportionnel à N^2 à chaque pas de temps, si celui-ci est identique pour toutes les particules. Ce temps de calcul représente le principal inconvénient des codes à N corps direct, mais ils permettent d'effectuer des simulations d'une grande précision, la seule approximation introduite étant due à ε .

Codes particules-grille (*PM*) et P^3M

Une autre façon d'obtenir les forces de chaque particule est d'intégrer numériquement l'équation de Poisson. Pour ce faire, des codes particules-grille, ou *PM* pour l'anglais "particle-mesh" (Hockney & Eastwood 1981 ; Klypin & Shandarin 1983) se différencient des codes particule-particule en divisant l'espace à l'aide d'une grille et en calculant les interactions entre les différentes cellules de cette grille plutôt qu'entre les différentes particules constituant le système. Il n'est donc plus nécessaire de calculer la distance séparant chaque particule, ce qui représente un avantage en terme de calcul. La grille est généralement régulière et cubique et contient L^3 cellules de côté a dont chacune est identifiée par les indices (i, j, k) . Les forces sont alors calculées en utilisant la procédure suivante :

1. La masse de chaque particule est assignée au noeud de la grille le plus proche pour obtenir la densité $\rho_{i,j,k}$ de chaque cellule. On se rapporte alors à un champ de densité.
2. L'équation de Poisson est résolue sur la grille : $\nabla^2 \Phi_{i,j,k} = 4\pi G \rho_{i,j,k}$
3. Le champ des forces est calculé en différenciant : $F_{i,j,k} = -\nabla \Phi_{i,j,k}$
4. Les forces sont interpolées sur la grille $F_{i,j,k}$ pour obtenir les forces de chaque particule.

L'étape 2 est la plus couteuse en terme de temps. En effet, on peut montrer que le potentiel $\Phi_{i,j,k}$ exercé sur la cellule (i, j, k) est égal à :

$$\Phi_{i,j,k} = \sum_{i'=1}^L \sum_{j'=1}^L \sum_{k'=1}^L D(i, j, k, i', j', k') M(i', j', k') \quad (1.27)$$

où

$$D(i, j, k, i', j', k') = -\frac{G}{a[(i - i')^2 + (j - j')^2 + (k - k')^2 + \varepsilon^2/a]}$$

et $M(i', j', k')$ est la masse contenue dans la cellule d'indice (i, j, k) . La fonction D joue ici le rôle de fonction de Green et ne doit être évaluée qu'une fois au début de la simulation.

En fait, l'équation 1.27 est une convolution discrète. Ainsi, il est possible de remplacer cette convolution par un produit dans l'espace de Fourier soit $\tilde{\Phi} \propto \tilde{D}\tilde{M}$. L'approche la plus utilisée pour résoudre l'équation de Poisson sur une grille est alors l'utilisation de la transformation de Fourier rapide (*FFT* pour l'anglais "Fast-Fourier-Transform"). Celle-ci permet de effectuer la transformation de Fourier discrète de N points en $N \log N$ opérations. Il est donc possible d'obtenir le potentiel exercé sur chaque grille en $L^3 \log L$ opérations à chaque pas de temps, ce qui représente un gain conséquent si on compare ce nombre aux L^6 opérations nécessaires si l'espace de Fourier n'est pas utilisé. A ce temps de calcul, il convient d'ajouter le temps nécessaire à l'obtention de M .

Cette méthode possède cependant un sérieux inconvénient. Elle offre une résolution spatiale limitée. En effet, le potentiel 1.27 n'est une bonne approximation que si la densité de masse dans les cellules voisines est à peu près constante. Dans le cas contraire, les contrastes de densité présents dans chaque cellule ne sont pas pris en compte dans le calcul du potentiel, et le potentiel 1.27 ne représente plus une approximation acceptable. Cette méthode ne semble donc pas adaptée au système présentant de fortes inhomogénéités puisque le nombre de cellules est limité.

Des évolutions de la méthode *PM* sont apparues par la suite avec l'introduction des méthodes *P³M* (Hockney & Eastwood 1981 ; Efstathiou et al. 1985) et *AP³M* à maillage adaptatif (Couchman 1991) qui permettent de résoudre le problème. Les codes *P³M* sont des hybrides de codes *PM* et Particule-Particule. Ils calculent le potentiel à l'aide d'une grille sur les grandes échelles et à l'aide des interactions particule-particule sur les petites échelles, c'est à dire les cellules voisines. L'inconvénient des codes *P³M* réside dans le temps de calcul parfois prohibitif de l'interaction sur les petites échelles, lorsque le système comporte une forte surdensité de matière. Les grilles adaptatives permettent quant à elles de diviser les cellules contenant beaucoup de particules, et donc de réduire le coup de calcul de la partie particule-particule d'un code *P³M*. Parmi les codes existants, nous pouvons citer le code HYDRA (Couchman, Thomas & Pearce 1995) que nous avons utilisé dans notre travail.

Les codes en arbres

La plupart des méthodes de type arborescence, sont basées sur des algorithmes hiérarchiques (Barnes & Hut 1986 ; Jernigan & Porter 1989). L'idée est de remédier au problème du coût en N^2 de la méthode PP en utilisant un arbre qui décrit la distribution de la matière. Pour cela, une cellule cubique contenant toutes les particules est tout d'abord créée. Celle-ci est ensuite divisée en huit sous-cellules de même taille. Le processus est répété de façon récursive jusqu'à ce que chaque cellule élémentaire ne contienne qu'une seule particule. Cette méthode est schématisée sur

la figure (1.12).

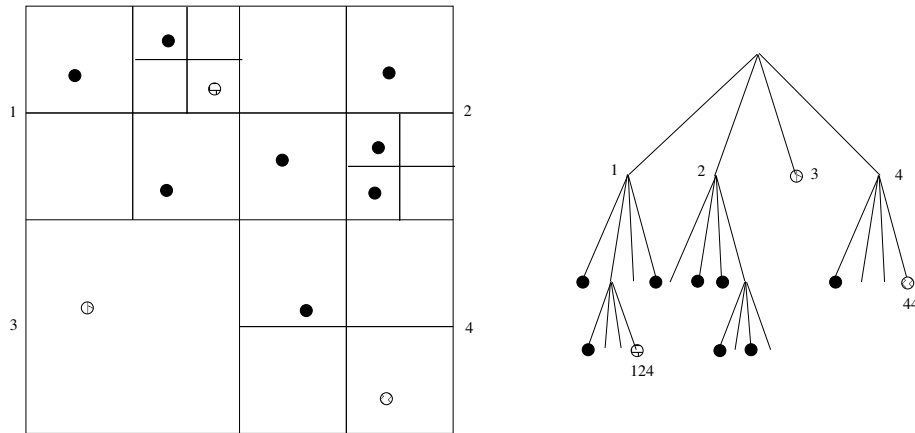


FIG. 1.12 – Schémas de la construction d'un "arbre" en deux dimensions. Chaque cellule est divisée en quatre sous-cellules jusqu'à que chaque cellule élémentaire contienne une seule particule.

Lors du calcul du potentiel en un point de l'espace, il suffit de calculer la distance séparant chaque cellule du point considéré, puis de comparer le rapport $\gamma = \text{taille de la cellule}/\text{distance}$ de chaque cellule avec un critère d'acceptation Θ défini au préalable, en commençant par la première cellule. Si $\gamma < \Theta$, alors le contenu de la cellule est ramenée à une masse ponctuelle (égale à la somme des masses des particules contenues dans la cellule), située au centre de masse de la cellule. En revanche, si $\gamma > \Theta$ alors l'approximation n'est pas acceptée et le contenu de la cellule doit être examinée plus en détail, c'est à dire que l'on répète l'opération aux sous-cellules. Cette technique permet de réduire considérablement le coût en opérations puisqu'on passe de $O(N^2)$ à $O(N \log(N))$, où N est le nombre total de particules et pour une valeur standard $\Theta \simeq 0.7$. Si $\Theta = 0$, on retombe à une méthode PP.

Chapitre 2

Le moment cinétique dans les halos de matière noire

Sommaire

2.1	Introduction	29
2.2	Les simulations numériques	31
2.3	L'évolution de la masse des halos	38
2.4	L'évolution du moment cinétique des halos	42
2.5	Le paramètre de spin	51
2.6	La formation du disque galactique	56

2.1 Introduction

Dans un Univers dominé par la matière noire (DM), les galaxies se forment lorsque le gaz (matière baryonique) tombe dans le puit de potentiel gravitationnel créé par les halos de DM. On s'attend alors à ce que la plupart des propriétés physiques des galaxies soient proches de celles du halo hôte. C'est le cas notamment du moment cinétique dont l'origine représente un facteur clef dans la compréhension de la formation et de l'évolution des galaxies. Il intervient aussi dans leur morphologie finale.

Afin d'expliquer son origine dans les galaxies, la théorie des marées (TM) prévoit que le moment cinétique d'une galaxie peut résulter des forces d'interactions gravitationnelles de son proche voisinage (Hoyle 1949 ; Peebles 1969 ; Doroshkevich 1970 ; White 1984). En effet, d'après le modèle d'effondrement gravitationnel sphérique sur lequel nous reviendrons plus en détail dans la section 4.2.1, une proto-galaxie va rencontrer plusieurs phases au cours de son évolution. Tout d'abord, elle subit une phase d'expansion pendant laquelle, l'acquisition du moment cinétique par effets de marée peut être formulée dans le cadre de la théorie des perturbations Lagrangiennes

(White 1984; Catelan & Theuns 1996a,b). Nous verrons au cours de la section 2.4.1 qu'au premier ordre de cette théorie, en utilisant l'approximation de Zeldovich, ce moment cinétique croît linéairement avec le temps. Ensuite, après s'être détachée de l'expansion de l'Univers, cette même proto-galaxie commence à s'effondrer sur elle-même, la gravité l'emportant. Cet instant précis s'appelle communément le temps du "turnaround". Il est fondamental dans ce schéma, puisqu'il définit le moment cinétique maximal acquis par les forces de marée. En effet, une fois le temps du "turnaround" atteint, le moment cinétique devient beaucoup moins sensible aux effets de marée car la séparation avec le voisinage devient importante (Peebles 1969).

Cependant, la TM propose une description très simplifiée au problème complexe de l'évolution du moment cinétique dans les halos de DM. En effet, les véritables progéniteurs de ces halos ne sont pas isolés dans l'espace, comme l'assume la TM, mais se développent sans cesse dû à l'accrétion continue de matière et aux fusions avec d'autres objets. Dans ce régime non linéaire qui s'installe, il n'existe malheureusement pas encore de théorie capable d'expliquer l'évolution du moment cinétique en tenant en compte de l'historique précis de l'accrétion de matière. De ce fait, la plupart des études dépendent des simulations numériques ou des modèles semi-analytiques.

Dans ce chapitre, nous avons considéré que les modèles basés sur la TM ne proposaient pas de description convenable de l'évolution du moment cinétique des halos de DM dans le régime non-linéaire. Nous avons étudié une approche alternative dans laquelle ces halos ont acquis la plupart de leur moment cinétique par transfert de moment cinétique orbital au cours d'épisodes de fusions importantes ou d'accrétion continue de matière (Maller, Dekel & Somerville 2002; Vitvitska et al. 2002). Afin de caractériser cette évolution, dans notre simulation présentée dans la section suivante, nous avons identifié des halos que nous avons classés en deux catégories bien distinctes : d'une part ceux qui ont connu une ou plusieurs fusions importantes au cours de leur existence et d'autre part, ceux qui se sont développés sous une accrétion de matière plus régulière et moins "violente". En particulier, des études statistiques sur l'évolution du moment cinétique et du paramètre de spin des halos seront présentées respectivement dans les section 2.4 et 2.5. Bien que des travaux considérables ont déjà été réalisés à ce sujet, la plupart des questions sur l'évolution du moment cinétique dans le régime non linéaire restent en suspens.

Pour finir, nous avons aussi étudié la formation du disque galactique. De précédentes simulations cosmologiques à N-corps couplées à l'aspect hydrodynamique (SPH pour "Smooth Particle hydrodynamic") pour tenir compte de la composante gazeuse, ont révélé que les moment cinétiques des disques étaient d'un ordre de grandeur plus faible que ceux observés, laissant alors se profiler un double problème. Premièrement, dans ce type de simulations, les baryons perdent une fraction importante de leur moment cinétique, en conséquence de quoi les disques formés sont trop petits. Deuxièmement, les distributions du moment cinétique révèlent une trop grande proportion de valeurs faibles. Si la distribution du moment cinétique par unité de masse est conservée, ce qui est généralement admis pour la formation du disque galactique, alors le disque résultant montre une masse centrale très concentrée, ce qui est gênant pour expliquer le profil exponentiel de masse des spirales (Navarro, Frenk & White 1995; Navarro & Steinmetz 1997, 2000; van den

Bosch 2001; van den Bosch, Burkert & Swaters 2001). Nous analyserons ici un modèle simple d'effondrement pour former le proto-disque baryonique. Nous verrons entre-autres comment les paramètres du halo, en particulier la distribution du moment cinétique intrinsèque, affectent les propriétés du disque (distribution de masse, paramètre de spin...) et comment le moment cinétique acquis durant la phase de croissance du halo influence l'évolution de ce disque galactique.

2.2 Les simulations numériques

La simulation numérique analysée dans ce chapitre a été réalisée au sein de l'Observatoire de la Côte d'Azur. Nous avons utilisé le code publique HYDRA (Couchman, Thomas & Pearce 1995) qui est un code à maillage adaptatif AP^3M (voir section 1.4.3). Cette simulation a été lancée selon le modèle Λ CDM et les paramètres numériques adoptés respectent les valeurs des paramètres cosmologiques actuellement admises : le paramètre de Hubble est $h = 0.65$, la densité de matière $\Omega_m = 0.3$, la densité d'énergie du vide $\Omega_\Lambda = 0.7$ et la normalisation du spectre de puissance $\sigma_8 = 0.9$. La simulation a été réalisée dans une boîte cubique periodique de côté $30h^{-1}$ Mpc (à $z = 0$) contenant 256^3 particules de DM. La simulation débute à $z = 50$ pour se finir au temp présent soit à $z = 0$.

La taille de la boîte et le nombre de particule ont été choisis de façon à ce que la masse d'une particule soit suffisante pour nous permettre de couvrir un large éventail d'objets. En effet, à $z = 0$, la densité de matière Ω_m à l'intérieur d'un volume fini V de masse M est selon (1.11) définie par :

$$\Omega_m = \frac{M}{V \rho_{crit}} \quad (2.1)$$

Puisque chaque particule de la simulation possède toute la même masse m_p , la masse totale à l'intérieur du volume V est donc $M = Nm_p$, où N est le nombre total de particules utilisées. Quant au volume V , il s'écrit simplement $V = (L/h)^3$. Ainsi, en utilisant l'expression de la densité critique (1.10) et en rappelant que $H_0 = 100 h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, on obtient :

$$m_p = \frac{3\Omega_m H_0^2 L^3}{8\pi G N h^3} \quad (2.2)$$

L'application numérique donne : $m_p = 2.05 \times 10^8 M_\odot$. Ainsi, un objet de quelques dizaines de particules dans notre simulation possède une masse de l'ordre de $10^9 M_\odot$ qui est typique des halos des galaxies naines. De plus, la taille de notre boîte est suffisamment grande pour considérer un échantillon conséquent de galaxies avec quelques grands amas. Pour finir, précisons que la taille de la boîte ainsi que le nombre de particules choisis nous paraît être un bon compromis. En effet, augmenter la dimension de la boîte reviendrait à perdre l'information sur les galaxies naines, même si le temps de calcul devient moins important. A l'inverse, diminuer la boîte permet de gagner en résolution sur la masse des particules. Seulement deux problèmes majeurs se posent. Le premier concerne le temps de calcul qui augmente considérablement puisque les structures

deviennent de plus en plus fines et doivent être résolues. Le deuxième est un problème d'ordre physique. En baissant trop la taille de la boîte, l'environnement des galaxies s'en trouve modifié ce qui peut tronquer leur comportement et leur évolution. A cela s'ajoute aussi le fait que certains modes du spectre de puissance ne sont pas pris en compte dans l'implémentation des conditions initiales ce qui peut affecter la distribution des halos de masse faible (Gelb & Bertschinger 1994a,b ; Kauffmann & Melott 1992 ; Barkana & Loeb 2004).

2.2.1 Les catalogues de halos

Pour chaque sortie de la simulation (représentant les positions et les vitesses de chaque particule), nous avons construit un catalogue de halos. Pour ce faire, il existe différentes techniques pour identifier les structures à un redshift donné. En ce qui nous concerne, nous avons utilisé l'algorithme du "friends-of-friends" (FOF) (Davis et al. 1985). Cette technique est une méthode de percolation très simple. Tout d'abord, une particule est choisie de façon aléatoire. Ensuite si d'autres particules voisines sont situées à une distance inférieure à une distance caractéristique ("linking length") alors elles font parties du même groupe. La procédure est répétée avec ces nouvelles particules membres jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de particule satisfaisant ce critère de sélection. Dans la littérature, la distance de liaison est prise entre 10 et 20% de la distance inter-particule moyenne. Nous prendrons dans notre étude la valeur de 15%. Toutefois, seules les structures avec au moins 50 particules ont été retenues dans les différents catalogues, correspondant à un halo de masse $10^9 M_{\odot}$. D'autre part, les halos dont la masse excède $10^{13} M_{\odot}$ (49000 particules) sont exclus de notre étude car ils possèdent beaucoup trop de sous-structures et sont plutôt représentatifs de groupes ou d'amas de galaxies. En guise d'illustration, la figure 2.1 montre le resultat que l'on obtient par cette technique en se focalisant sur une partie de la boîte.

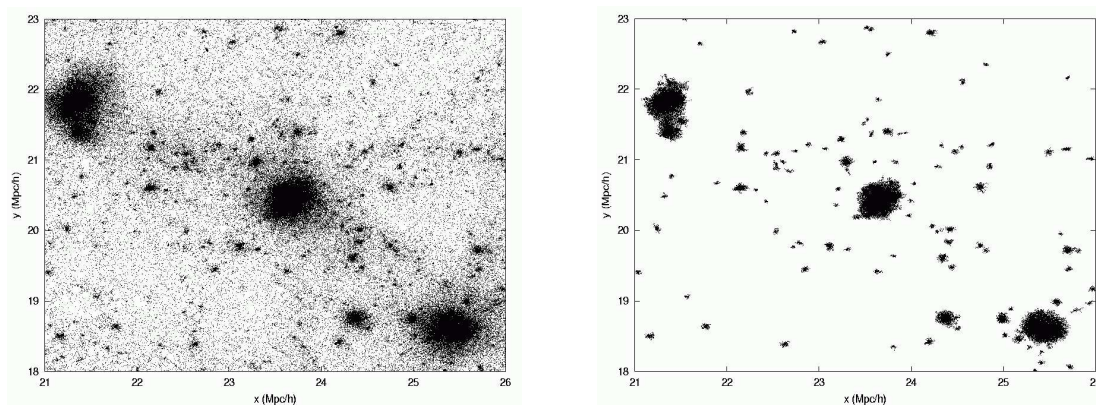


FIG. 2.1 – Un exemple d'identification des halos par la technique du "friends-of-friends". La figure de gauche montre la distribution des particules dans une partie de la boîte tandis que les halos sélectionnés sont représentés sur la figure de droite.

Bien que l'algorithme FOF soit très simple, il n'identifie pas pour autant les structures phy-

siques. Pour résoudre ce problème, une fois qu'une structure est identifiée, l'énergie totale de chaque particule est calculée par rapport au centre de masse. Cette énergie se compose en un terme d'énergie cinétique et d'un terme d'énergie potentielle dont les expressions sont rappelées en (2.7) et (2.8). Les particules qui possèdent une énergie positive sont alors écartées. La procédure est ensuite répétée par rapport au nouveau centre de masse jusqu'à ce qu'aucune particule non liée gravitationnellement soit trouvée. Nous obtenons ainsi des catalogues de halos physiquement liés. Notons au passage que cette méthode de sélection des halos diffère d'une autre approche souvent employée dans la littérature et qui consiste au préalable à identifier des zones de surdensité puis à définir des sphères autour des particules les plus liées de chaque surdensité. Le rayon de viriel de chaque sphère est alors défini de façon à ce que le rapport entre la densité locale et la densité moyenne soit de l'ordre de 180 (voir la section 4.2.1). Or, comme nous le verrons dans le prochain chapitre, la plupart des halos ne sont pas relaxés et possèdent un rapport du viriel¹ $2T/|W|$ autour de 1.4 - 1.8, à $z \sim 3$. Ils atteignent en fait leur équilibre à un redshift proche de zéro et qui dépend fortement de l'histoire du processus d'accrétion de matière rencontré.

La figure 2.2 montre l'évolution de nombre de halos identifiés par notre procédure en fonction du temps et du redshift. La rapide croissance de la courbe aux grands redshifts suggère une époque riche en formation de halos et le maximum se situe aux alentours de $z = 1.5$. Ensuite, le nombre de halos répertoriés diminue en grande partie à cause des nombreuses fusions qui s'opèrent entre les différents objets.

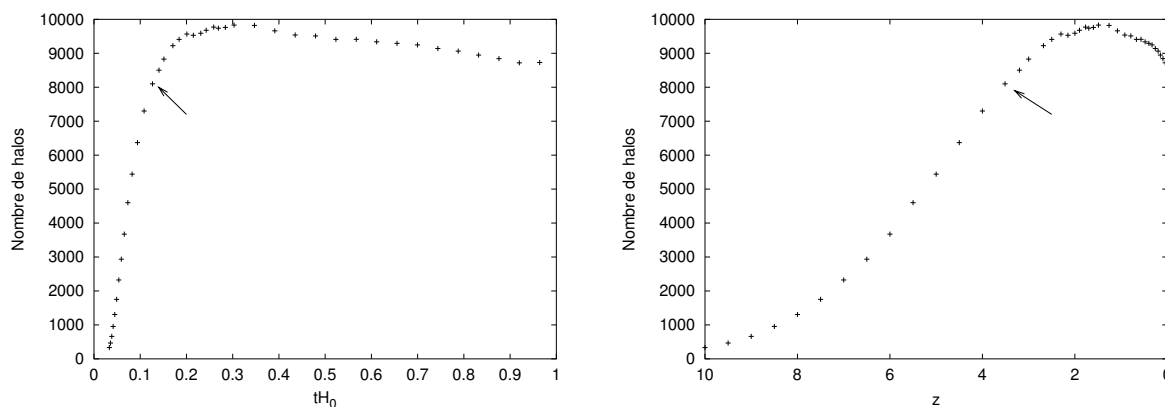


FIG. 2.2 – Le nombre de halos identifiés par notre procédure en fonction du temps (à gauche) et du redshift (à droite). Sur les deux graphiques, la flèche indique l'instant où l'on commence notre étude statistique sur l'évolution des halos ($z=3.5$).

Afin d'étudier les effets de l'accrétion et des fusions sur l'évolution du moment cinétique des halos, nous avons construit deux types d'échantillons. A $z = 0$, nous avons identifié 8728 halos dont 780 se sont développés uniquement par accrétion de matière à partir de $z = 3.5$. Ceci signifie que ces halos n'ont capturé aucun objet dont la masse était plus grande qu'un tiers de leur propre masse. De tels halos sont généralement situés dans les filaments et évoluent par un processus

¹Le théorème du viriel sera démontré dans la section 3.2.

rapport de masse	$0 \leq z \leq 3.5$		$0 \leq z \leq 10.0$	
	accrétion	fusion	accrétion	fusion
1/3	780	561	5	36
1/6	607	734		

Tableau 1.1 : Récapitulatif du nombre de halos de chaque catalogue (accrétion ou fusion) suivant le rapport de masse ainsi que du redshift de départ de notre étude.

continu d'accrétion de matière ou de petites structures. La matière accrétée provient alors de différentes directions et pas seulement de l'axe principal, puisque les dimensions des filaments sont plus grandes que la dimension typique des halos. Nous avons ensuite sélectionné 561 halos qui ont subi une ou plusieurs fusions importantes au cours de leur histoire, correspondant alors à une augmentation de plus d'un tiers de leur propre masse au cours de l'évènement. Bien que cette limite, généralement adoptée dans la littérature, soit plutôt arbitraire, nous avons aussi examiné comment nos résultats sont modifiés si nous diminuons la valeur de notre critère de rapport de masse à 1/6. Dans ce cas-là, notre catalogue de halos relatif à l'accrétion se réduit à 607 unités tandis que notre échantillon relatif aux fusions augmente à 734 objets. Précisons aussi, que pour des études individuelles de halos, nous avons pu suivre entre $z = 10$ et $z = 0$, 5 halos qui se sont développés uniquement sous des processus d'accrétion modérés tandis que 36 objets ont connus au moins une fusion importante au cours de leur histoire. Le tableau 1.1 résume les données en question.

Pour finir, il est important de préciser que la construction de tels catalogues a pu être réalisée grâce à l'algorithme suivant : puisque chaque particule de la simulation peut être identifiée, il est alors possible d'obtenir la composition de tous les halos à un instant donné. Si plus de 70% des particules d'un halo spécifique se retrouvent dans un halo au pas de temps suivant, alors nous concluons qu'il s'agit du même objet. Ceci permet donc de tracer l'évolution du progéniteur le plus massif. Nous avons alors choisi de suivre les halos à partir de $z = 3.5$ afin de suivre un maximum de halos (pour améliorer la statistique) dans une période de temps relativement longue (voir la figure 2.2).

2.2.2 Précision des codes numériques

Avant d'exploiter les données obtenues dans notre simulation, il est impératif d'estimer la précision de celle-ci ainsi que celle de certains de nos codes numériques que nous allons utiliser pour déterminer certaines grandeurs physiques telle que le moment cinétique des halos de DM.

Théorie de Press-Schechter

Une première façon de savoir si les résultats de notre simulation pourront être considérés comme fiables consiste à comparer à un redshift donné, le nombre de halos obtenus par la simulation avec le nombre théorique prédit par la théorie de Press-Schechter (1974, ci après PS). En

effet, l'hypothèse principale de l'analyse PS est que, même si le champ de densité est non-linéaire à un instant t_{fin} , l'amplitude des modes de grandes longueurs d'onde sera proche de celui prédit à partir de la théorie linéaire. L'idée est donc de partir d'un champ primordial (défini par un spectre de puissance CDM par exemple) caractérisé par la densité δ_{ini} ($|\delta_{ini}| \ll 1$). Il est ensuite linéairement extrapolé à t_{fin} , puis convolué avec une série de filtres de forme fixée et de rayons croissants R . La fraction de masse qui réside dans les objets de taille supérieure ou égale à R à t_{fin} est déterminé par la fraction des points de $\delta_{fin}(\vec{x}, R)$ telle que $\delta_{fin}(\vec{x}, R) > \delta_{crit,fin}$, où $\delta_{crit,fin}$ représente la surdensité linéaire critique d'effondrement à l'instant t_{fin} (voir la section 4.2.1 pour déterminer sa valeur). Si l'on connaît la probabilité $p(\delta_{fin}(\vec{x}, R) > \delta_{crit,fin})$, alors la procédure PS permet de construire la fonction de masse $f(M)$. En notant $f(M)dM$ la densité comobile des objets t_{fin} , de masse comprise entre M et $M + dM$, et $\sigma_{fin}(M)$ l'écart-type du champ de densité linéairement évolué et filtré sur l'échelle M , la formule PS s'écrit :

$$f(M) = \frac{\bar{\rho}}{M^2} \left| \frac{d \ln \sigma(M)}{d \ln M} \right| \sqrt{\frac{2}{\pi}} \nu \exp\left(-\frac{\nu^2}{2}\right) \quad (2.3)$$

où $\nu = \delta_{crit,fin}/\sigma_{fin}(M)$ et $\bar{\rho}$ la densité comobile totale.

Sur la figure 2.3, nous avons comparé les nombres de halos que nous avons obtenus avec les nombres prédits par la théorie de Press-Schechter. Nous constatons que nos résultats sont en bon accord avec les résultats théoriques ce qui nous permet d'avoir confiance sur la simulation et sur les critères de sélection des halos.

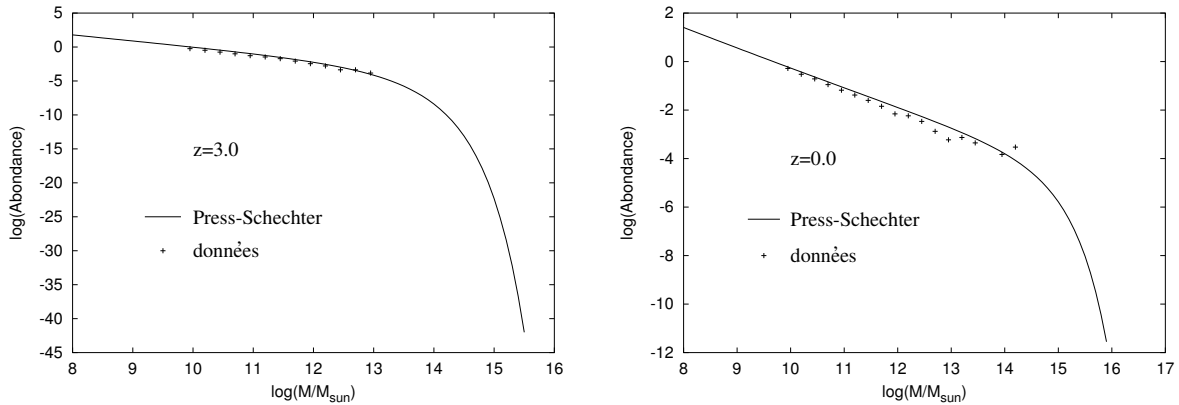


FIG. 2.3 – Comparaison du nombre de halos prédit par la théorie de Press-Schechter et le nombre de halos identifiés dans notre simulation à $z = 3.0$ (figure de gauche) et $z = 0.0$ (figure de droite). En ordonnées, les abondances sont en nombre de halos par $(Mpc/h)^3$ et par intervalle de masse.

Les conditions initiales

Un autre point délicat à mentionner concerne les conditions initiales. En effet, notre objectif dans ce chapitre est d'étudier l'évolution du moment angulaire dans les halos de DM. Il faut donc

nous assurer que les conditions initiales de notre simulation ont été créées de façon convenable et n'introduisent pas de moment cinétique initial particulier. Dans le cas contraire, ceci aurait une incidence dramatique sur l'interprétation de nos résultats. Une bonne façon de se rassurer consiste à utiliser la relation d'échelle entre le moment cinétique J et la masse m des halos. En effet, le moment cinétique J varie selon $J \sim mrv$. Le rayon r est lui relié à la masse par $m \sim r^3$. En ce qui concerne maintenant la vitesse v , elle peut se décomposer en en vitesse radiale v_r et vitesse tangentielle v_t à savoir $v^2 = v_r^2 + v_t^2$. Or, $v_t^2 \sim m/r \sim m^{2/3}$. Il en résulte que :

$$J \sim m^{5/3} \quad (2.4)$$

Afin d'exploiter ce résultat, nous avons lancé deux simulations de faible résolution. La première considère les mêmes paramètres que la simulation décrite dans la section précédente à la seule différence près que le nombre de particules utilisé est diminué à 128^3 . La deuxième s'apparente à la première mais on impose des vitesses nulles à chaque particule dans les conditions initiales. On s'assure ainsi que le moment cinétique total initial est nul. A $z = 0$, les meilleurs ajustements à nos données indiquent que $J \sim m^{1.64}$ et $J \sim m^{1.62}$ respectivement pour la première et deuxième simulation. Nous avons représenté sur la figure 2.4 le résultat de la première simulation.

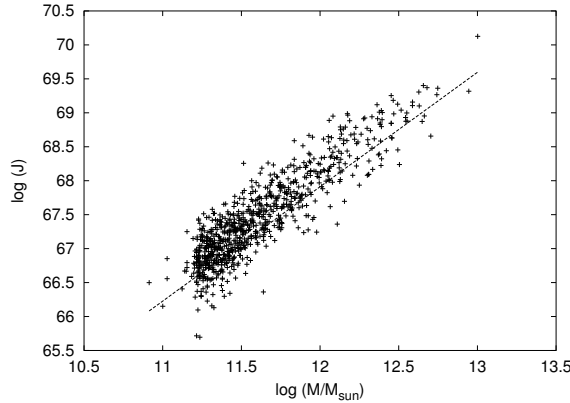


FIG. 2.4 – Variations du moment cinétique avec la masse des halos. La droite correspond à notre meilleur ajustement. Le moment cinétique est en $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$.

D'après ce qui précède, les conditions initiales ne semblent pas introduire de moment cinétique indésirable appréciable.

Précision de nos codes numériques

Enfin, nous allons utiliser différents programmes numériques afin de calculer certaines grandeurs physiques relatives aux halos de DM telles que le moment angulaire, les énergies cinétiques et potentielles totales, etc... Nous devons donc, au préalable, estimer ces différents outils numériques. Le problème vient du fait que chaque halo se caractérise par un nombre discret de

particules. Plus un halo contient un nombre important de particules et plus l'estimation de ces paramètres physiques sera précise.

Nous avons donc créé des halos artificiels contenant un nombre variable de particules. Pour représenter de tels halos, nous avons considéré des sphères homogènes même si ce n'est pas la bonne représentation du profil de densité des halos de DM (voir section 1.3.3). Toutefois, l'expression de l'énergie potentielle W d'une sphère de rayon R est connue. En effet, un calcul simple mène à $W = -(3/5)GM^2/R$. Supposons maintenant que cette sphère soit en équilibre. D'après le théorème du viriel, l'énergie cinétique de la sphère T est liée à W par la relation $2T + W = 0$. Si m est la masse d'une particule et N leur nombre total distribué dans la sphère, alors $E_c = 0.5Nm \langle v^2 \rangle$ ($\langle v^2 \rangle^{1/2}$ étant la dispersion des vitesses). En appliquant la relation du viriel, il vient :

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3}{5} \frac{GNm}{R} \quad (2.5)$$

Les vitesses individuelles \vec{v} (v_x, v_y, v_z) de chaque particule doivent donc vérifier $\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle$. En utilisant une méthode de Monte-Carlo, on peut donc créer des sphères homogènes (moment cinétique nul) et "virialisées". La précision de nos codes numériques peut ainsi être estimée en calculant les trois paramètres J , E_c et E_p et en les comparant aux valeurs théoriques : $J = 0$ et $2E_c/E_p = 1$. En fait, le calcul de ces différentes valeurs dépend uniquement des coordonnées et des vitesses de chaque particule :

$$\vec{J} = m \sum_i^N \vec{r}_i \wedge \vec{v}_i \quad (2.6)$$

$$T = \frac{1}{2} m \sum_i^N (\vec{v}_i)^2 \quad (2.7)$$

$$W = -\frac{Gm^2}{2} \sum_i^N \sum_{j \neq i}^N \frac{1}{d_{ij}} \quad (2.8)$$

où d_{ij} représente la distance entre les particules i et j .

Pour un nombre de particules donnée, nous avons réalisé plusieurs centaines d'expériences. Nous avons déterminé à chaque fois la relation du viriel. Par contre, pour caractériser le moment cinétique, nous avons préféré utiliser la définition du paramètre de spin λ qui est un paramètre sans dimension (voir section 2.5). Les valeurs obtenues de la moyenne et la dispersion de chaque distribution du rapport du viriel du paramètre de spin sont résumées sur la figure 2.5.

Les rapports du viriel obtenus sont très proches de l'unité même pour un nombre de particules utilisé faible. Par contre, quelques effets systématiques sont à prévoir pour le paramètre de spin pour des valeurs faibles du nombre de particules². Ceci est simplement dû au fait qu'un nombre faible de particules (< 100) est insuffisant pour représenter une sphère homogène. Toutefois, dans

²Les valeurs typiques de λ sont de l'ordre de 0.04 comme nous le verrons dans la section 2.5.

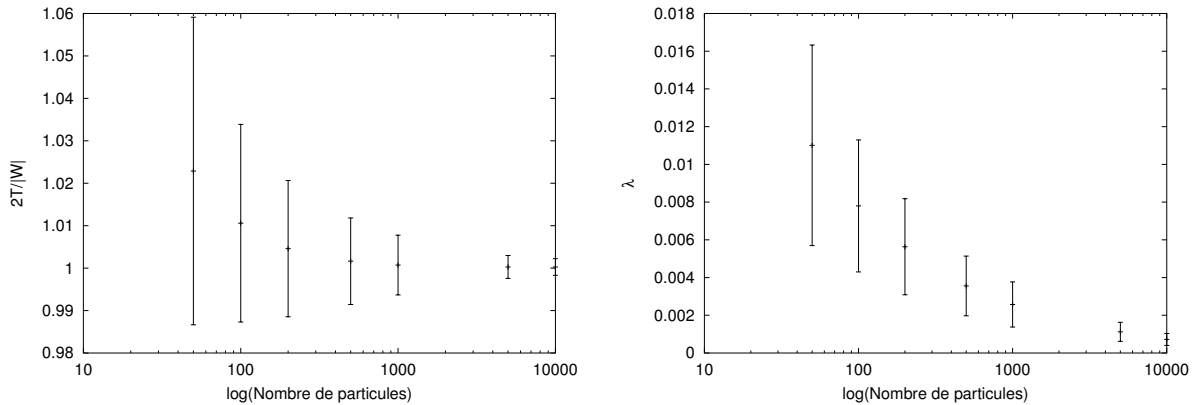


FIG. 2.5 – Estimations de la précision de nos codes numériques. Chaque point de mesure correspond à la médiane de la distribution du rapport du viriel (à gauche) ou du paramètre de spin (à droite) en fonction du nombre de particules qui composent un halo. Pour chacune de ces mesures, plusieurs centaines de halos ont été étudiés.

notre étude, les halos les moins massifs possèdent au minimum une cinquantaine de particules à des redshifts élevés. Ils vont au cours de leur évolution accrêter d'autres particules, ce qui va diminuer l'erreur commise sur la détermination de λ . Précisons aussi que cette méthode dépend de la qualité du générateur de nombre aléatoire employé.

2.3 L'évolution de la masse des halos

Dans cette section, nous étudions l'évolution de la masse des halos de DM. Nous nous intéresserons tout d'abord à l'évolution individuelle puis moyenne à l'aide d'une statistique établie sur nos deux catalogues de halos.

2.3.1 Halos individuels

Même si ce n'est pas l'objet principal de ce chapitre, l'évolution de la masse des halos de DM nous renseigne sur l'histoire du processus d'accrétion de matière. Comme nous le verrons dans les sections 2.4 et 3.3, cette accrétion de matière spécifique à chaque halo, influence considérablement l'évolution du moment cinétique ainsi que le processus de relaxation. Elle nous donne aussi une information sur la concentration des halos puisqu'une structure située dans les filaments aura, par exemple, un taux d'accrétion plus élevé que des objets situés dans des régions de faible densité. De nombreuses études ont été établies précédemment à ce sujet. Certains travaux ont montré notamment que l'accrétion de masse pouvait être caractérisée par une simple fonction (Wechsler et al. 2002 ; Zhao et al. 2003) :

$$M_{acc}(z) = M_{acc}(0) e^{-2z/(1+z_*)} \quad (2.9)$$

où $M_{acc}(0)$ est la masse à $z = 0$ et z_* le redshift caractéristique où la masse du halo représente une fraction de la masse aux temps présents. D'autres études ont montrés une croissance rapide de la masse pour $z > 1.5 - 2.0$, suivie d'une phase où le taux d'accrétion était plus faible (Vitvitska et al. 2002).

A titre d'illustration, nous avons représenté sur la figure 2.6 l'évolution de la masse de deux halos en fonction du temps. L'un subit une fusion importante tandis que l'autre accrète de la matière de façon plus régulière. Nous avons aussi représenté ces mêmes évolutions en fonction du redshift où nous avons ajusté la fonction définie en (2.9). Les résultats obtenus semblent être en bons accords.

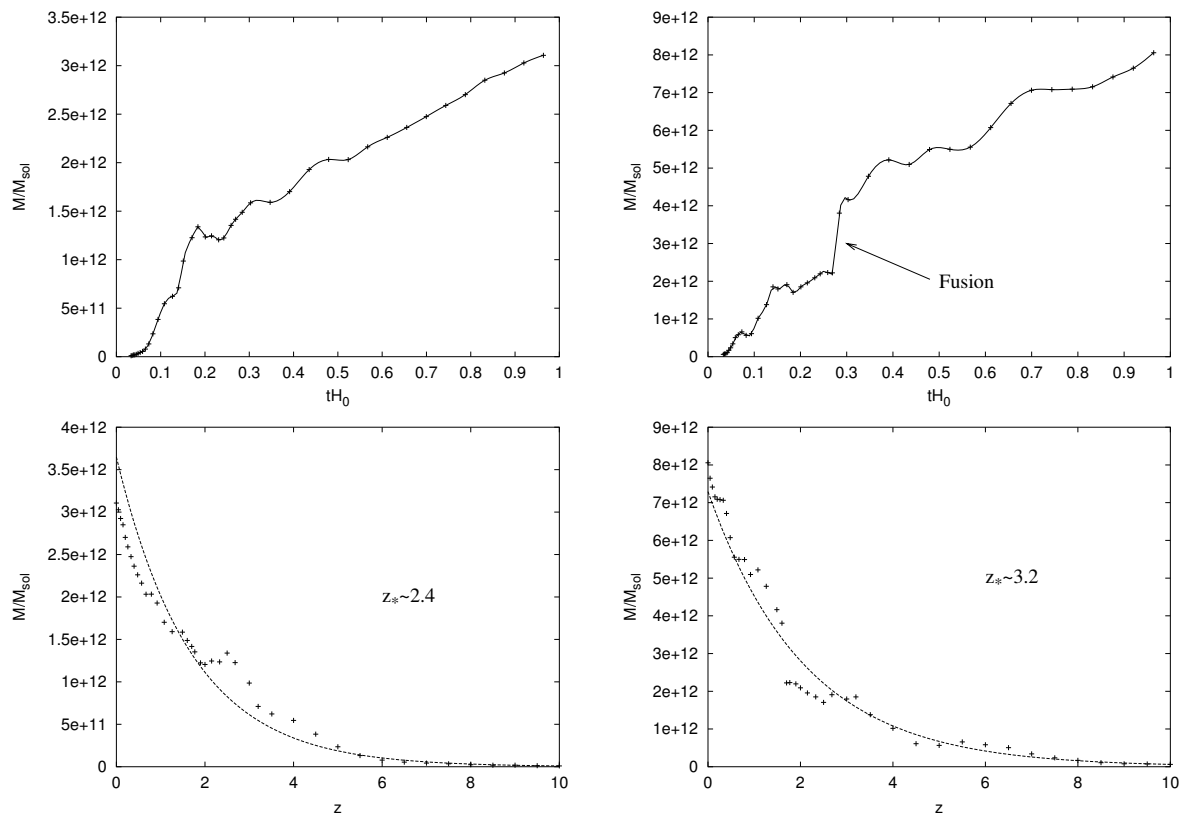


FIG. 2.6 – Evolutions de la masse de deux halos en fonction du temps (en haut) et du redshift (en bas). Les deux courbes représentent les meilleurs ajustements de nos données par la fonction définie en (2.9).

2.3.2 Etude statistique

Intéressons-nous maintenant à l'évolution statistique de la masse des halos en considérant nos deux catalogues. Pour chacun d'eux, la distribution de masse des halos a été calculée à différents redshifts et des paramètres statistiques tels que la moyenne, la médiane du logarithme de la masse et la dispersion ont été calculés. Nous devons souligner ici le fait que toutes nos relations d'échelles

obtenues par la suite utilisent la médiane du logarithme de la masse plutôt que la masse elle-même puisque dans le cas contraire, la distribution statistique aurait une moins bonne représentation. La figure 2.7 représente à différents redshifts, quelques unes des distributions obtenues.

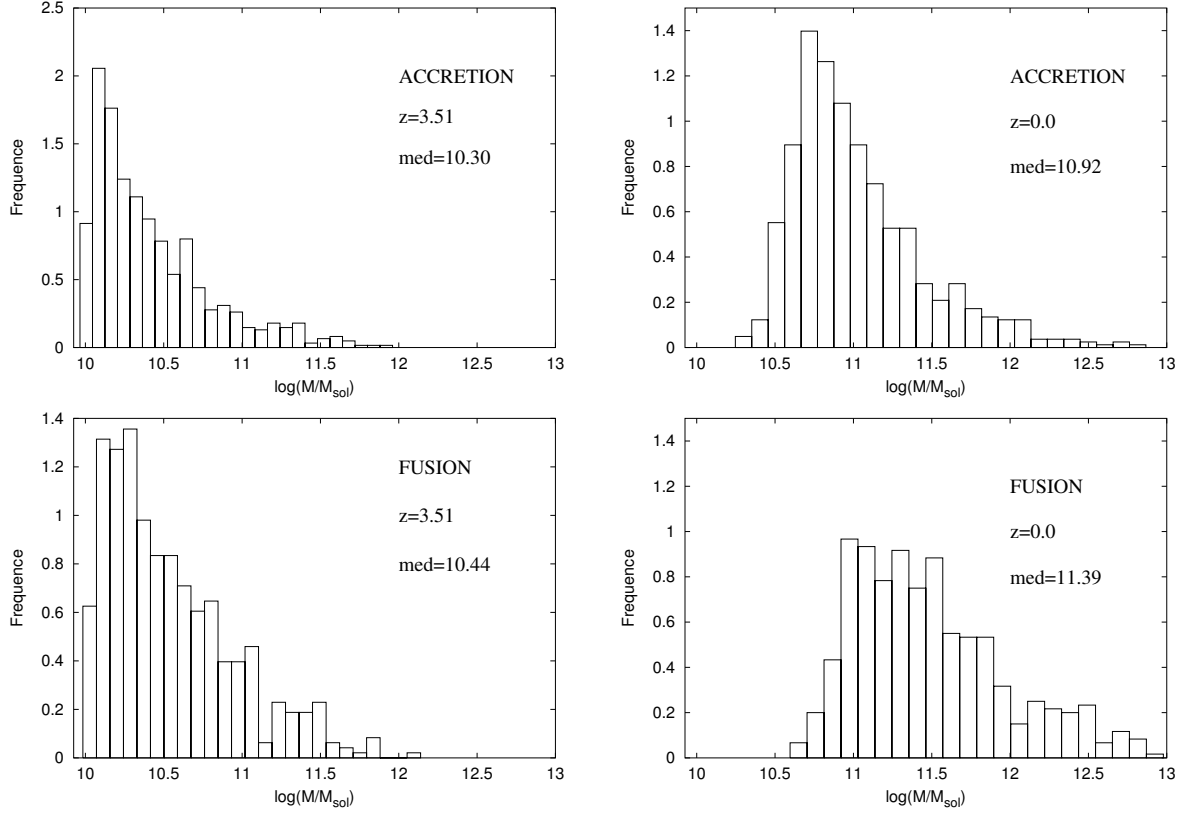


FIG. 2.7 – Distributions de la masse des halos pour les deux types de catalogues et à différents redshifts. La valeur de la médiane de chaque distribution est indiquée sur chaque graphique.

La figure 2.8 montrent les variations de la médiane du logarithme de la masse des halos en fonction du temps. Les données simulées obtenues sont ajustées par des lois de puissance à savoir :

$$M_{acc} \propto \begin{cases} t^{0.91} & \text{pour } z > 1.8 \\ t^{0.58} & \text{pour } z < 1.8 \end{cases} \quad M_{mer} \propto \begin{cases} t^{1.35} & \text{pour } z > 1.5 \\ t^{0.81} & \text{pour } z < 1.5 \end{cases} \quad (2.10)$$

où M_{acc} et M_{mer} sont les médianes de la distribution de masse à un instant donné des catalogues d'accrétion et de fusion respectifs. En ce qui concerne l'accrétion, la moyenne et la médiane de la distribution augmentent toutes les deux, indiquant une croissance moyenne d'un facteur 5 dans l'intervalle de temps considéré. Deux régimes sont observés dont la transition se produit à $z \sim 1.8$. En ce qui concerne la fusion, la médiane augmente plus rapidement comme on s'y attendait et on trouve aussi 2 régimes séparés par le redshift $z \sim 1.5$.

Ces régimes peuvent être en partie expliqués en considérant l'évolution du taux de fusions

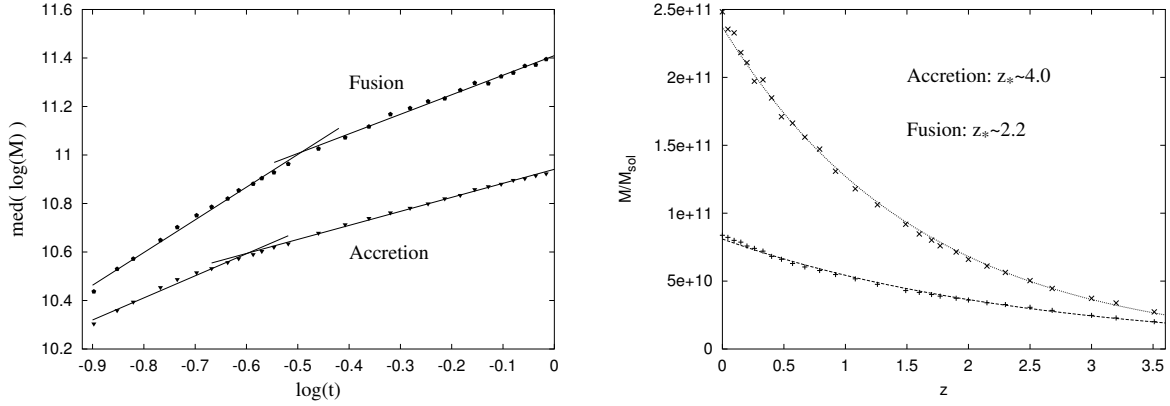


FIG. 2.8 – Variations de la médiane du logarithme de la masse en fonction du temps pour les deux types d'échantillons (à gauche). Les différentes droites représentent les relations d'échelle obtenues. Sur la partie de droite, nous avons représenté l'évolution de la masse en fonction du redshift. Les deux courbes représentent les meilleurs ajustements de nos données par la fonction (2.9).

τ_{fus} en fonction du temps. Celui-ci peut être estimé à chaque pas de temps par $\tau_{fus} = \Delta N / \Delta t$ où ΔN est la différence du nombre de halos disparus dans la période Δt . L'évolution de ce taux est représentée sur la figure 2.9. Nous notons qu'à $z \sim 1.5$ ($tH_0 \sim 0.3$), où se produit le changement de régime, les taux de fusions pour les deux rapports de masse changent aussi de pente.

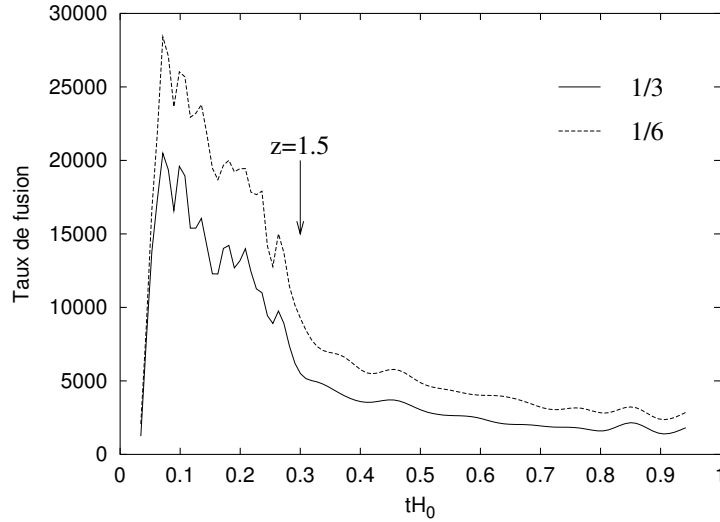


FIG. 2.9 – L'évolution du taux de fusion en fonction du temps pour les deux valeurs de notre critère du rapport de masse pendant une fusion entre deux halos. Dans les deux cas, une transition s'opère à $z \sim 1.5$.

Il est aussi intéressant de mentionner que, dans un modèle de formation hiérarchique des galaxies, si le spectre de puissance des fluctuations initiales est de la forme $|\delta_k|^2 \propto k^n$, alors dans le régime linéaire, la masse caractéristique croît selon $m \sim t^{4/(n+3)}$ (Peebles 1980). Dans ce cas, pour un spectre de Harrison-Zeldovich, les masses aux phases primordiales augmentent pratiquement

linéairement avec le temps, une évolution proche de celle trouvée dans notre simulation pour les halos du catalogue des fusions. Un exposant similaire a aussi été obtenu par Toth & Ostriker (1992), soit $M \propto t^{1.3}$, en utilisant un spectre de puissance CDM.

Nous remarquons aussi que les résultats obtenus peuvent être ajusté de façon remarquable par la fonction (2.9). Ceci est représenté sur le graphique de droite de la figure 2.8. Les paramètres des ajustements sont $M_{acc}(0) = 8.10 \times 10^{10} M_{\odot}$ et $M_{acc}(0) = 2.37 \times 10^{11} M_{\odot}$ pour les halos respectivement du catalogue d'accrétion et celui des fusions. Ces valeurs sont bien entendu comparables aux valeurs obtenues par l'étude de nos distributions et confirme à nouveau que les halos ayant subi d'importantes fusions sont plus massifs que ceux qui ont connu une accrétion de matière plus douce.

Enfin, précisons que si l'on considère maintenant les catalogues issus du rapport de masse de 1/6, aucune modification importante n'est à constater :

$$M_{acc} \propto \begin{cases} t^{0.89} & \text{pour } z > 1.8 \\ t^{0.55} & \text{pour } z < 1.8 \end{cases} \quad M_{mer} \propto \begin{cases} t^{1.25} & \text{pour } z > 1.5 \\ t^{0.75} & \text{pour } z < 1.5 \end{cases} \quad (2.11)$$

2.4 L'évolution du moment cinétique des halos

Dans cette section, on s'intéresse à l'évolution du moment cinétique dans les halos de DM. Dans un premier temps, nous allons nous assurer que dans notre étude, celle-ci n'est pas due aux forces de marée induites par le voisinage proche du halo, mais résulte du transfert de moment cinétique orbital au cours d'accrétion de matière. Ensuite nous analyserons nos données afin de caractériser et quantifier les variations de moment cinétique observées.

2.4.1 Description dynamique

Considérons un halo composé de N particules. Son moment cinétique globale \vec{J} est défini par :

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i \wedge \vec{v}_i, \quad (2.12)$$

où \vec{r}_i et \vec{v}_i sont les positions et les vitesses de la i^{eme} particule par rapport au centre de masse du halo. Si on passe de la somme discrète en somme continue, le moment cinétique \vec{J} de la matière contenue dans un volume V au temps t devient :

$$\begin{aligned} \vec{J} &= \int_{a(t)^3 V} d^3 r \rho(\vec{r}) (\vec{r} - \vec{\tilde{r}}) \wedge \vec{v}(\vec{r}), \\ &= a(t)^5 \int_V d^3 x \rho(\vec{x}) (\vec{x} - \vec{\tilde{x}}) \wedge \dot{\vec{x}} \end{aligned} \quad (2.13)$$

ici $a(t)$ est le facteur d'échelle, \vec{x} sont les coordonnées spatiales comobiles Eulériennes, $\vec{r} = a(t)\vec{x}$ représente la distance physique, ρ est la densité de matière, et les coordonnées du centre de masse sont marquées par un tilde.

Considérons maintenant le déplacement d'une position \vec{q} à une position Eulérienne \vec{x} . Si \vec{S} représente le vecteur déplacement à partir de la position initiale \vec{q} , alors :

$$\vec{x}(\vec{q}, t) = \vec{q} + \vec{S}(\vec{q}, t) \quad (2.14)$$

En notant $\bar{\rho}$ pour la densité du fond, l'équation (2.13) devient :

$$\vec{J} = \bar{\rho}a(t)^5 \int_{V_q} d^3q (\vec{q} + \vec{S} - \vec{q} - \vec{\tilde{S}}) \wedge \frac{d\vec{S}}{dt} \quad (2.15)$$

où V_q est le volume Lagrangien.

L'expression de \vec{J} précédente est assez complexe. On peut néanmoins obtenir une expression plus simple en utilisant l'approximation de Zeldovich :

$$\vec{S}(\vec{q}, t) \approx \vec{S}^{(1)}(\vec{q}, t) = D(t)\nabla\varphi(\vec{q}) \quad (2.16)$$

où $D(t)$ est le mode croissant des fluctuations de densité. Dans un Univers d'Einstein-de Sitter $D(t) \approx a(t)$ et $\varphi(\vec{q})$ est le potentiel gravitationnel linéaire. Ce dernier satisfait l'équation de Poisson $\nabla^2\varphi = \delta/a$ au premier ordre des fluctuations de densité δ , où $\delta = (\rho - \bar{\rho})/\bar{\rho}$. Si on insère maintenant l'expression (2.16) dans celle du moment cinétique (2.15), on obtient au premier ordre :

$$J_i^{(1)} = \bar{\rho}a(t)^5 \dot{D} \int_{V_q} d^3q \epsilon_{ijk} (q_j - \tilde{q}_j) \frac{\partial\varphi}{\partial q_k} \quad (2.17)$$

En faisant un développement de Taylor du potentiel gravitationnel autour du centre de masse $\vec{\tilde{q}}$, il vient :

$$J_i^1 \approx a(t)^5 \bar{\rho} \dot{D} \epsilon_{ijk} T_{kl} I_{lj} \quad (2.18)$$

avec T_{kl} le tenseur de déformation :

$$T_{kl} = \left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial q_k \partial q_l} \right)_{\vec{q}} \quad (2.19)$$

et I_{lj} le tenseur d'inertie :

$$I_{lj} = \int_{V_q} d^3q (q_l - \tilde{q}_l)(q_j - \tilde{q}_j). \quad (2.20)$$

D'une façon évidente, si les tenseurs d'inertie et de déformation sont alignés, alors les forces de marée sont nulles. Des simulations numériques montrent en effet que ces deux tenseurs sont ordinairement alignés et la contribution des forces de marée provient en fait des fluctuations dans le non-alignement (Porciani, Dekel & Hoffmann 2002a, 2002b). Ainsi, d'après l'expression (2.18),

le moment cinétique augmente linéairement avec le temps dans le régime linéaire. Précisons aussi que si l'on considère un terme supplémentaire d'ordre supérieur dans les équations, cela semble ne pas trop affecter les prédictions de la théorie linéaire (Catelan & Theuns 1996a).

Maintenant, si le volume Lagrangien est sphérique, alors le moment d'inertie peut s'écrire $I_{ij} = 4\pi\delta_{ij}q^5/15$, où δ_{ij} est le symbole de Kronecker, et par conséquent le moment cinétique disparaît. Ceci reste également valable au second ordre dans la théorie de perturbation Lagrangienne (Catelan & Theuns 1996b). Cependant, il a été montré que le moment cinétique d'un volume sphérique Eulérien doit augmenter uniquement au second ordre (Peebles 1969). La divergence entre ces deux résultats serait due au fait que la croissance du moment cinétique d'un volume d'une sphère Eulérienne au second ordre n'est pas dû aux forces de marée mais au transport convectif du moment cinétique à travers la surface de la sphère (White 1984).

Bien que la TM fournit une bonne description de la croissance du moment cinétique dans le régime linéaire, elle n'est malheureusement pas adaptée pour décrire les processus dynamiques d'acquisition du spin. Dans ce modèle, le moment cinétique des halos est sous-estimé d'un facteur 3 par rapport aux simulations. Pour palier à ce problème, des modèles semi-analytiques existent pour décrire l'acquisition du moment cinétique par les halos. Par exemple, nous pouvons citer le modèle dans lequel le moment cinétique croît par accrétion de matière et de fusion aléatoire (Vitvitska et al. 2002; Maller, Dekel & Somerville 2002). C'est dans cette optique que nous allons maintenant évoluer.

2.4.2 Transfert de moment cinétique orbital versus théorie des marées

Comme nous venons de le voir, les forces de marée sont efficaces jusqu'à ce que la perturbation de la densité atteigne le temps du "turnaround" où l'on s'attend à atteindre le maximum de moment cinétique acquis par ce mécanisme. Cependant, pour des objets qui accrètent continuellement de la matière, le temps du "turnaround" est mal défini puisqu'ils ne suivent pas l'évolution du modèle de l'effondrement gravitationnel sphérique (voir section 4.2.1). En particulier, lors du processus de virialisation, lorsqu'une couche de matière intérieure s'approche du centre, on s'attend à ce que son énergie cinétique macroscopique soit redistribuée entre les particules en augmentant la dispersion des vitesses. En fait, un tel mécanisme contribue à la relaxation du halo jusqu'à un état de quasi équilibre, qui est toutefois retardé par l'accrétion continue de matière. Face à cette situation complexe, des approches empiriques ont été suggérées dans la littérature pour définir l'instant du premier "shell crossing"³ que l'on notera t_c . En particulier dans notre étude, nous avons choisi de définir cet instant précis lorsque la dispersion des vitesses est maximale (Sugerman, Summers & Kamionkowski 2000). Nous avons estimé t_c pour des halos de différentes masses M et, à titre d'exemple, la figure 2.10 résume la procédure employée. Enfin, il est bon de préciser que des travaux ont montré qu'en moyenne, l'amplitude du moment cinétique J augmente presque linéairement ($J \propto t^{0.85}$) entre le "turnaround" et le temps du premier "shell-crossing",

³se référer à la section 4.2.1

selon la définition précédente (Sugerman, Summers & Kamionkowski 2000).

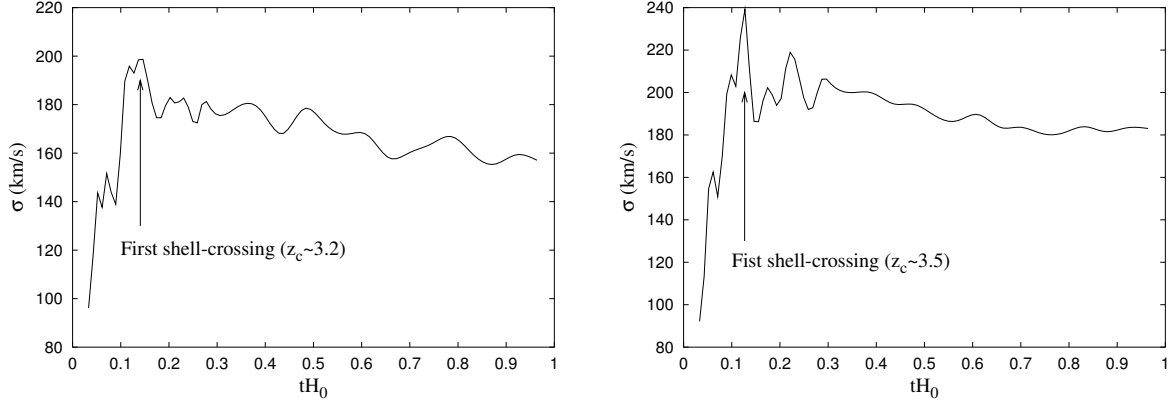


FIG. 2.10 – Evolutions de la dispersion des vitesses en fonction du temps pour deux halos donnés. Les maxima sont indiqués par une flèche correspondant aux redshifts du premier "shell crossing".

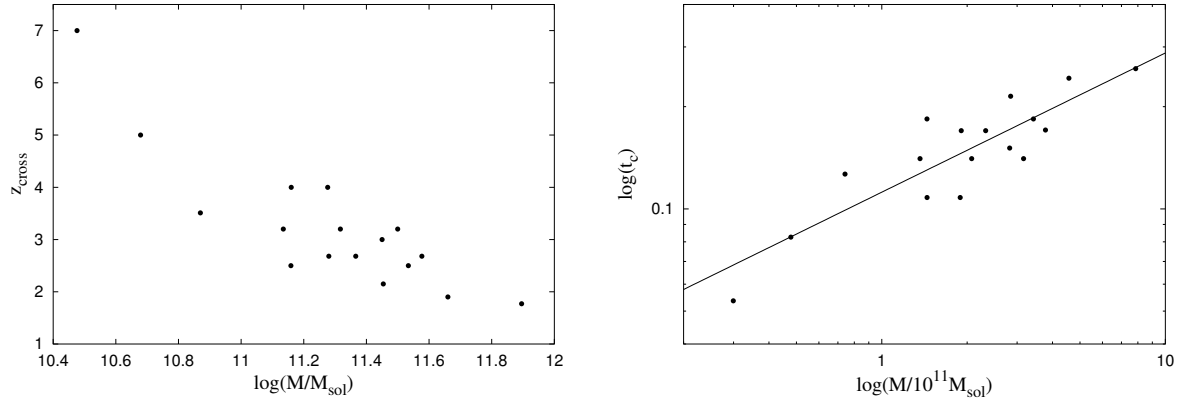


FIG. 2.11 – Variations du temps et du redshift du premier "shell-crossing" en fonction de la masse des halos. La droite nous indique le meilleur ajustement obtenu qui nous permet d'établir la relation (2.21).

En étudiant une quinzaine de halos, nous avons obtenu une relation liant le temps du premier "shell-crossing" avec la masse des halos respectifs, à savoir :

$$t_c = 0.112(M_{11})^{0.41} \quad (2.21)$$

où $M_{11} = M/(10^{11} M_{\odot})$ et l'unité du temps est en H_0^{-1} .

A $z = 3.5$, lorsque nous commençons notre étude sur l'évolution des halos, la médiane de la distribution de masse (dans le cas du catalogue des "fusions") est $med(\log(M)) = 10.44$, ce qui correspond à une masse moyenne de $2.75 \times 10^{10} M_{\odot}$. D'après la relation (2.21), nous obtenons un temps $t_c = 0.066$ (en H_0^{-1}) et une simple inspection du tableau de l'annexe A conduit à $z_c \sim 6.0$. Enfin, si on admet que le temps du premier "shell-crossing" est le double du temps du

"turnaround" (ce qui est le cas dans le modèle sphérique), ce dernier se situe alors aux alentours de $z \sim 10.0$. Les halos étudiés ont donc tous atteint le temps du "turnaround" au début de leur suivi. Ce résultat est très important puisqu'il implique que les variations observées sur le moment cinétique de nos halos simulés à partir de $z < 3.5$ ne sont probablement pas dues aux effets de marée du voisinage, mais plutôt au transfert de moment angulaire orbital pendant des phases d'accrétion de matière.

2.4.3 Evolutions individuelles

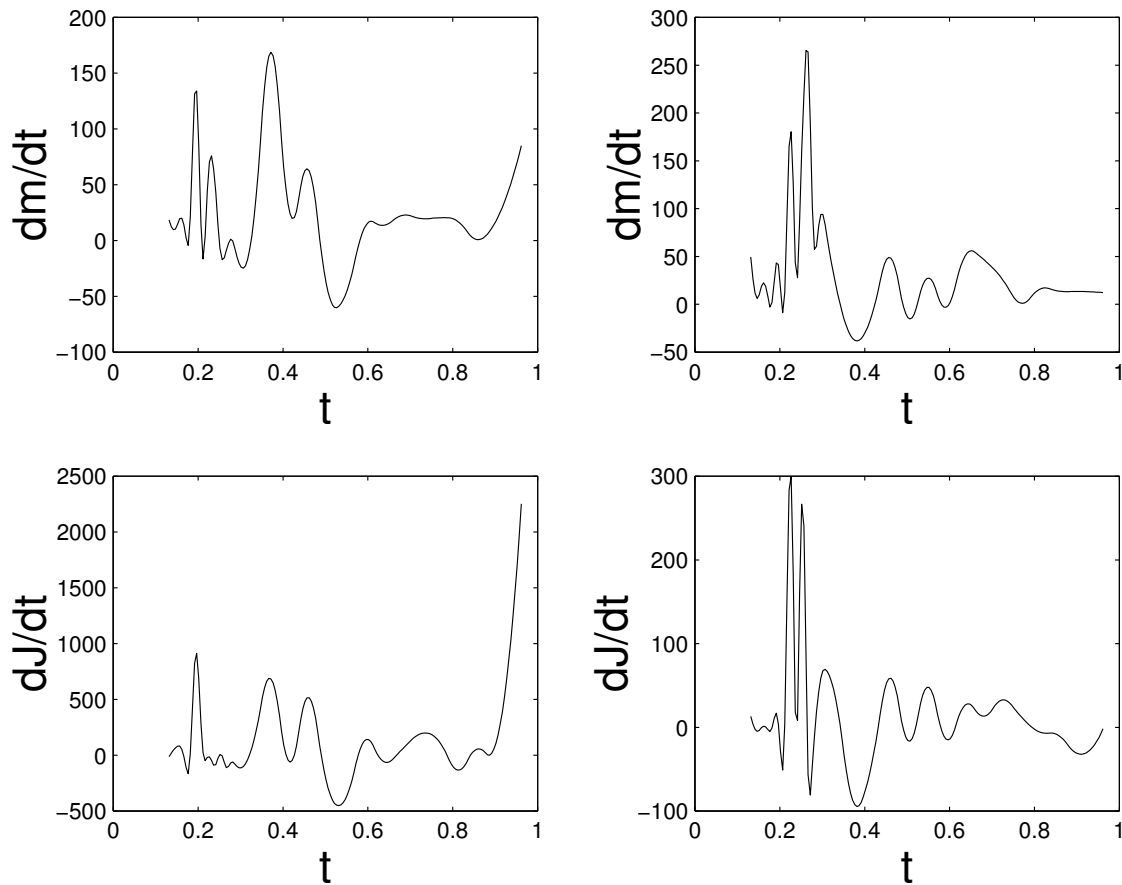


FIG. 2.12 – Deux exemples de l'évolution du moment cinétique et du taux d'accrétion de matière. Le temps est à nouveau donné en unité de H_0^{-1} . Dans les deux cas, il existe une forte corrélation entre les deux quantités. L'exemple 1 correspond aux graphiques de gauche tandis que l'exemple 2 est relatif aux graphiques de droite.

Si on s'intéresse aux variations du moment cinétique lorsque les halos sont considérés individuellement, on s'aperçoit qu'elles sont plutôt irrégulières et qu'elles sont corrélées au taux d'accrétion de matière. Ce comportement est illustré sur la figure 2.12 où la variation du taux du module du moment cinétique est montré en parallèle avec le taux d'accrétion de matière pour deux halos de nos catalogues. Il est intéressant de noter que des taux positifs et négatifs peuvent

être observés dans les deux cas, mais ne produisent pas toujours les mêmes effets dans le même sens. Ceci dépend en fait de l'orientation du spin du halo principal et de celle du moment cinétique de la matière accrétée. Ces figures illustrent très bien le fait que l'accrétion affecte considérablement l'histoire du halo. Gardons aussi en tête que la technique du FOF employée pour identifier nos structures peut introduire des artefacts tels que des ponts entre des halos proches, ce qui peut entraîner de soudaines variations de la masse. Toutefois, nous rappelons que notre procédure vérifie toujours si chaque particule est physiquement liée au halo principal et de ce fait réduit ces effets indésirables qui pourraient influencer nos résultats. Enfin, pour compléter et illustrer ces derniers propos, nous avons porté notre intérêt sur l'évolution de l'orientation du vecteur du moment cinétique au cours du temps. Pour cela, nous avons choisi d'utiliser la représentation en diagramme Aitoff pour une meilleure lisibilité. Nous avons considéré deux exemples. Le premier concerne un halo qui n'a connu aucune fusion importante, tandis que celui du deuxième exemple a subi une importante fusion à $z = 0.40$. Sur le diagramme de gauche de la figure 2.13, relatif au premier cas, le vecteur du moment angulaire garde sensiblement la même orientation. Par contre, il en est tout autrement pour le deuxième exemple. Les orientations des vecteurs avant et après fusion sont clairement différentes. Notons aussi que dans les deux cas, les fluctuations d'angles résultent probablement de l'accrétion continue de matière.

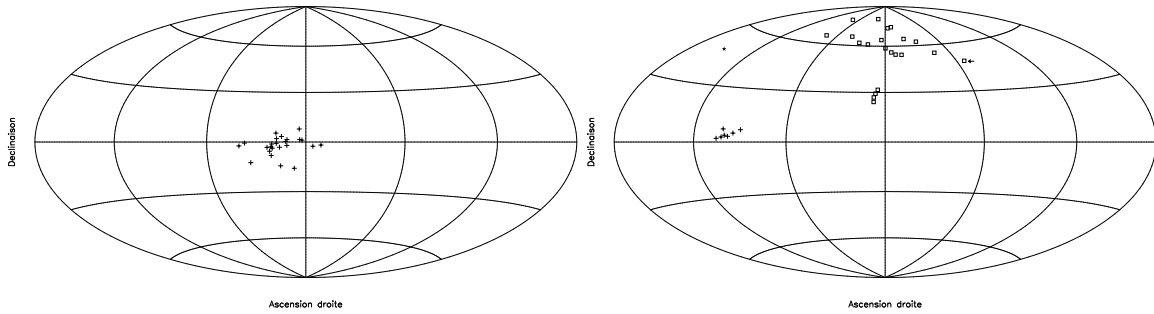


FIG. 2.13 – Deux diagrammes Aitoff représentant l'évolution de l'orientation du moment cinétique pour deux exemples de halos. Sur l'exemple de gauche, le halo a subi une accrétion de matière continue et légère et l'orientation de son spin garde sensiblement la même orientation au cours du temps. Sur celui de droite, les carrés indiquent l'orientation du spin du halo avant la fusion tandis que les croix montrent l'orientation après la fusion. L'étoile nous renseigne quant à elle sur l'orientation du spin de l'objet qui fusionne avec le halo principal juste avant l'évènement.

Dans le contexte de notre présente étude, une intéressante question sur laquelle nous nous sommes également penché, concerne la distribution radiale du moment cinétique intrinsèque durant une phase d'accrétion ou de fusion. Au cours du processus d'accrétion, le moment cinétique intrinsèque est distribué de façon presque linéaire avec la distance au centre de masse ($j_{DM} \propto r$), et son amplitude en périphérie peut augmenter ou diminuer avec le temps, selon les orientations relatives du spin du halo principal et de celle du courant de matière capturée. Sur le graphique de gauche de la figure 2.14, la distribution radiale du moment cinétique intrinsèque, c'est à dire le

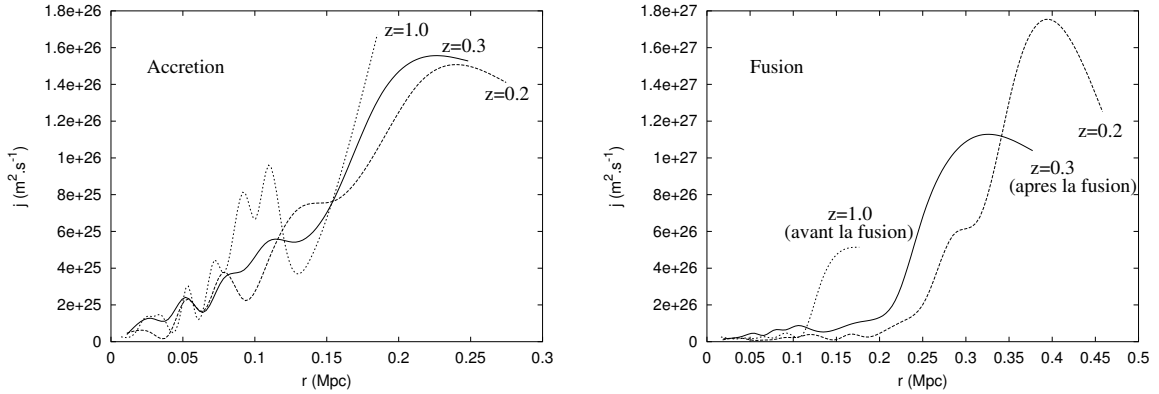


FIG. 2.14 – La distribution du moment cinétique intrinsèque pour un halo typique de 12000 particules à $z = 0$ dans le cas d'accrétion (graphique de gauche) et pour un halo composé de 30000 particules à $z = 0$ dans le cas d'une fusion (graphique de droite). Dans ce dernier cas, le transfert du moment cinétique de la région centrale à la périphérie semble être une tendance générale.

moment cinétique par unité de masse $j = J/M$, est représentée à trois différents redshifts, pour un cas typique où il y a une faible diminution de la valeur maximale malgré l'augmentation des dimensions du halo. Cependant, on peut noter que la distribution devient de plus en plus lisse, ce qui semble être une tendance générale lorsque l'accrétion domine. Par contre, la situation s'avère différente après une fusion importante, et ceci est illustré dans le graphique de droite de la figure 2.14. Après une importante fusion, le maximum du moment cinétique intrinsèque augmente, ce qui est une situation quasi-générale. Dans les phases suivantes, j est redistribué, décroît dans la région centrale tandis qu'il augmente dans la périphérie. Nous reviendrons sur ce problème dans la section 2.6 où la formation du disque galactique sera examinée. Mais pour caractériser proprement ces effets, des simulations de résolutions supérieures sont tout d'abord nécessaires.

2.4.4 Evolution statistique

On procède ici de la même façon que pour l'étude de l'évolution de la masse. Nous avons donc déterminé les médianes des distributions du logarithme du moment cinétique à chaque redshift étudié. La figure 2.15 montre quelques-unes de ces distributions. Malgré les variations du spin plutôt irrégulières obtenues quand les halos sont considérés individuellement, en moyenne, une augmentation du moment cinétique est observée. C'est en tout cas ce que suggère la figure 2.16 où les variations des médianes des distributions du moment cinétique, $\text{med}(\log J)$, sont représentées en fonction du temps.

Nous notons à nouveau deux régimes dont la transition a lieu à $z \sim 1.8$ et $z \sim 1.5$ respectivement pour le catalogue lié à l'accrétion et le catalogue relatif aux fusions. Les meilleurs ajustements

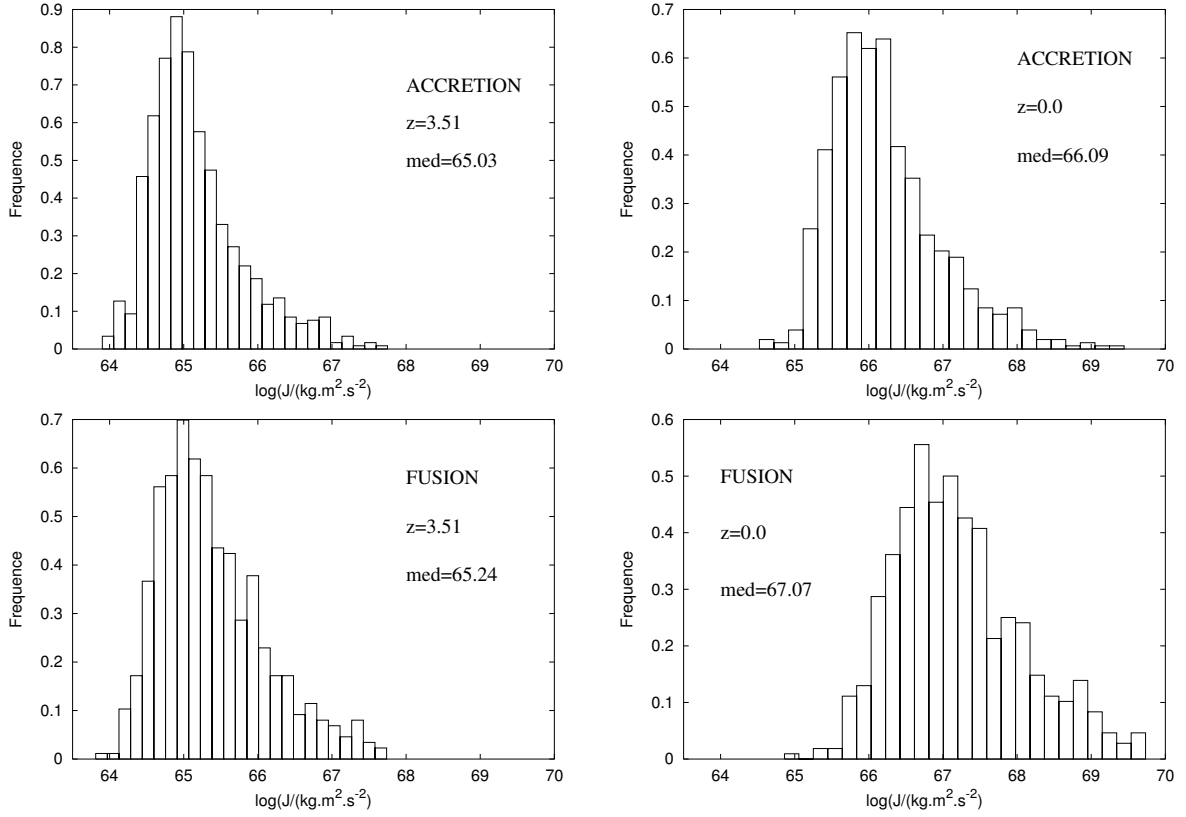


FIG. 2.15 – Distributions du logarithme du moment cinétique pour les deux types de catalogues et à différents redshifts. La valeur de la médiane de chaque distribution est indiquée sur chaque graphique.

des données donnent :

$$J_{acc} \propto \begin{cases} t^{1.50} & \text{pour } z > 1.8 \\ t^{1.07} & \text{pour } z < 1.8 \end{cases} \quad J_{mer} \propto \begin{cases} t^{2.70} & \text{pour } z > 1.5 \\ t^{1.67} & \text{pour } z < 1.5 \end{cases} \quad (2.22)$$

Aucune variation significative n'est à déplorer si l'on prend notre critère de rapport de masse de 1/6 :

$$J_{acc} \propto \begin{cases} t^{1.34} & \text{pour } z > 1.8 \\ t^{0.97} & \text{pour } z < 1.8 \end{cases} \quad J_{mer} \propto \begin{cases} t^{2.52} & \text{pour } z > 1.5 \\ t^{1.54} & \text{pour } z < 1.5 \end{cases} \quad (2.23)$$

Nous pouvons faire ici deux remarques importantes. La première est que l'augmentation du moment cinétique continue bien après le temps du premier shell-crossing qui se produit aux alentours de $z \sim 6$ ($t \sim 0.065/H_0$). Deuxièmement, la croissance du moment cinétique est plus rapide dans le cas de la fusion que de l'accrétion. En effet, nous pouvons constater qu'entre $3.5 > z \geq 0.0$, le moment cinétique moyen augmente de près d'un facteur 70 pour le catalogue

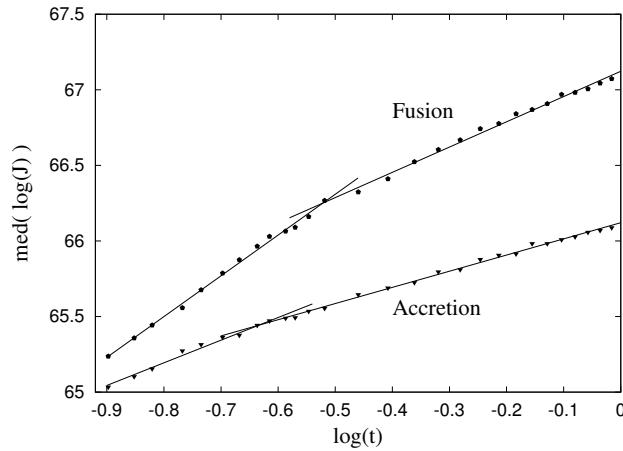


FIG. 2.16 – Evolution de la médiane du logarithme du moment cinétique, $\text{med}(\log J)$, en fonction du temps pour les halos qui ont évolué uniquement par accrétion de matière et ceux qui ont subi une ou plusieurs fusions importantes au cours de leur existence.

des fusions alors qu'il croît d'un facteur 10 dans le cas de l'accrétion. Ceci suggère que le moment cinétique est transféré de façon plus efficace lors de phase de fusions plutôt que d'accrétions. Cependant, une telle comparaison n'est pas suffisante pour expliquer ce phénomène. En effet, d'après la relation (2.4), le moment cinétique J varie selon $J \sim M^{5/3}$. Puisque les halos qui ont subi des fusions importantes au cours de leur histoire sont plus massifs que ceux qui ont connu une accrétion de matière plus douce (voir section 2.3.2), cet effet doit être pris en compte lorsque l'on compare les deux échantillons. Pour ce faire, nous avons comparé à $z = 0$ les distributions de la quantité $\log(J/M^{5/3})$, représentées sur la figure 2.17 et qui stipulent clairement que les phases de fusions donnent une meilleure contribution au moment cinétique final des halos sans tenir compte de la variation de masse.

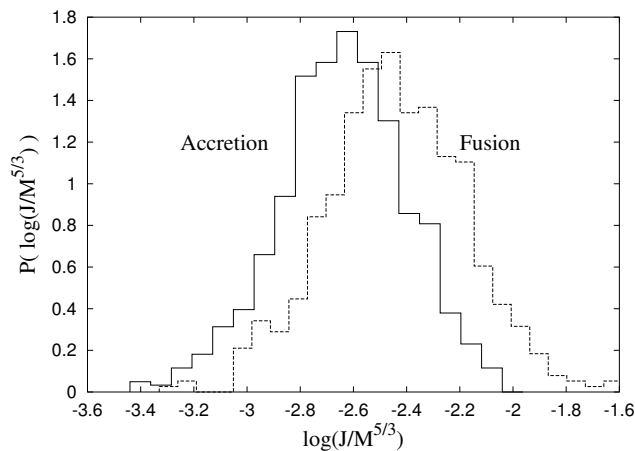


FIG. 2.17 – La distribution du moment cinétique pondéré par la masse à la puissance 5/3 pour les halos des deux catalogues à $z = 0$ (rapport de masse 1/3).

Il est intéressant de comparer ces derniers résultats à ceux obtenus par Bailin & Steinmetz (2005). En effet, leurs travaux ont révélés que les halos de faible masse (relatifs aux galaxies) avaient un moment cinétique orienté parallèlement aux filaments hôtes tandis que pour les halos massifs, donc plutôt représentatifs des amas de galaxies, le moment cinétique était systématiquement orientés perpendiculairement aux filaments. Ceci suggère que les groupes ou amas de galaxies acquièrent la plupart de leur moment cinétique à partir de fusions le long des filaments alors que l'accrétion de matière plus douce pour les galaxies, mène à un moment cinétique plus faible. Il est donc encourageant de constater que ce schéma basé sur l'orientation du moment cinétique est en accord avec notre description basée sur l'évolution de l'amplitude du moment cinétique.

2.5 Le paramètre de spin

Le paramètre de spin est un paramètre introduit par Peebles (1969) pour quantifier la rotation d'une structure et par conséquent son moment cinétique. Il est défini par :

$$\lambda = \frac{J|E|^{1/2}}{GM^{5/2}} \quad (2.24)$$

où J représente le moment cinétique, E l'énergie totale et M la masse de l'objet. Pour des galaxies spirales, on s'attend à ce que $\lambda \approx 1$ alors que pour les galaxies elliptiques, $\lambda \approx 0.05$. Nous allons étudier son comportement et son évolution de façon à confirmer les résultats établis dans la section précédente.

2.5.1 Halos individuels

Selon des études précédentes, il semble que λ a tendance à décroître lors de période de faible accrétion de matière (Vitvitska et al. 2002). Par contre, les effets de fusion s'en ressentent fortement dans la distribution de probabilité de λ : les halos qui ont subi des fusions importantes à $z < 2-3$ ont systématiquement des valeurs du paramètre de spin plus élevées que ceux qui ont évolué par accrétion continue de matière (Gardner 2001 ; Vitvitska et al. 2002 ; Maller, Dekel & Somerville 2002). Or, observationnellement, les galaxies elliptiques ont moins de moment cinétique que les galaxies spirales. Les résultats précédents peuvent être surprenants si l'on considère que les galaxies elliptiques sont issues de la fusion de galaxies spirales.

Il n'est pas clair non plus si la distribution du paramètre de spin dépend du redshift ou non (Lemson & Kauffmann 1999 ; Maller, Dekel & Somerville 2002). Concernant la variation de λ avec la masse du halo, les toutes premières études ont révélé une faible diminution avec la pente moyenne $d(\log \langle \lambda \rangle) / d(\log M) = -0.17 \pm 0.07$ (Barnes & Efstathiou 1987). Une telle tendance a également été observée à l'aide de simulations plus récentes (Cole & Lacey 1996). Bien que ce résultat paraisse compatible avec la TM, une variation faible mais opposée a été

obtenue si les halos ont acquis du moment cinétique par fusion (Maller, Dekel & Somerville 2002). Des tests récents sur la TM à l'aide de simulations à N corps (Porciani, Dekel & Hoffman 2002a, 2002b) ont montré que les valeurs de l'amplitude du moment cinétique prédites par la TM sont en accord avec ceux obtenus à partir de simulations si la croissance linéaire s'arrête avant l'expansion maximale. Après le "shell crossing", certaines études numériques suggèrent qu'en général, le moment cinétique décroît (Barnes & Efstathiou 1987; Sugerman, Summers & Kamionkowski 2000), ce qui est nullement surprenant en raison de la conservation du spin si le système est isolé. D'autre part, des variations irrégulières sont attendues à cause du transfert de moment cinétique orbital au spin durant les fusions ou lors d'accrétions de matière (Vitvitska et al. 2002).

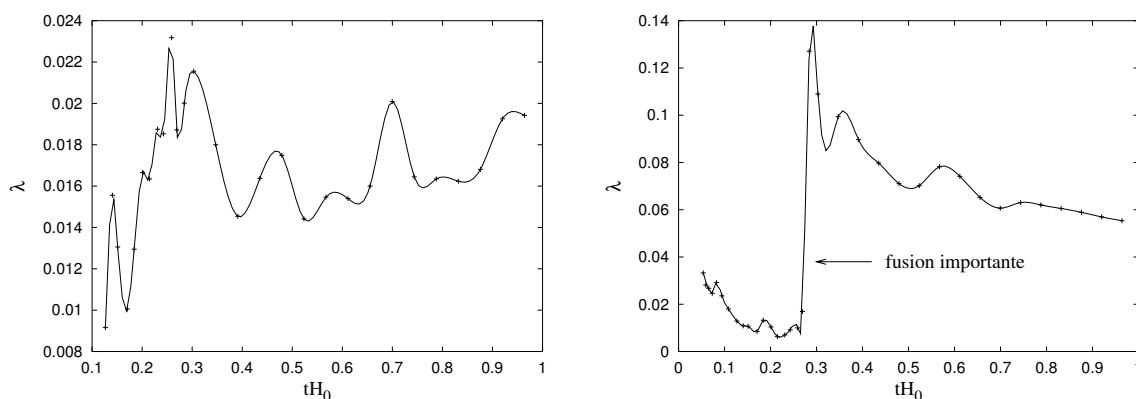


FIG. 2.18 – Variations du paramètre de spin pour deux halos dont les évolutions sont différentes. Celui de la figure de droite a subi une importante fusion ($tH_0 \sim 0.3 \leftrightarrow z \sim 1.6$) tandis que celui lié à la figure de gauche n'en a pas connu.

Nous avons choisi ici d'illustrer l'évolution individuelle du paramètre de spin en considérant deux exemples. Le premier concerne un halo qui n'a pas rencontré d'importante fusion au cours de son évolution. Ses variations semblent fluctuer autour d'une valeur moyenne de 0.018 (voir la partie de gauche de la figure 2.18). Il est difficile de mesurer une quelconque évolution ou diminution dans ce cas précis. Le deuxième exemple est un halo qui a subi une importante fusion à $z \sim 1.6$. Une nette augmentation du spin est observée à cette instant (voir la partie de droite de la figure 2.18), puis λ décroît jusqu'à $z = 0.0$ mais en gardant une valeur relativement élevée par rapport à celle du premier exemple. Ceci semble confirmer de précédentes études (Hetznecker & Burkert 2006; Gardner 2001; Vitvitska et al. 2002; Maller, Dekel & Somerville 2002).

2.5.2 Etude statistique

Des études précédentes ont montrés que le paramètre de spin obtenu à partir des simulations a une distribution log-normale (Barnes & Efstathiou 1987; Cole & Lacey 1996; van den Bosch

1998 ; Ryden 1998) :

$$P(\lambda)d\lambda = \frac{1}{\sigma_\lambda\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\ln^2(\lambda/\lambda_0)}{2\sigma_\lambda^2}\right) \frac{d\lambda}{\lambda} \quad (2.25)$$

ce qui semble être un résultat universel indépendant du modèle cosmologique. Sur la figure 2.19, la distribution du paramètre de spin à $z = 0$ pour les deux catalogues est représentée. Ce graphique confirme ainsi que les halos ayant subi une ou plusieurs fusions au cours de leur histoire possèdent en moyenne un paramètre de spin plus élevé et une distribution plus étendue que ceux ayant évolué par accrétion de matière. Nous reviendrons sur ce point un peu plus loin dans cette section.

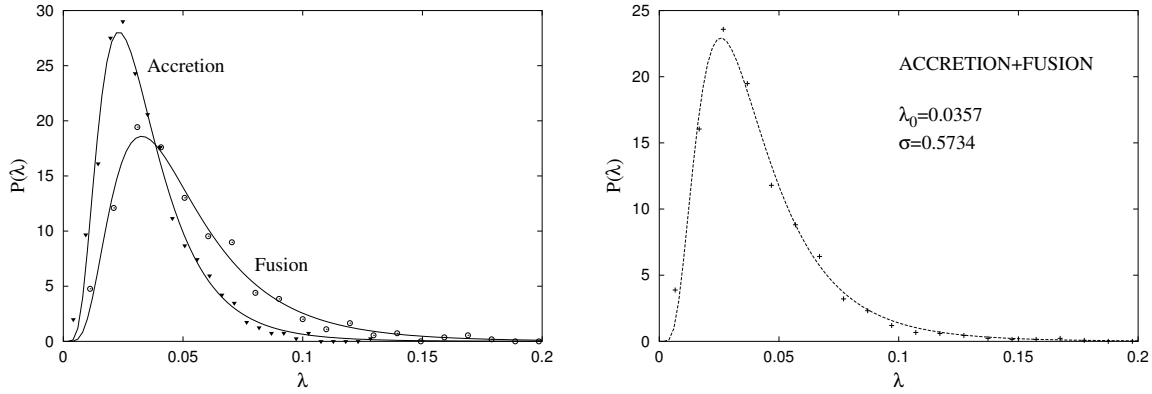


FIG. 2.19 – La distribution du paramètre de spin pour les halos des deux catalogues à $z = 0$ (à gauche) et lorsque tous les halos sont pris en compte (à droite).

Si les halos des deux échantillons sont considérés ensemble, les paramètres caractérisant la distribution à $z = 0$ sont : $\lambda_0 = 0.036$ and $\sigma_\lambda = 0.57$. Ce résultat est en bon accord avec de nombreuses études qui sont résumées dans le tableau 1.2.

Par ailleurs, les premières études sur l'évolution du paramètre de spin ont révélé que sa distribution ne variait pas avec le redshift. Ce résultat semble être validé à la fois par la TM mais aussi par le modèle de "captures aléatoires" (Vitvitska et al. 2002). Sur la figure 2.20, nous avons tracé les paramètres statistiques de la distribution de λ , c'est à dire la moyenne, le médiane et λ_0 ,

accrétion		fusion		total		références
λ_0	σ	λ_0	σ	λ_0	σ	
0.035	0.596					Gardner 2001
				0.042	0.5	Bullock et al. 2001
				0.0445	0.563	Vitvitska et al. 2002
0.0308	0.532	0.0448	0.560	0.0357	0.573	Peirani et al. 2004
				0.0347	0.63	Aubert et al. 2004
0.037	0.55	0.041	0.53	0.039	0.53	Hetznecker et al. 2006
				0.033	0.645	Shaw et al. 2006

Tableau 2.1 : Résultats obtenus par différentes études sur les paramètres caractérisant la distribution log-normale du paramètre de spin.

en fonction du redshift, et ce pour les halos de chaque catalogue pris séparément puis considérés ensemble (1341 halos).

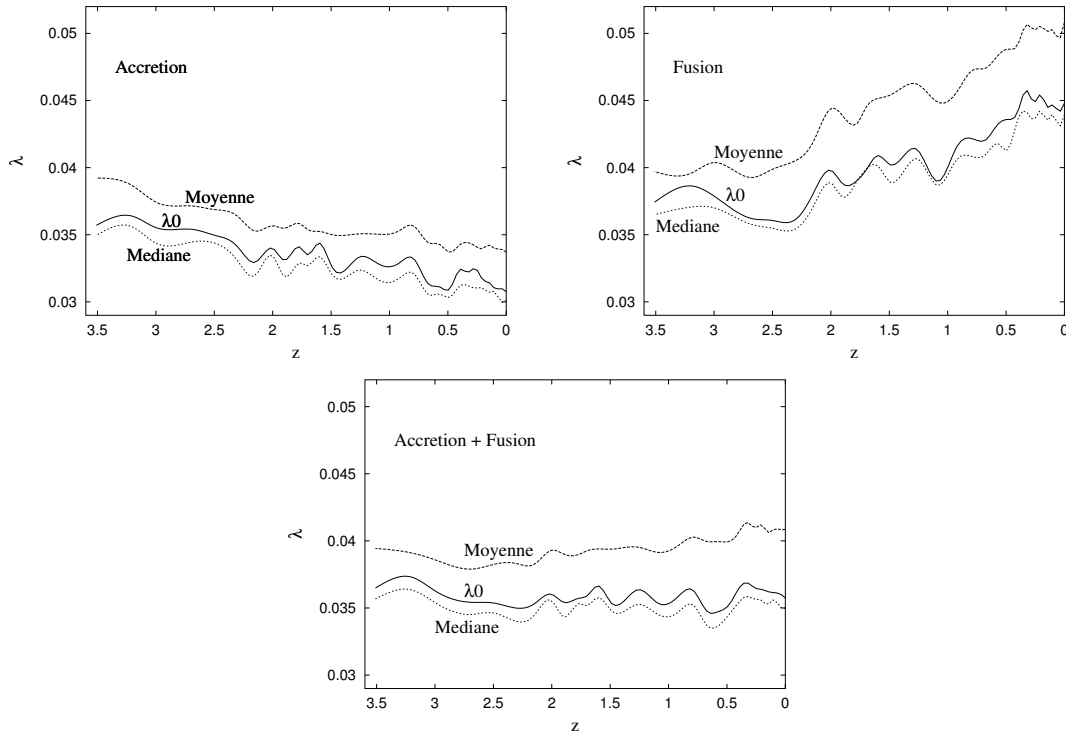


FIG. 2.20 – Panneau du bas : évolution du paramètre de spin pour tous les halos (accrétion + fusion). Trois paramètres statistiques sont indiqués : la médiane, la moyenne et λ_0 . Evolutions des mêmes paramètres mais pour les halos du catalogue d'accrétion seulement (en haut à gauche) et les halos du catalogue de fusion (en haut à droite).

Ces figures démontrent que, mis à part quelques fluctuations irrégulières, les variations de λ_0 et de la médiane sont très faibles même si une très légère augmentation semble être suggérée par l'évolution de la valeur de la moyenne. Ces résultats semblent être bien compatibles avec aucune variation de λ avec z ou une très faible augmentation de la moyenne. Toutefois, ces résultats sont bien différents si on analyse l'évolution du paramètre de spin pour les deux échantillons (accrétion et fusion) pris séparément. En effet, les deux graphiques du haut de la figure 2.20 montrent respectivement l'évolution des mêmes paramètres statistiques pour les halos de chaque catalogue. Nous remarquons une claire et significative évolution dans des sens opposés : les halos ayant évolué par accrétion ont un paramètre de spin qui décroît alors que pour ceux qui ont évolué avec des fusions importantes, λ augmente. Les valeurs typiques des erreurs sur la moyenne du paramètre de spin sont de l'ordre de 0.02. La section suivante tente d'apporter des explications sur de tels comportements.

2.5.3 L'évolution de l'énergie

Le paramètre de spin dépend de plusieurs quantités dynamiques puisque $\lambda \propto J|E|^{1/2}/M^{5/2}$. Comme nous l'avons vu au cours des sections précédentes, à la fois le moment cinétique J et la masse M augmentent avec le temps selon deux régimes et d'après les mécanismes dominants par lesquels les halos évoluent. Mais qu'en est-il de l'énergie totale? Sur la figure 2.21, nous avons représenté la médiane du logarithme du module de l'énergie totale en fonction du temps. Nous notons en particulier que les halos ayant subi une ou plusieurs fusions dans leur histoire possèdent une énergie de liaison plus importante que dans le cas de l'accrétion. Nous reviendrons sur ce point

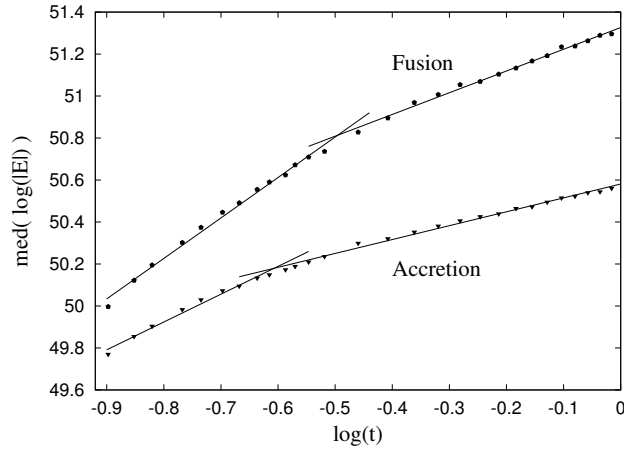


FIG. 2.21 – Evolution de la médiane du logarithme du module de l'énergie totale $|E|$ pour les deux catalogues de halos.

au chapitre suivant lorsque le problème de la relaxation dynamique des halos sera examiné. En ce qui concerne l'amplitude de l'énergie, nous observons à nouveau deux régimes et nous obtenons les relations d'échelles suivantes :

$$|E|_{acc} \propto \begin{cases} t^{1.32} & \text{pour } z > 1.8 \\ t^{0.66} & \text{pour } z < 1.8 \end{cases} \quad |E|_{mer} \propto \begin{cases} t^{1.93} & \text{pour } z > 1.5 \\ t^{1.03} & \text{pour } z < 1.5 \end{cases} \quad (2.26)$$

Si maintenant nous utilisons toutes les relations d'échelles obtenues d'après (2.11), (2.22) et (2.26), nous obtenons alors :

$$\lambda_{acc} \propto \begin{cases} t^{-0.12} & \text{pour } z > 1.8 \\ t^{-0.05} & \text{pour } z < 1.8 \end{cases} \quad \lambda_{mer} \propto \begin{cases} t^{0.29} & \text{pour } z > 1.5 \\ t^{0.16} & \text{pour } z < 1.5 \end{cases} \quad (2.27)$$

Ces résultats sont en accord avec les résultats de nos simulations. Ainsi, pour expliquer l'évolution du paramètre de spin, les relations d'échelle des trois quantités dynamiques que sont J , M and E doivent être considérées.

L'évolution du paramètre de spin peut être analysée de façon similaire par des considérations sur la masse du halo. Si l'on considère les relations d'échelle $J \propto M^\gamma$ et $|E| \propto M^\kappa$, on peut montrer que d'un point de vue théorique, les exposants κ et γ doivent être égaux à $5/3$ (voir section 2.2.2), et de ce fait, un calcul immédiat montre que le paramètre de spin ne doit pas dépendre de la masse. A partir de nos simulations, nous avons déterminé ces deux exposants et nous avons vérifié que :

- κ et γ ne variaient sensiblement pas avec le redshift.
- κ et γ étaient très proches de la valeur théorique attendue.
- Aucune variation n'est à constater lorsque les deux catalogues de halos sont comparés : pour le catalogue relatif à l'accrétion, on obtient les valeurs moyennes $\kappa = 1.647 \pm 0.006$ et $\gamma = 1.647 \pm 0.034$ tandis que pour le cas des fusions, $\kappa = 1.624 \pm 0.011$ et $\gamma = 1.672 \pm 0.023$

Les résultats précédents impliquent $\lambda \propto M^{-0.02}$, en bon accord avec une très faible dépendance de la masse.

Précisons enfin qu'on s'est intéressé à l'évolution de κ et γ en fonction des conditions initiales en utilisant des simulations d'une résolution plus faible (128^3 particules). Nous n'avons pas noté de différence notable entre les modèles Λ CDM et CDM en contradiction avec Barnes & Efstathiou (1987).

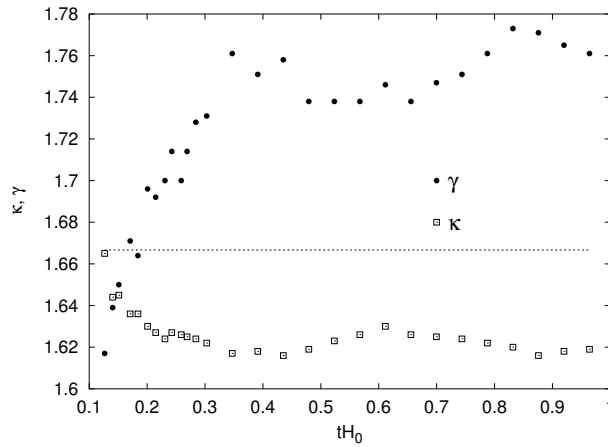


FIG. 2.22 – Evolutions en fonction du temps des exposants κ et γ des relations respectives $|E| \propto M^\kappa$ et $J \propto M^\gamma$.

2.6 La formation du disque galactique

2.6.1 Description d'un modèle simple

Mestel (1963) proposa que la distribution de la matière lors de l'effondrement du disque galactique pouvait être déterminée, si chaque élément de la proto-galaxie conserve son moment cinétique intrinsèque. Dans le passé, des simulations à N-corps incluant l'aspect hydrodynamique du gaz (technique de SPH) ont montrés que les dimensions et le moment cinétique intrinsèque des

disques simulés sont d'un ordre de grandeur plus petits que ceux observés. Ce problème est plus connu sous le nom de la "catastrophe du moment cinétique" (Navarro & Benz 1991 ; Navarro & White 1994). D'autre part, de plus récentes simulations menées par van den Bosch et al. (2002) semblent confirmer que la DM et le gaz possèdent une distribution du moment cinétique similaire, mais dont les vecteurs du spin ne sont pas alignés en général.

Dans cette section, nous explorons la formation du disque galactique en connection avec les résultats de nos simulations sur le moment cinétique des halos. La formation du bulbe ne sera pas pris en compte ici puisqu'il peut être considéré comme un système séparé (son temps d'effondrement caractéristique est probablement aussi court que celui des galaxies elliptiques de masse comparable). De plus, ils hébergent en général un trou noir supermassif dont le rôle dans la formation du bulbe n'est pas encore bien comprise (voir par exemple Silk 2001). Enfin, d'un point de vue dynamique, il a été suggéré que si le système globulaire et le bulbe de notre Galaxie avaient la même dynamique, alors le bulbe devrait avoir un moment cinétique intrinsèque d'environ le tiers de celui du disque (Frenk & White 1980).

Selon le modèle hiérarchique, on prévoit que les galaxies se forment à l'intérieur des halos de DM. Comme nous l'avons vu au cours des sections précédentes, ces halos acquièrent initialement du moment cinétique par les forces de marée jusqu'à ce qu'ils atteignent la phase du "turnaround". Alors, le champ de marée décroît et le moment cinétique augmente en conséquence des épisodes d'accrétion et de fusion. Malgré le fait que nos simulations incluent uniquement de la DM, nous supposons que les mécanismes affectant le moment cinétique intrinsèque d'une telle composante agira aussi sur la composante baryonique. Dans ce cas-là, on s'attend à ce que le moment cinétique intrinsèque du gaz (baryon) soit proportionnel à celui acquis par la DM, soit $j_b = \beta j_{dm}$, où $\beta \sim 1$ est un paramètre décrivant l'efficacité des forces de marée sur la composante gazeuse.

Ici un modèle simple est développé, basé sur nos simulations, afin de décrire la structure du disque baryonique résultante. Nous avons choisi deux exemples pour illustrer l'évolution possible de notre propre Galaxie. Les deux halos possèdent des masses à $z = 0$ comparables à celle de notre Galaxie mais ont évolué différemment. Le premier s'est développé sans connaître d'importantes fusions pendant que le deuxième a capturé des petits satellites (avec une masse inférieure à 1/3 de la masse du halo principal) entre $2.0 > z > 1.0$. Le tableau 2.3 résume les principales caractéristiques de l'évolution des deux exemples.

Le moment cinétique total du disque galactique baryonique est estimé à $J_b \approx 2.0 \times 10^{67} \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-1}$ (voir par exemple Fall & Efstathiou 1980). Comme nous le verrons bientôt, le rapport entre la masse baryonique et celle de la matière noire dans notre galaxie est de l'ordre de $f_b \approx 0.034$. Cette valeur est obtenue d'après des considérations sur la courbe de rotation de la Voie Lactée. Ainsi, si les deux composantes ont le même moment cinétique intrinsèque, le moment cinétique total requis pour le halo doit être au moins de $J_{dm} \approx 5.8 \times 10^{68} \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-1}$. Une simple inspection des tableaux précédents suggèrent que le premier exemple atteint le moment cinétique nécessaire seulement au temps présent, empêchant la formation d'un disque âgé de 10-11 Gyr. Le second exemple quant à lui, grâce à la capture de satellites, atteint le moment cinétique requis à $z \sim 1.6$,

correspondant à un âge de 10.4 Gyr, selon les paramètres cosmologiques adoptés. Dans ce qui suit, nous considérons l'histoire de l'exemple 2 comme étant représentatif du halo dans lequel la Voie Lactée est confinée.

halo 1 : croissance par accrétion uniquement

z	$r_g(\text{kpc})$	$\log(M/M_\odot)$	$\log J(\text{kgm}^2/\text{s})$
5.00	35.5	11.371	66.017
1.77	112.4	12.130	67.780
0.92	144.2	12.285	67.905
0.48	183.0	12.354	68.253
0.00	247.6	12.492	68.778

halo 2 : croissance par fusions entre $2 > z > 1$

z	$r_g(\text{kpc})$	$\log(M/M_\odot)$	$\log J(\text{kgm}^2/\text{s})$
5.00	39.0	11.556	66.720
1.77	137.7	12.324	68.389
0.92	197.3	12.510	68.971
0.48	226.3	12.550	68.569
0.00	278.1	12.628	68.867

Tableau 2.3 : Possibles progéniteurs pour notre Galaxie.

La construction du disque se fait de manière progressive, en suivant la croissance de la masse du halo et de l'évolution du moment cinétique. Si nous supposons arbitrairement que le gaz commence par s'installer vers le plan équatorial, d'après son moment cinétique intrinsèque à $z = 5$, le halo a une masse d'environ $3.6 \times 10^{11} M_\odot$ et un rayon gravitationnel r_g seulement de 39 kpc ($r_g = GM^2/|W|$ où W est l'énergie potentielle et M la masse du halo). Le halo n'est pas encore relaxé puisque son rapport du viriel est de d'environ 1.42.

Plutôt que d'étudier la distribution radiale du moment cinétique intrinsèque, nous avons considéré la distribution dans des couches cylindriques concentriques à une distance l de l'axe du spin \vec{J} . Cette approche est plus adaptée pour étudier un disque axi-symétrique et peut aussi être justifiée par les résultats de Bullock et al. (2001), qui ont conclu que la distribution du moment cinétique dans des cellules tend à être plus cylindrique que sphérique, avec une faible dépendance sur la co-latitude θ . De plus, ce choix a l'avantage que l'intégrale

$$J_{dm} = \int_0^{R_{dm}} 2\pi j_{dm}(l) \Sigma_{dm}(l) l dl \quad (2.28)$$

donne le module J_{dm} du moment cinétique total du halo de DM. Dans cette équation, $\Sigma_{dm}(l)$ est la densité dans la colonne à la distance l de l'axe du spin et R_{dm} le rayon du halo.

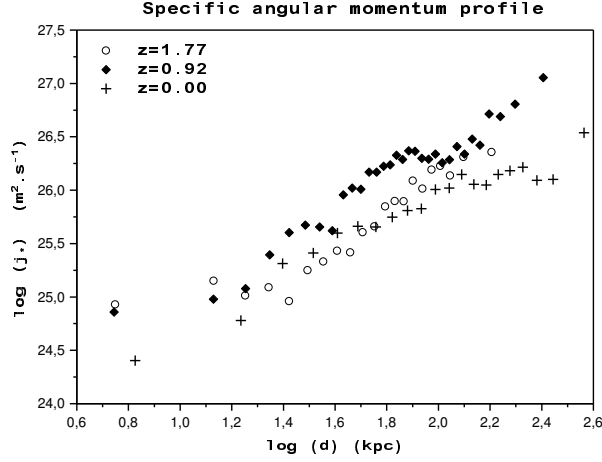


FIG. 2.23 – Le moment cinétique intrinsèque j_{dm} de la DM calculée à l'intérieur de couches cylindriques concentriques en fonction de la distance à l'axe de spin et à différents redshifts.

Sur la figure 2.23, nous montrons le profil du moment cinétique intrinsèque de la matière noire qui peut raisonnablement être ajusté par une loi de puissance $j_{dm}(l) = kl^\alpha$. L'exposant α varie avec le redshift mais sa valeur typique se trouve dans l'intervalle 0.9 - 1.5. Ces profils sont comparables à ceux obtenus par Bullock et al. (2001) qui ont testé la symétrie cylindrique par des graphiques similaires.

Initialement, le gaz est supposé se distribuer de la même façon que la DM. Si c'est réellement le cas, les deux composantes ont initialement le même moment cinétique intrinsèque ($\beta = 1$), et par conséquent le rapport entre le paramètre de spin de la DM, λ_{dm} , et celui des baryons, λ_b , est approximativement $\lambda_{dm}/\lambda_b \approx f_b$. Notons que dans ce cas-là, le paramètre de spin initial du gaz doit être pratiquement d'un ordre de grandeur plus grand que celui de la DM mais en aucun cas égal. Cependant, il faut préciser que cette conclusion dépend de la définition adoptée pour le paramètre de spin. Si on définit $\lambda' = j/\sqrt{2}R_{vir}V_{vir}$ où R_{vir} et V_{vir} sont respectivement le rayon de viriel et la vitesse de rotation en ce point (voir par exemple Bullock et al. 2001), le rapport λ'_{dm}/λ'_b est égal à l'unité si les deux composantes ont le même moment cinétique intrinsèque. Ici, nous gardons la définition originelle (Peebles 1969).

Dans la mesure où le gaz se refroidit, l'état de quasi-équilibre ne peut être maintenu et le disque se construira à partir de l'effondrement successif de couches. Si une situation d'équilibre dynamique est atteinte après l'effondrement, la dimension du disque est fixée par la valeur maximale du moment cinétique intrinsèque. Supposons $\beta = 1$, l'équilibre rotationnel peut s'exprimer par :

$$j_{dm}(l) = j_b(y) = y \sqrt{\frac{GM_{dm}(y)}{y} + y \frac{\partial \phi_b(y)}{\partial y}} \quad (2.29)$$

où y est la distance à l'axe du spin dans le disque après l'effondrement, $M_{dm}(y)$ est la masse de DM à l'intérieur du rayon y , $\phi_b(y)$ est le potentiel gravitationnel des baryons supposé être distribué dans un disque mince et dont l'expression est :

$$\phi_b(y) = -2\pi G \int_0^\infty dk J_0(ky) \int_0^\infty dx \Sigma_b(x) J_0(kx) x \quad (2.30)$$

où $J_n(x)$ est la fonction de Bessel à l'ordre n et $\Sigma_b(y)$ est la densité de masse projetée du disque.

Dans le but d'obtenir la distribution de densité résultante $\Sigma_b(y)$, nous avons adopté la procédure suivante :

1) A partir de nos simulations, nous avons calculé non seulement le profil du moment cinétique intrinsèque mais aussi la masse totale de DM à l'intérieur du rayon donné r , la masse totale projetée à l'intérieur de la distance l de l'axe de spin ou, de façon équivalente, la masse totale projetée avec un moment cinétique intrinsèque inférieur à j_{dm} . Cette dernière distribution est montrée à différents redshifts sur la figure 2.24 et, génériquement, est représenté par $M_{dm,p} = g(j_{dm})$, où l'indice p est relatif à la masse projetée.

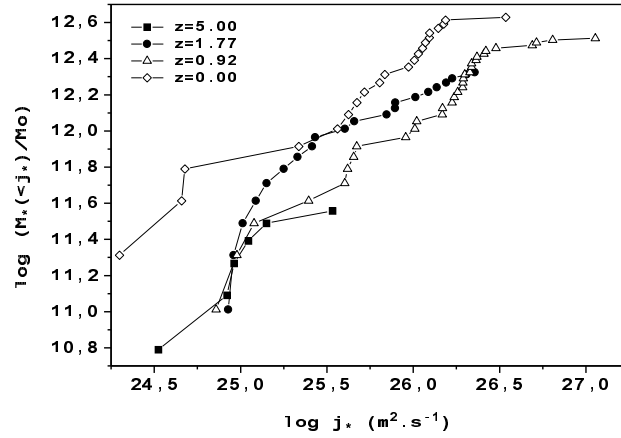


FIG. 2.24 – La distribution de la masse de DM projetée avec un moment cinétique intrinsèque maximum j_{dm} .

2) Utilisant la condition d'équilibre dynamique, la masse baryonique dans le disque à l'intérieur d'une distance y de l'axe du spin est :

$$M_{b,p}(y) = f_b g(j_b(y)) \quad (2.31)$$

et la dérivée de cette équation donne la densité projetée des baryons :

$$\Sigma_b(y) = \frac{1}{2\pi y} \left(\frac{dM_{b,p}(y)}{dy} \right) \quad (2.32)$$

3) Puisque au début, la distribution baryonique dans le disque n'est pas connue, nous débutons nos calculs en supposant que le champ gravitationnel est essentiellement dû à la DM. Alors, une densité projetée initiale est calculée ainsi que le potentiel gravitationnel correspondant (2.30), qui est introduit dans l'équation de l'équilibre dynamique. Le processus est répété jusqu'à ce que la convergence atteigne la précision requise.

Si nous commençons à un redshift de $z = 5$, un résultat connu est obtenu. Le halo n'a pas suffisamment de moment cinétique et le disque résultant est trop petit, avec un rayon de l'ordre de 5 kpc. A mesure que le halo grossit, son moment cinétique augmente si bien que sa couche extérieure acquiert un moment cinétique intrinsèque plus élevé. Si le gaz suit la même tendance, un disque plus large peut être créé.

La figure 2.25 montre le profil de densité projeté résultant qui décroît de façon exponentielle entre 1 - 10 kpc. Au delà de 12 kpc, elle décroît plus doucement mais toujours exponentiellement. La présente extension du disque est approximativement de 40 kpc et sa masse totale (baryonique) est de l'ordre de $1.45 \times 10^{11} M_{\odot}$. La courbe de rotation impose une forte contrainte sur la fraction baryonique, qui devrait être égale à $f_b = 0.034$ pour que la vitesse de rotation soit de l'ordre de 230 km/s à une distance de 8-9 kpc de l'axe du spin (voir figure 2.26).

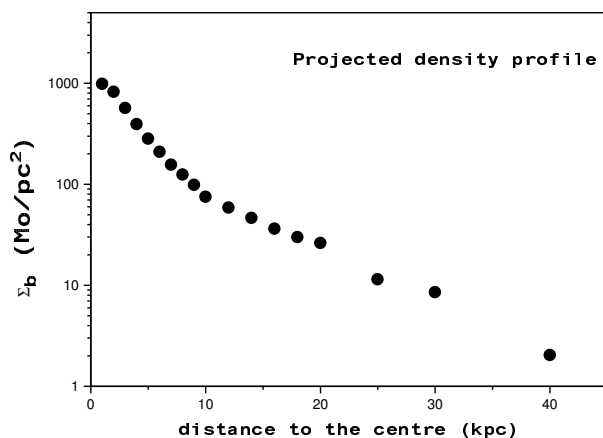


FIG. 2.25 – Le profil de la densité de masse du disque baryonique résultant.

La fraction baryonique requise est d'un facteur 4.5 plus faible que la valeur cosmique moyenne, mais pas pour autant incompatible avec le rapport estimé pour la galaxie et la valeur adoptée par Bullock et al. (2001) dans leurs propres calculs sur la structure du disque. Par ailleurs, dans de récentes études hydrodynamiques établies par van den Bosch, Abel & Hernquist (2003), les effets du pré-chauffage du gaz sur la formation des galaxies ont été pris en compte. En particulier, une fraction de ce gaz pré-chauffé peut devenir non lié, entraînant un rapport entre la composante baryonique et celle de la DM plus faible que la valeur cosmique moyenne.

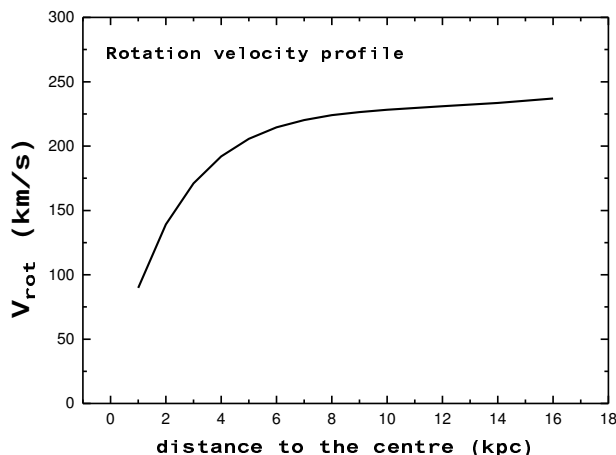


FIG. 2.26 – Le profil de vitesse de rotation théorique, incluant à la fois la contribution de la composante baryonique et celle de la DM.

Comme nous l’avons mentionné auparavant, si les baryons et la matière noire ont le même moment cinétique intrinsèque et la même distribution, nous devrions nous attendre à ce que le rapport du paramètre de spin des deux composantes est $\lambda_{dm}/\lambda_b \approx f_b$. Une fois que la structure du disque est déterminée, l’énergie totale peut être calculée. Pour un disque exponentiel, $E = -5.8G\Sigma_0^2\Lambda^3$, où Σ_0 est la densité de masse centrale projetée et Λ la longueur d’échelle caractéristique. En utilisant les valeurs déduites de notre modèle, nous avons obtenu $|E| = 5.5 \times 10^{51} \text{ J}$ et un paramètre de spin $\lambda_b = 0.49$. Dans ce cas, en tenant compte de la fraction de la masse baryonique dérivée, le paramètre de spin attendu du halo est $\lambda_{dm} \approx 0.017$. Il faut alors souligner que la valeur obtenue par nos simulations, quand le halo (avec le disque) atteint environ 90% de leurs masses finales, est $\lambda_{dm} = 0.018$, en bon accord avec nos prédictions.

2.6.2 Confrontation avec les observations

Il est maintenant instructif de comparer certains résultats obtenus dans les sections précédentes avec d’éventuelles observations. Par exemple, la figure 2.27 montre le moment cinétique intrinsèque en fonction de la masse de certaines galaxies spirales et elliptiques (Fall 1983). La première constatation que l’on peut faire est que les spirales ont un moment cinétique intrinsèque plus élevé que celui des elliptiques.

Le meilleur ajustement aux données concernant les galaxies spirales donne, dans le cas du moment cinétique total, $J = 2.8 \times 10^{65} M_{10}^{1.7} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$, où M_{10} est la masse des galaxies en unité de $10^{10} M_\odot$. Nous pouvons remarquer que l’exposant obtenu est proche de la valeur théorique 5/3. Prenons maintenant l’exemple d’une galaxie spirale de masse $M = 10^{11} M_\odot$. D’après la relation précédente, le moment cinétique total J_{spi} de cette galaxie a pour valeur $J_{spi} = 1.4 \times 10^{67}$

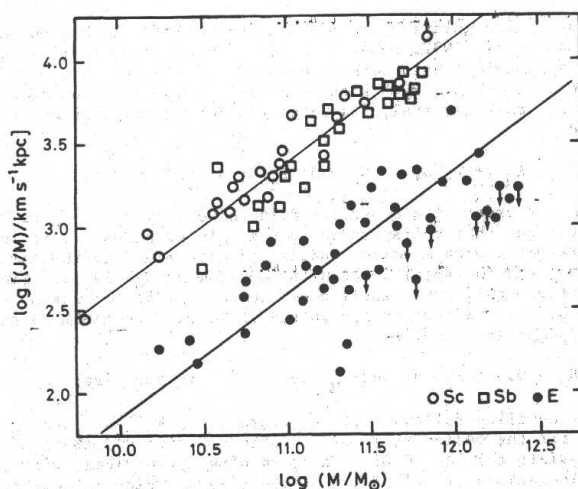


FIG. 2.27 – Les moments cinétiques par unité de masse observés pour des galaxies spirales (carrés et ronds blancs) et des galaxies elliptiques (ronds noirs) (Fall 1983).

$\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$. Son halo de DM, d'après la valeur de la fraction baryonique trouvée dans la section précédente ($f_b = 0.034$), a donc un moment cinétique $J_h = 4.1 \times 10^{68} \text{ kg m}^2 \text{s}^{-1}$. Il est intéressant de comparer cette valeur avec la valeur prédite par la TM en utilisant la formule de Catelan & Theuns (1996), à savoir :

$$\langle J^2 \rangle^{1/2} = 7.4 \times 10^{65} (1 + z_{max})^{-1/2} M_{11} \text{ kg m}^2 \text{s}^{-1} \quad (2.33)$$

La valeur moyenne de J^2 est obtenu à z_{max} qui correspond au redshift où se produit le "turnaround". En effet, nous rappelons que la TM prévoit que le moment cinétique acquis par les forces de marée est maximal au "turnaround". D'après l'étude de plusieurs halos au cours de la section 2.4.2, nous avons estimé le redshift du "turnaround" aux alentours de $z \sim 10$. Une simple application numérique de la formule précédente (avec la masse du halo $M_{11} = 30$) nous donne $\langle J^2 \rangle^{1/2} = 6.7 \times 10^{66} \text{ kg m}^2 \text{s}^{-1}$ qui est très inférieure de la valeur J_h obtenue précédemment. Ce résultat est très important puisqu'il confirme le fait que les forces de marée ne peuvent, à elles seules, induire et expliquer le spin des galaxies observées. D'autres mécanismes doivent forcément entrer en jeu et ce pourrait être l'accrétion de matière et la fusion des halos.

La plupart des galaxies spirales ont une masse comprise entre $5 \times 10^9 M_\odot$ et $5 \times 10^{11} M_\odot$ (voir par exemple la figure 2.27). L'intervalle des moments cinétiques des halos de DM associé à $z = 0$ est alors : $[2.5 \times 10^{66} \text{ kg m}^2 \text{s}^{-1} - 6.4 \times 10^{69} \text{ kg m}^2 \text{s}^{-1}]$. Si on se base toujours sur l'exemple du halo 2 de la section précédente, pour expliquer l'âge du disque galactique, il faut que le moment cinétique acquis par le halo à $z = 1.6$ soit proche de la valeur au temps présent. Pour s'en convaincre, il suffit de considérer les données résumées dans le tableau 2.3. Or, si l'on compare les valeurs de l'intervalle précédent avec les valeurs du moment cinétique des halos de nos catalogues, on trouve que seulement 22% des halos simulés possèdent le moment cinétique requis à $z = 1.6$ (voir figure

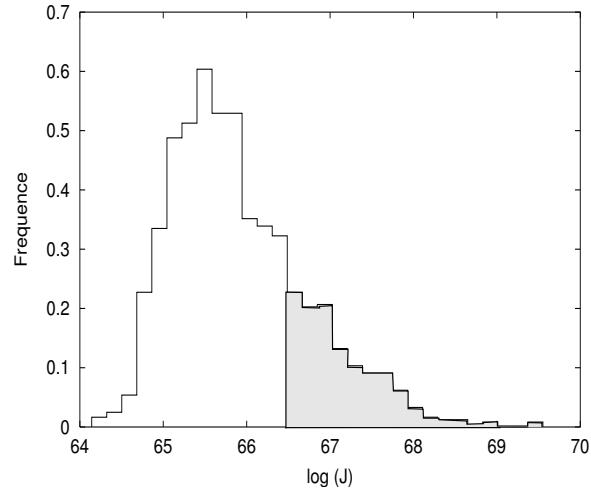


FIG. 2.28 – La distribution à $z = 1.6$ du moment cinétique pour l'ensemble de nos halos étudiés (accrétion+fusion). Seuls 22% des objets ont un moment cinétique entre $2.5 \times 10^{66} kg m^2 s^{-1}$ et $6.4 \times 10^{69} kg m^2 s^{-1}$.

2.28). Si on néglige les éventuelles galaxies spirales qui fusionnent pour donner naissance à des galaxies elliptiques (1/3 des galaxies), alors la fraction estimée est d'environ un tiers de la présente valeur observée.

En conclusion, la théorie de marée ne peut à elle seule expliquer le spin observé des galaxies spirales. Par contre, d'après nos simulations, les mécanismes tels que l'accrétion de matière et la fusion des halos peuvent mener aux valeurs observées mais dans une proportion relativement faible. D'autres mécanismes doivent à nouveau entrer en jeu et pour approfondir ce dernier point, des simulations tenant compte de la matière baryonique semblent nécessaire.

Chapitre 3

Relaxation des halos de matière noire

Sommaire

3.1	Introduction	65
3.2	Evolution du viriel	67
3.3	Evolution de la densité de l'espace de phase	71
3.4	Effets de mélange au cours de fusions	81

3.1 Introduction

Durant ces dernières années, le modèle Λ CDM a connu un grand nombre de succès en expliquant notamment de façon convenable la distribution des galaxies aux grandes échelles ($0.02 < k < 0.15 hMpc^{-1}$). Les prédictions de ce modèle semblent également être compatibles avec les mesures du spectre de puissance obtenues à partir de la forêt Ly α (Croft et al. 2002, Viel et al. 2003; Viel, Haehnelt & Springel 2004). Malgré ces remarquables succès, de sérieuses divergences existent entre les simulations numériques et les observations aux petites échelles (typiquement inférieures à 1 Mpc). C'est le cas en particulier du profil de densité "piqué" prédit par les simulations dans les régions centrales des halos de DM mais qui n'est pas observé dans les courbes de rotation des galaxies spirales (Palunas & Williams 2000; de Blok et al. 2001).

Il a été montré par Navarro, Frenk et White (1996, 1997) que les profils des halos de DM obtenus à partir de simulations numériques pouvaient être ajustés par une simple fonction analytique, dépendant d'une densité caractéristique et d'un rayon d'échelle¹. Bien que des résultats similaires aient été obtenus par des simulations indépendantes, une controverse persiste au sujet de la pente centrale $\alpha(r) = d\ln(\rho)/d\ln(r)$ ($\alpha = 1$ pour un profil NFW). En effet, des profils plus abrupts ($\alpha \sim 1.5$) ont été déduits de simulations de haute résolution (Moore et al. 1999b; Ghigna et al. 2000; Fukushige & Makino 2001) tandis que d'autres études stipulent que cette pente doit

¹voir l'expression 1.18.

dépendre de l'historique des processus de fusion (Klypin et al. 2001 ; Ricotti 2003 ; Boylan-Kolchin & Ma 2003) ou des conditions initiales (Ascasibar et al. 2004).

L'universalité des profils de densité des halos de DM reste une question ouverte mais si elle s'avère réel, elle peut être une clef importante dans la compréhension des mécanismes par lesquels ces systèmes relaxent et atteignent un état d'équilibre. Dans un système auto-gravitant non collisionnel, les mécanismes collectifs telle que la relaxation violente et/ou le mélange de phase jouent certainement un rôle fondamental dans le processus de relaxation des halos. Toutefois, les profils de densité peuvent aussi être affectés par la distribution des particules en sous-structures présentes dans le halo (Ma & Bertschinger 2004). En fait, de récentes simulations indiquent que ce processus de diffusion peut altérer de façon significative la distribution de la DM en produisant un aplanissement du profil de densité original après quelques échelles de temps dynamique (Ma & Boylan-Kolchin 2004).

Les effets de la fusion ou de l'accrétion, ainsi que la redistribution des particules dans l'espace de phase, affectent l'état dynamique des halos. Les fonctions de distribution (DF) de gros grains² et de petits grains³ établies par des systèmes autogravitants de matière non collisionnelle ont été réétudiés récemment par Henriksen (2004). Dans le cas de systèmes à symétrie sphérique, en imposant que la DF de gros grains n'admet pas de sous-structure au dessus d'une échelle donnée, Henriksen (2004) a obtenu des profils de densité qui sont des polytropes singuliers et fortement abrupts au centre. Si cette description est abandonnée, une densité centrale aplatie est obtenue. Cet aplatissement évolue dans le temps et on s'attend à ce que les systèmes dynamiques jeunes tels que les amas de galaxies aient des profils "piqués" tandis que les galaxies naines devraient avoir des "cœurs". Cette relaxation semble être la conséquence des effets collectifs ou des interactions "particule-onde" (similaire au mécanisme de Landau), réexcités par des fusions successives. Des résultats similaires ont été obtenus à la fois par Ricotti (2003), qui a réalisé des simulations à N corps à différentes échelles et conclue que les galaxies naines possédaient des profils de densité moins pentus que les amas, et par Roy & Perez (2004), qui ont montré que les profils de densité d'équilibre obtenus à la fin de l'évolution de l'effondrement de systèmes auto-gravitant, sont ajustés soit par des polytropes de degrés supérieurs (model de Plummer⁴ par exemple), soit par une sphère isotherme non singulière.

Les pics centraux de densité dans les simulations peuvent aussi être compris comme une conséquence de l'afflux de matière de faible entropie et contenant par conséquent des informations sur l'entropie résiduelle des particules de DM. En fait, les simulations de grande résolution de halos de DM de type "galaxie" indiquent une augmentation de la densité de l'espace de phase de gros grains Q (définie comme étant le rapport entre la densité et le cube de la dispersion des vitesses à une dimension dans un volume fini, soit $Q = \rho/\sigma^3$) en direction du centre (Taylor & Navarro 2001). Des résultats similaires ont été obtenus par Rasia, Tormen & Moscardini (2004), qui ont

²coarse-grained distribution function.

³fine-grained distribution function.

⁴voir l'expression 5.16.

déduit une variation en loi de puissance, $Q \propto r^{-\beta}$, pour des halos de type amas, avec β très proche des valeurs trouvées par Taylor & Navarro (2001), à savoir $\beta \approx 1.87$.

Les halos massifs sont formés par une accréation continue de matière et par d'éventuelles fusions. Après un épisode de fusion, le halo résultant n'est pas en équilibre, mais après quelques échelles de temps dynamique ($t_{dyn} \sim (G\bar{\rho})^{-1/2}$), le potentiel gravitationnel devient presque régulier. La relaxation violente produit un système plus relaxé (Tremaine, Hénon & Lynden-Bell 1986), réduisant la valeur de la DF de gros grains pour laquelle Q est un estimateur. Des analyses de la densité de l'espace de phase du cœur de certains objets célestes (galaxies naines voisines, galaxies naines possédant une vitesse de rotation élevée, galaxies avec une surface de brillance faible ou encore amas de galaxies) suggèrent que $Q \propto \sigma^{-n}$, avec $n \sim 3-4$ (Dalcanton & Hogan 2001).

Dans de ce chapitre, nous allons nous intéresser principalement à l'évolution de la densité de phase du cœur des halos de DM. En particulier, nous nous focaliserons sur le rôle du processus d'accréation/fusion qui affecte la relaxation dynamique des halos de DM et qui mène à des structures caractérisées par une entropie plus élevée, ou de façon équivalente, avec une densité de phase Q plus faible. Ensuite, nous étudierons des halos individuels dans le but de détailler les bouleversements qui s'opèrent dans la densité de phase lorsque des évènements de fusion se produisent.

Précisons, pour finir, que nous avons eu la possibilité de mener en parallèle le même type d'étude en étudiant des halos issus d'un modèle WDM. Pour ce faire, une simulation identique à celle décrite en 2.2 a été réalisée mais en utilisant un spectre de puissance $P(k) = AkT_{cdm}^2(k)T_{wdm}^2(k)$. La fonction de transfert T_{wdm} adoptée pour la matière noire "tiède" est donnée par Bode, Ostriker et Turok (2001) :

$$T_{wdm}(k) = [1 + (\alpha k)^{2.4}]^{-25/6} \quad (3.1)$$

où $\alpha = 0.102$ pour les particules WDM ayant une masse de 0.5 keV et k est en hMpc^{-1} .

Dans ce cas précis, nous avons sélectionné, entre $3.5 \geq z \geq 0$, 216 halos qui ont subi au moins une importante fusion au cours de leur existence tandis que 334 halos ont accréé de la matière de façon plus régulière. Enfin, seuls 5 halos ont pu être suivis dans l'intervalle $10 \geq z \geq 0$.

3.2 Evolution du viriel

3.2.1 Définition

D'après le théorème du viriel, un système est en équilibre dynamique lorsque l'énergie cinétique T est égale à la moitié de l'énergie potentielle W . Ce résultat est en fait une simple conséquence du principe fondamental de la dynamique. Il existe de nombreuses façons de démontrer la relation du viriel. Considérons l'approche à N corps qui est plus en accord avec notre étude.

Soit un système composé de N particules. Le principe fondamental de la dynamique pour la particule i s'écrit alors :

$$m_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = - \sum_j^N G m_i m_j \frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^3} \quad (3.2)$$

En multipliant par \vec{r}_i et en sommant sur toutes les masses i , on obtient :

$$\sum_i^N \vec{r}_i m_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = - \sum_i^N \sum_j^N G m_i m_j \frac{\vec{r}_i (\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^3} \quad (3.3)$$

En remarquant que (par échange des indices muets) :

$$- \sum_i^N \sum_j^N G m_i m_j \frac{\vec{r}_i (\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^3} = - \sum_i^N \sum_j^N G m_i m_j \frac{\vec{r}_j (\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} \quad (3.4)$$

il vient alors :

$$\begin{aligned} 2 \sum_i^N \sum_j^N G m_i m_j \frac{\vec{r}_i (\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^3} &= \sum_i^N \sum_j^N G m_i m_j \left[\frac{\vec{r}_i (\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^3} + \frac{\vec{r}_j (\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^3} \right] \\ &= \sum_i^N \sum_j^N G m_i m_j \frac{(\vec{r}_i - \vec{r}_j)^2}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^3} \\ &= \sum_i^N \sum_j^N \frac{G m_i m_j}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|} \end{aligned} \quad (3.5)$$

De même :

$$\frac{d^2}{dt^2} (\vec{r}_i^2) = 2 \left(\frac{d \vec{r}_i}{dt} \right)^2 + 2 \vec{r}_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} \quad (3.6)$$

En remplaçant les expressions (3.5) et (3.6) dans (3.3), on obtient :

$$\sum_i^N m_i \left(\frac{d \vec{r}_i}{dt} \right)^2 - \frac{1}{2} \sum_i^N \sum_j^N \frac{G m_i m_j}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|} = \frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2} \left(\sum_i^N m_i \vec{r}_i^2 \right) \quad (3.7)$$

Le premier terme de gauche correspond au double de l'énergie cinétique T et le terme suivant à l'énergie potentielle W . Le terme de droite correspond à la dérivée seconde du moment d'inertie I . On obtient ainsi une équation plus connue sous le nom d'équation de Lagrange-Jacobi :

$$2T + W = \frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dt^2} \quad (3.8)$$

Si le système est en équilibre, alors le terme de droite est identiquement nul. On en déduit alors la relation du viriel :

$$\boxed{2T + W = 0} \quad (3.9)$$

3.2.2 Halos isolés

Dans cette section, on s'intéresse à l'évolution du rapport du viriel r_v ($r_v = 2T/W$) lorsque notre étude est portée sur des cas individuels de halos. La figure 3.1 montre l'évolution de la masse, du rapport du viriel, de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle pour trois halos donnés. Deux d'entre-eux appartiennent au modèles CDM (deux premières colonnes) tandis que le troisième appartient au modèle WDM (colonne de droite). Le premier exemple accréte de la matière de façon continue et régulière alors que les deux autres rencontrent des fusions importantes.

Plusieurs remarques peuvent être faites. Premièrement, il semble qu'au début de cette étude ($z = 10.0$), les halos ne sont pas encore à l'équilibre puisque le rapport du viriel r_v est de l'ordre de 1.4. En fait, seul le halo du premier exemple s'approche d'un état d'équilibre de façon asymptotique qu'aux temps présents ($z = 0$) puisque $|r_v - 1| < 0.1$. Ensuite, l'évolution du rapport du viriel dépend fortement du taux d'accrétion. Ceci est observé très nettement dans les exemples 2 et 3 où chaque augmentation brutale de la masse provoque un pic dans l'évolution du viriel mais aussi dans celles des énergies cinétiques et potentielles, comme on s'y attendait.

3.2.3 Echantillons de halos

Considérons maintenant l'évolution du viriel de façon statistique. Pour cela, nous avons procédé de la même façon que dans le chapitre précédent pour l'étude de la masse ou du moment cinétique des halos. Nous avons donc au préalable déterminé les distributions du rapport du viriel et les paramètres spécifiques (moyenne, médiane, écart-type...). Les deux graphiques du haut de la figure 3.2 montrent l'évolution de r_v pour les halos des catalogues d'accrétion et de fusion. Sur le graphique du bas, on a représenté cette même évolution lorsque tous les halos sont pris en compte et pour les deux types de modèles (CDM et WDM).

Il est intéressant de noter, dans le cas du modèle CDM, que les variations temporelles de r_v suivent des lois de puissance à savoir :

$$r_v \propto \begin{cases} (tH_0)^{-0.143} & \text{Accretion} \\ (tH_0)^{-0.096} & \text{Fusion} \\ (tH_0)^{-0.123} & \text{Total} \end{cases} \quad (3.10)$$

Nous constatons tout d'abord que les halos issus du modèle WDM ont en moyenne un rapport du viriel plus élevé que ceux du modèle CDM. D'autre part, les halos ayant subi une fusion

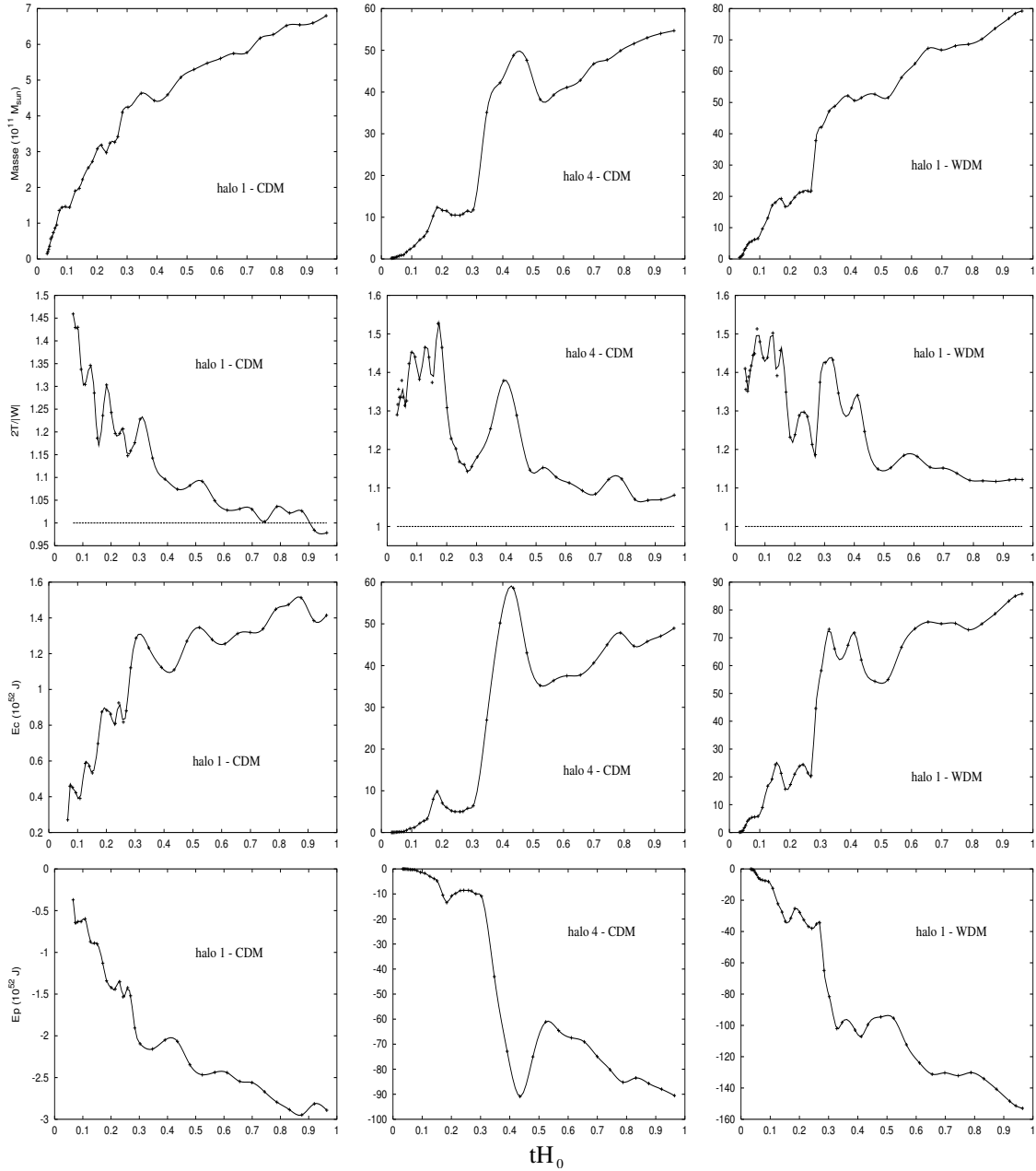


FIG. 3.1 – Evolutions temporelles de la masse (première ligne), du rapport du viriel (deuxième ligne), de l'énergie cinétique (troisième ligne) et de l'énergie potentielle (dernière ligne) pour deux halos CDM (à gauche et au centre) et pour un halo WDM (à droite).

importante au cours de leur existence ont en moyenne un rapport du viriel supérieur à 1 à $z = 0$ tandis que les halos qui se sont développés sous une accrétion de matière plus modérée ont un rapport du viriel inférieur à 1. Cependant, la moyenne des deux catalogues est très proche de 1 ce qui indique que la plupart des halos sont très proches de leur état d'équilibre à $z = 0$. Pour expliquer un tel comportement, on peut étudier par exemple la corrélation qui existe entre le

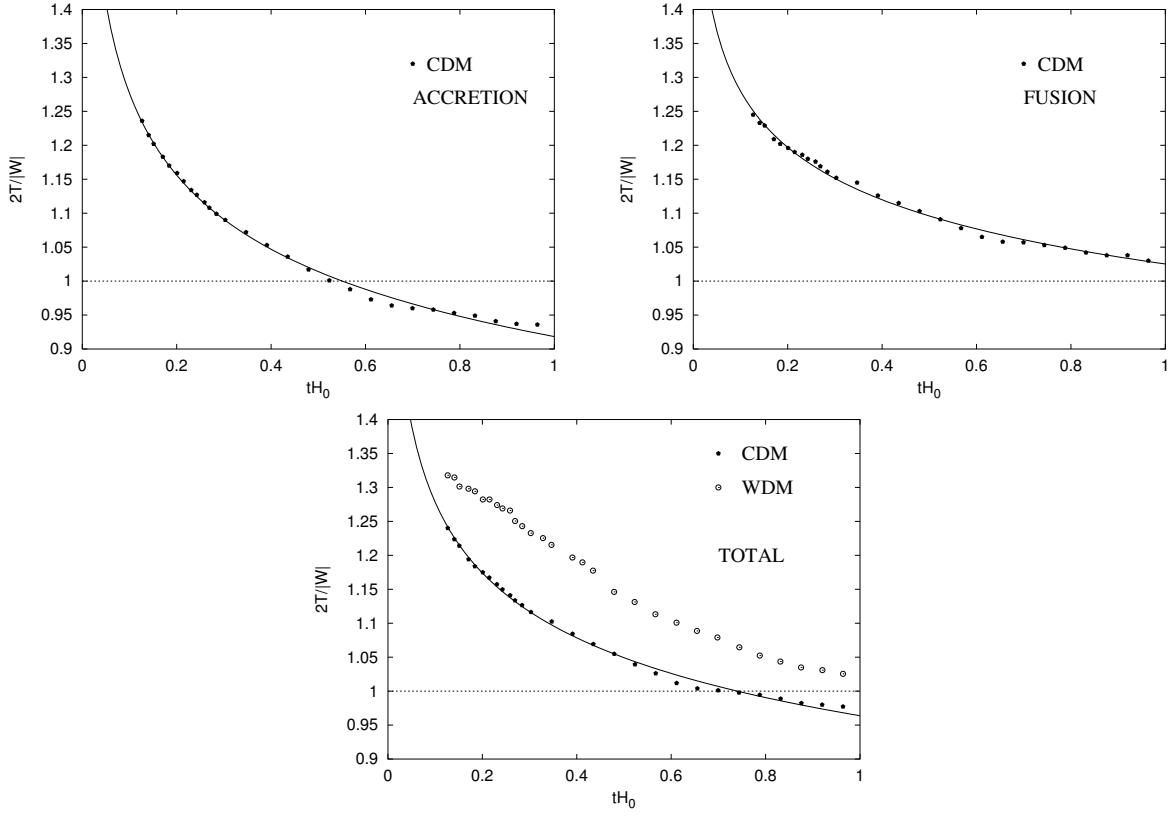


FIG. 3.2 – Evolution du rapport du viriel pour les halos appartenant soit au catalogue de l'accrétion (en haut à gauche), soit à celui de la fusion (en haut à droite). Le graphique du bas montre cette même évolution lorsque tous les halos CDM et WDM sont pris en compte.

rapport du viriel et la masse des halos CDM. D'après la figure 3.3, il semble que plus un halo est massif et plus son rapport du viriel a tendance à être élevé. Ceci peut expliquer les résultats observés précédemment, puisque les halos du catalogue d'accrétion ont en moyenne une masse plus faible que ceux qui ont connu des fusions au cours de leur histoire (voir section 2.3). De même, les halos WDM sont en moyenne plus massifs que les halos CDM puisque c'est en particulier aux petites échelles que la fonction de transfert T_{WDM} intervient. Le résultat obtenu sur la figure 3.3 suggère donc que les halos de faible masse sont encore dans une phase d'effondrement.

3.3 Evolution de la densité de l'espace de phase

3.3.1 Quelques notions

Il est possible de caractériser des systèmes auto-gravitants par leur masse par volume de l'espace de phase, ou en d'autres termes, par leur densité dans l'espace de phase soit :

$$Q = \frac{\rho}{\sigma^3} \quad (3.11)$$

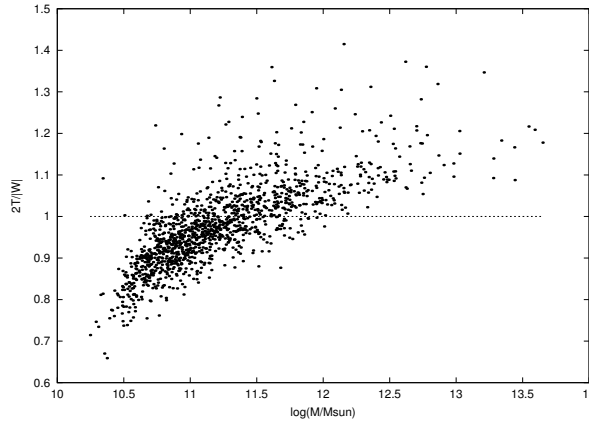


FIG. 3.3 – Les variations du rapport du viriel en fonction de la masse des halos. Ici, les deux catalogues (accrétion+fusion) sont considérés.

où ρ est la densité et σ la densité des vitesses du système. Pour un gaz non collisionnel et non dissipatif, la valeur limite de Q sur une région infinitésimale correspond à la DF de petits grains. Cette quantité n'est pas mesurable. Par contre, si on utilise des volumes finis, la densité de phase "macroscopique", que l'on réfère à la DF de gros grains, admet une valeur maximale qui ne peut pas être plus grande que la valeur maximale de la distribution de la densité de l'espace de phase de petits grains (Lynden-Bell 1967). Lors de processus de fusion, la matière accrétée va progressivement se diluer dans l'espace de phase. Dans ce contexte, la densité de l'espace de phase de gros grains ne peut que décroître puisque l'évolution du système consiste en multiples distorsions de l'espace (Lynden-Bell 1967). Ceci est relié à une augmentation de l'entropie S et pour un gaz uniforme idéal composé de N particules :

$$S = -kN[\ln(Q) + A] \quad (3.12)$$

où k est la constante de Boltzmann et A une constante.

D'après le théorème de Liouville qui s'applique à des systèmes non-dissipatifs, tels que la matière noire, le volume de l'espace de phase est conservé. De plus, des simulations numériques de grande résolution ont montré qu'il existait un gradient de la valeur de Q à l'intérieur des halos de DM (Taylor & Navarro 2001 ; Rasia, Tormen & Moscardi 2004) : la valeur de Q s'avère plus élevée dans les régions centrales des halos que dans les régions périphériques. Cela suggère, d'une manière équivalente, que l'entropie est plus faible au centre des halos. Ainsi, la valeur de Q au cœur doit être plus proche de la valeur de la densité de l'espace de phase primordiale, qui représente la valeur maximale. Pour cette raison, nous nous focaliserons sur l'étude du cœur des halos de DM par la suite.

La valeur maximale de Q peut alors permettre de poser des contraintes sur la masse des particules élémentaires constituant la DM. En effet, quand les particules sont couplées au plasma cosmique, leur distribution de l'impulsion doit suivre une distribution d'équilibre thermique, soit

de Bose-Einstein soit de Fermi-Dirac selon la nature des particules. Si nous supposons que les particules de DM sont des fermions, leur densité n est :

$$n = \frac{4\pi g}{h^3} \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{e^{E/kT} + 1} \quad (3.13)$$

où p est l'impulsion, T la température, E l'énergie totale et g le degré de liberté. Le potentiel chimique μ est nul puisque la densité de particule de DM et des anti-particules sont égales.

Si on considère le cas relativiste, alors $E \simeq pc$. Soit m la masse d'une particule de DM. La densité de matière ρ s'écrit :

$$\rho = mn = \frac{4\pi gm(kT)^3}{(hc)^3} \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x + 1} \quad (3.14)$$

Or, l'intégrale précédente est connue :

$$\int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x + 1} = \frac{3}{4} \Gamma(3) \zeta(3) \quad (3.15)$$

où $\Gamma(x)$ est la fonction Gamma d'Euler et $\zeta(x)$ la fonction Zeta de Riemann. Puisque $\Gamma(3) \simeq 1.02$, l'expression de la densité devient :

$$\rho = \frac{3g}{4\pi^2} \zeta(3) \frac{m^4 c^6}{(y\hbar c)^3} \quad (3.16)$$

La pression P s'écrit quant à elle :

$$P = \frac{7\pi^2}{360} \frac{(kT)^4}{(\hbar c)^3} g \quad (3.17)$$

Enfin, considérons l'expression de la densité de l'espace de phase Q . Puisque P est relié à la dispersion des vitesses σ par $P = \rho\sigma^2$, alors $Q = \rho^{5/2}/P^{3/2}$. En utilisant alors les expressions (3.16) et (3.17), il vient après quelques lignes de calculs :

$$Q \simeq 3.46 \times 10^9 g m_{MeV}^4 y^{-3/2} M_\odot pc^{-3} (km/s)^{-3} \quad (3.18)$$

Considérons la quantité Q en une seule dimension pour comparer avec les observations. Nous obtenons :

$$Q_{1D} \simeq 1.8 \times 10^{10} g m_{MeV}^4 y^{-3/2} M_\odot pc^{-3} (km/s)^{-3} \quad (3.19)$$

Dans le cas relativiste, on suppose qu'au moment du découplage, $y \sim 1$. D'autre part, la valeur maximale Q_{max} a été observée dans les galaxies naines. Elle est de l'ordre de $Q_{max} \simeq 10^{-4} M_\odot pc^{-3} (km/s)^{-3}$ (voir la figure 3.10). On en déduit que :

$$\boxed{m > 0.27 \text{ keV}/g^{1/4}} \quad (3.20)$$

Un calcul similaire dans le cas où les particules se découplent lorsque $mc^2 \gg kT$ (non relativiste) mène à :

$$\begin{aligned} Q &\simeq \frac{gm^4}{(6\pi)^{3/2}\hbar^3} e^{-y}, \\ &\simeq 2.20 \times 10^7 g m_{MeV}^4 e^{-y} M_{\odot} pc^{-3} (km/s)^{-3} \end{aligned} \quad (3.21)$$

avec $y = (mc^2)/(kT)$. Nous verrons au cours du chapitre V que, dans ce cas précis, $y \sim 25$. Alors :

$$\boxed{m > 0.75 \text{ MeV}/g^{1/4}} \quad (3.22)$$

Dans la section qui suit, nous allons étudier l'évolution de la densité de phase dans le but d'estimer à quelle degré le processus d'accrétion affecte le mécanisme de la relaxation qui mène les halos vers un état d'équilibre. D'autre part, Nous nous intéressons tout particulièrement aux relations d'échelle que l'on peut obtenir par nos simulations.

3.3.2 Détermination de la densité de l'espace de phase

Pour chaque halo d'un redshift donné, la valeur de Q est calculée à l'aide la procédure suivante. Premièrement, on définit le centre du halo comme étant la position coïncidente avec la position de la particule la plus liée. Nous préférons cette définition plutôt que celle du centre de masse du système. En effet, lorsque deux halos de masse comparable sont en train de fusionner, le centre de masse se situe entre les deux halos ce qui n'est pas représentatif de la région centrale. Dans un deuxième temps, on calcule le rayon gravitationnel $r_g = GM^2/|W|$, où W est à nouveau l'énergie gravitationnelle totale du système. Nous sélectionnons alors toutes les particules à l'intérieur de la sphère de rayon r_* dont la valeur est fixée à 10% du rayon gravitationnel. Ce rayon a été choisi de façon à inclure un nombre de particules suffisant pour estimer à la fois la densité et la dispersion des vitesses tout en étant représentatif de la région centrale du halo. Ensuite, plutôt que d'évaluer la densité du cœur par une simple moyenne ($\rho_c = 3mN_c/4\pi r_*^3$), nous avons déterminé la densité ρ_i à la position de chaque particule sélectionnée en utilisant la technique de tessellation de Voronoi et ceci dans le but d'augmenter la résolution dans l'estimation de la densité, lorsque le nombre de particules est faible. Dans cette procédure, l'espace est divisé en cellules polyédrales centrées sur chaque particule, dont les faces sont définies pour inclure tous les points les plus proches de chaque centre. La figure 3.4 illustre le découpage de l'espace en deux dimensions par cette technique.

La densité d'une cellule est alors simplement la masse de la particule divisée par le volume de cette cellule. Pour calculer de tels volumes, nous avons utilisé le code publique QHULL⁵. Enfin, la densité du cœur est estimé à partir de $\rho_c = (1/N_c) \sum_i^{N_c} \rho_i$ et la dispersion des vitesses 1-D par $\sigma = \sqrt{(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2)/3}$. On se place ici dans le cas à une dimension pour comparer nos résultats

⁵<http://www.geom.umn.edu/software/qhull/>

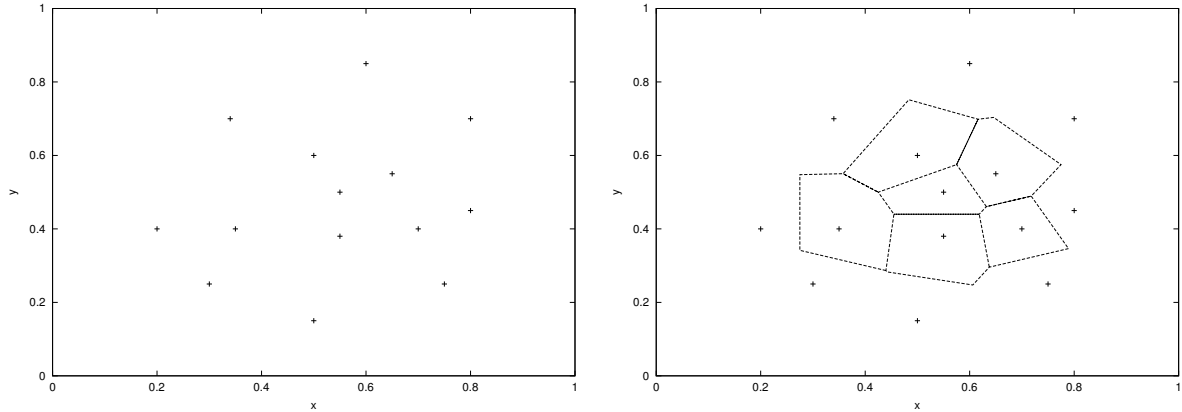


FIG. 3.4 – Découpage de l'espace par la technique de tessellation de Voronoi. Chaque cellule représente l'ensemble des points les plus proches d'une particule considérée. Nous avons ici représenté uniquement les cellules de volume fini.

avec d'éventuelles observations.

3.3.3 Les relations d'échelle

On s'intéresse dans cette section aux relations d'échelle que l'on peut obtenir à partir de nos données numériques. Etudions tout d'abord la relation qui lie le facteur de la densité de phase Q à la dispersion des vitesses des halos.

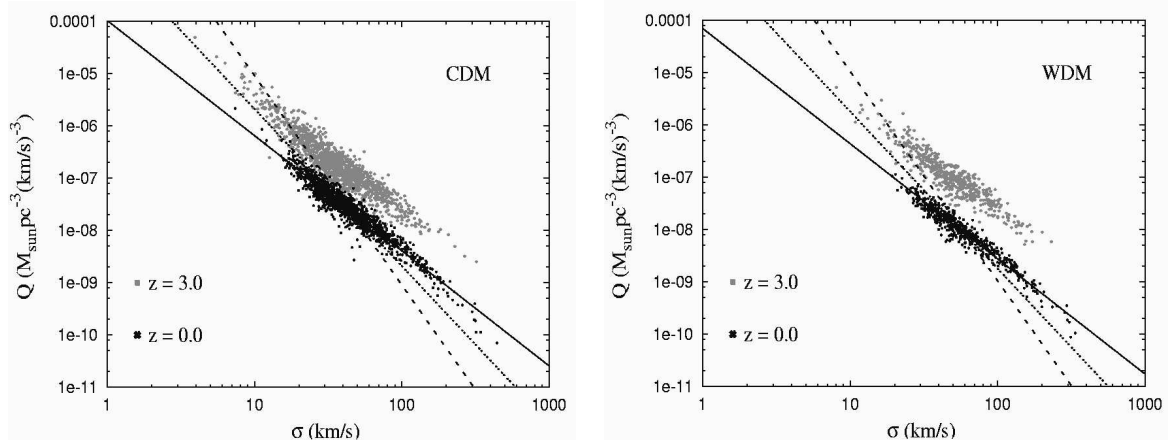


FIG. 3.5 – Densité de phase Q pour les halos des deux catalogues en fonction de la dispersion des vitesses σ (1 dimension) pour le modèle CDM (à gauche) et le modèle WDM (à droite).

Sur la figure 3.5, la densité de phase Q pour les halos les modèles CDM et WDM est représentée en fonction de la dispersion des vitesses (1 dimension) à $z = 3.0$ et at $z = 0$. En ce qui concerne le modèle CDM, les meilleurs ajustements aux données indiquent que :

$$Q_{CDM} \propto \begin{cases} \sigma^{-2.08} & \text{pour } z = 3.0 \\ \sigma^{-2.16} & \text{pour } z = 0.0 \end{cases} \quad (3.23)$$

Il n'y a pas de grand changement dans l'exposant n ($Q \propto \sigma^{-n}$) lorsqu'on change la définition de r_* . En effet, à $z = 0$ par exemple, $n = 2.23$ et $n = 2.18$ si la valeur de r_* est divisée par deux ou multipliée par deux respectivement.

Les halos issus du modèle WDM ont en moyenne systématiquement un rapport du viriel plus élevé que ceux issus du modèle CDM, ce qui signifie qu'ils sont moins relaxés. Malgré cela, il n'y a pas de véritables différences à noter dans le diagramme $Q-\sigma$ entre les deux modèles cosmologiques puisque l'on a obtenu des relations d'échelle comparables à celles trouvées pour le modèle CDM à savoir :

$$Q_{WDM} \propto \begin{cases} \sigma^{-1.96} & \text{pour } z = 3.0 \\ \sigma^{-2.13} & \text{pour } z = 0.0 \end{cases} \quad (3.24)$$

Deux points doivent être considérés ici. Premièrement, l'exposant de la relation d'échelle $Q \propto \sigma^{-n}$ déduit de nos simulations est plus faible que les valeurs attendues à partir d'un modèle simple développé par Dalcanton & Hogan (2001), à savoir $n \approx 3$. Nous reviendrons sur ce point dans la section 3.3.5. Deuxièmement, à mesure que les halos évoluent entre $z = 3$ et $z = 0$, la relation $Q-\sigma$ devient significativement plus faible et la dispersion semble aussi diminuer. En effet, pour une dispersion donnée des vitesses, la valeur de Q diminue d'un facteur 4 entre $z = 3$ et $z = 0$. Les halos présents à $z = 0$ sont donc plus relaxés que ceux à $z = 3.0$.

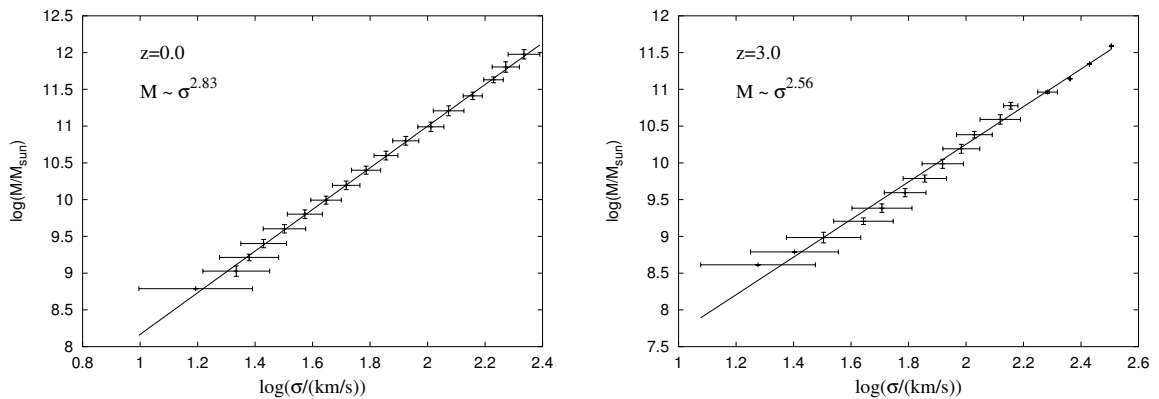


FIG. 3.6 – Variations entre la masse et la dispersion des vitesses de la région centrale pour les halos de nos deux catalogues (accrétion+fusion). Les meilleurs ajustements obtenus suggèrent qu'en moyenne $M \sim \sigma^{8/3}$.

Il est aussi intéressant de noter que l'exposant n trouvé à partir de nos simulations peut être compris d'après les considérations suivantes : d'après les données de nos catalogues, les halos

acquièrent continuellement de la masse et évoluent selon la relation d'échelle $M \propto \sigma^{8/3}$ (voir Fig. 3.6). S'ils évoluent aussi dans un état proche de l'équilibre dans l'intervalle de redshifts étudiés, alors la relation $\sigma^2 \propto M/R$ peut être obtenue (voir section 2.2.2). Puisque $M \propto \rho R^3$ nous obtenons alors $Q \propto \sigma^{-7/3}$, qui est en bon accord avec nos résultats.

Il est aussi important de souligner ici que lors de la phase initiale de formation des halos, les particules ont une vitesse d'agitation faible. Les mouvements aléatoires alors induits, présents lorsque la simulation débute, ne sont qu'une conséquence du "réchauffement" gravitationnel par les fluctuations de densité primordiale. Ainsi, si les relations d'échelle peuvent être vérifiées par les simulations, ce n'est certainement pas le cas de la normalisation de la densité de l'espace de phase initiale.

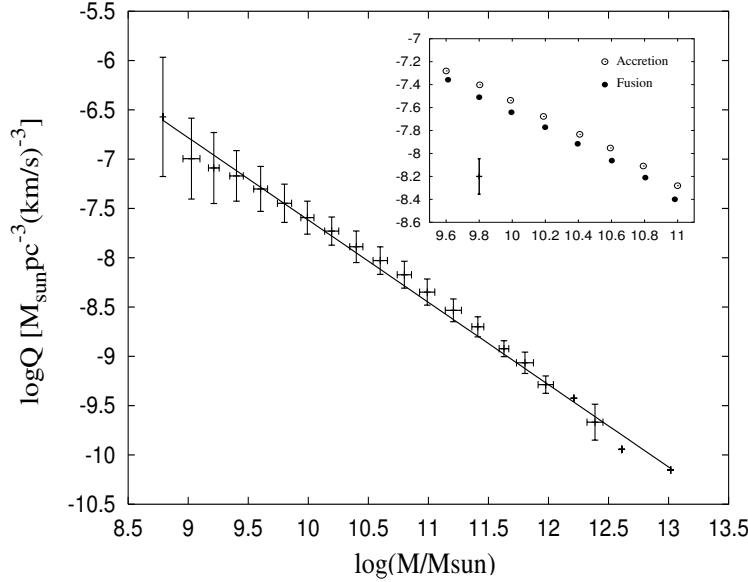


FIG. 3.7 – L'évolution de Q en fonction de la masse du cœur des halos. Nous avons représenté le meilleur ajustement ($Q \sim M^{-0.83}$). Le petit panneau montre le même graphique mais en séparant les halos des deux catalogues. Une valeur typique de la dispersion de Q est représentée par la barre verticale.

Considérons maintenant l'évolution de Q en fonction de la masse du cœur des halos. Cette évolution est représentée sur la figure 3.7 à $z = 0$, dans le cas uniquement du modèle CDM, puisque les résultats obtenus pour le modèle WDM sont similaires. Des intervalles logarithmiques de pas constants $\Delta \log(M/M_\odot) \sim 0.20$ ont été utilisés ici pour une meilleure lisibilité des données. Nous avons étudié les deux catalogues de halos pris séparément ainsi que le cas où tous les halos sont pris en compte. Nous avons obtenu les relations suivantes :

$$Q \propto \begin{cases} M^{-0.80} & \text{Accretion} \\ M^{-0.82} & \text{Fusion} \\ M^{-0.83} & \text{Total} \end{cases} \quad (3.25)$$

Nous remarquons que pour un intervalle de masse donnée, les halos qui ont connu au moins une importante fusion dans leur évolution ont une valeur de Q plus faible, indiquant qu'ils sont plus relaxés. Si on utilise à nouveau la loi empirique obtenue à partir de nos données, $M \propto \sigma^{8/3}$, et en supposant que les halos étudiés évoluent dans un état proche de l'équilibre, alors nous obtenons $Q \propto M^{-7/8}$, en bon accord avec les relations d'échelle obtenues.

Toutefois, la relation d'échelle $Q \propto \sigma^{-2.2}$ doit être considérée de façon purement statistique et ne peut pas être considérée comme totalement satisfaisante pour décrire l'évolution d'un halo particulier, qui dépend de l'histoire de l'accrétion de matière. Ceci fait d'ailleurs l'objet de la section suivante.

3.3.4 Halos individuels

Maintenant, pour comprendre le comportement primordial de la DF de gros grains (mesurée par Q), 43 halos de DM froide et 5 halos de DM tiède dans un intervalle de masse $M \sim 10^{11-12} M_\odot$ ont été suivis entre $z = 10$ et $z = 0$. Pour chacun de ces halos, nous avons évalué la densité de l'espace de phase Q , la densité du cœur ρ_c et la dispersion des vitesses σ en fonction du temps. Quelques exemples typiques sont dévoilés sur la figure 3.8, où l'évolution de ces derniers paramètres pour trois halos individuels (2 CDM et 1 WDM) est montrée.

D'après la figure 3.8, à mesure qu'ils accrètent de la matière, les halos se rapprochent d'un état d'équilibre dynamique. D'une part, leur rayon gravitationnel augmente de façon continue en conséquence de quoi la densité du cœur ρ_c décroît en moyenne d'un ordre de grandeur dans l'intervalle $0 \leq z \leq 10$, pour les halos dans l'intervalle de masse considéré. D'autre part, de $z = 10$ à $z \sim 6.5$, on note une augmentation rapide de la dispersion des vitesses, associée au processus de relaxation, suivie d'une phase de lent "réchauffement". Dans l'évolution primordiale, un important transfert du mouvement d'ensemble des particules au profit de mouvements aléatoires se produit à cause des effets collectifs. Ce processus de relaxation réduit considérablement la densité de phase dans une période de temps relativement courte. Q décroît en moyenne par un facteur 40 dans un temps de 0.5 Gyr tandis que dans la phase suivante, qui dure environ 13 Gyr, la densité de l'espace de phase décroît d'un facteur 20, probablement à cause des mécanismes de mélange induits par l'accrétion de matière, comme nous le verrons dans la section 3.4.

Les effets du "réchauffement" dans les variations de la densité de l'espace de phase peuvent être clairement observés en comparant les dérivées temporelles de Q et σ . En effet, la dérivée temporelle de la dispersion des vitesses admet en général des pics très nets qui sont synonymes de phase de rapide "réchauffement". Le premier et principal pic est associé à la redistribution du mouvement d'ensemble initial (radial) des particules en mouvements transverses ("First shell crossing"). Quant aux autres, ils correspondent aux phénomènes de fusion et l'amplitude de ces pics secondaires dépend alors de la masse des satellites capturés. Ces événements provoquent de soudaines décroissances de la DF de gros grains et, par conséquent, un système plus relaxé avec une plus grande entropie. Sur la figure 3.9, nous montrons trois exemples de halos de DM "froide"

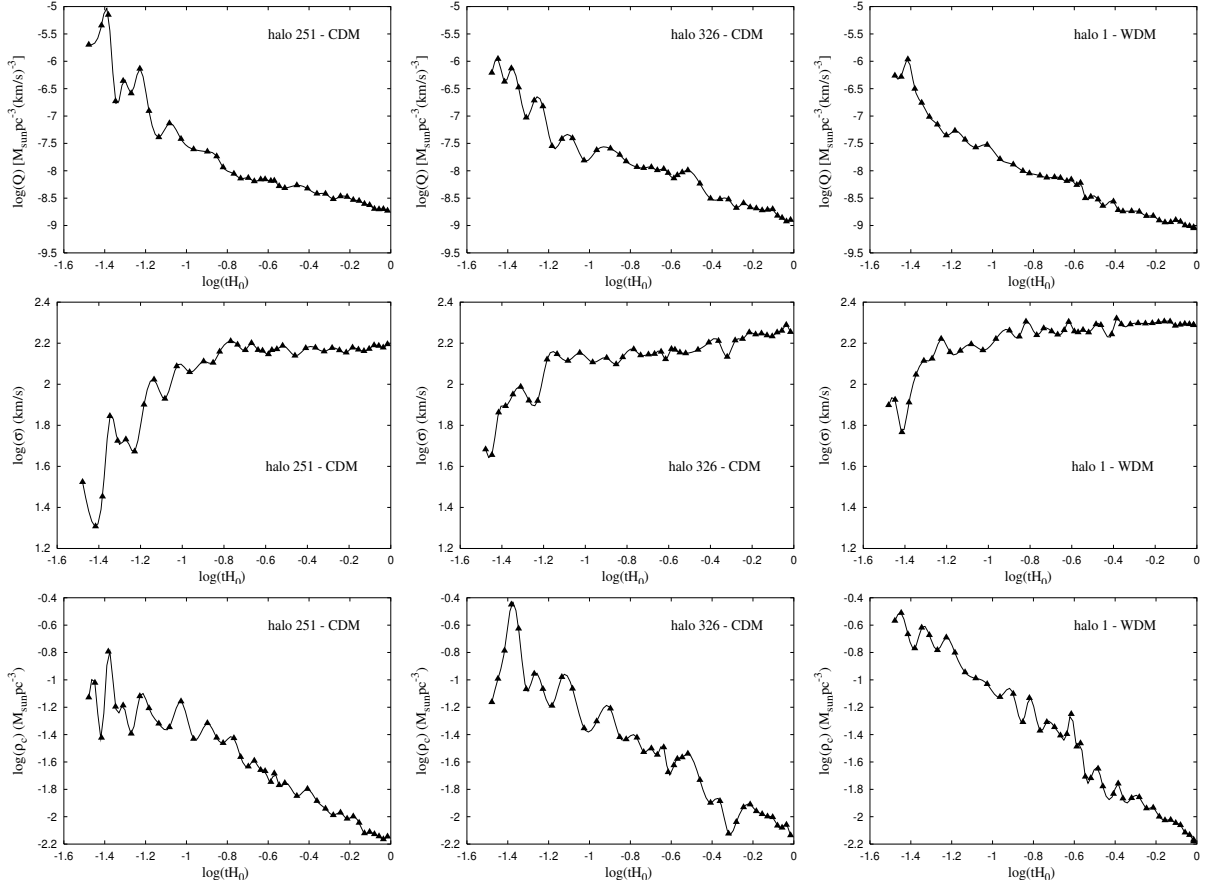


FIG. 3.8 – Evolutions de Q , σ et ρ_c pour trois halos de $z = 10$ à $z = 0$. Les graphiques des deux premières colonnes concernent les halos provenant du modèle CDM tandis que les courbes de la troisième colonne sont relatives au modèle WDM.

où l'évolution de la dispersion des vitesses est clairement anti-corrélée avec les variations de Q .

3.3.5 Confrontations aux observations

Dalcaton & Hogan (2001) ont proposé un modèle simple pour expliquer les données observationnelles présentées sur la figure 3.10. Nous allons tout d'abord en reprendre les grandes lignes. Ce modèle consiste à étudier un halo de masse M_1 qui accréte un petit halo de masse M_2 pour former une structure de masse M_3 . Si on prend $M_2 = \epsilon M_1$, alors $M_3 = (1 + \epsilon)M_1$. Maintenant, si on suppose que l'objet 2 est complètement détruit à cause des forces de marée, il va se diffuser dans le halo principal et ce mélange intervient à $\rho_1 \approx \rho_2$. Cela implique alors que la densité dans l'espace de phase demeure constante après la capture d'un satellite de faible masse. Ainsi si la densité est constante, il y a une augmentation du volume $R_3 = R_1(1 + \epsilon)^{1/3}$. Maintenant, si l'on suppose qu'on est proche de l'équilibre ($\sigma^2 = M/R$) il en résulte que $\sigma_3 = \sigma_1(1 + \epsilon)^{1/3}$.

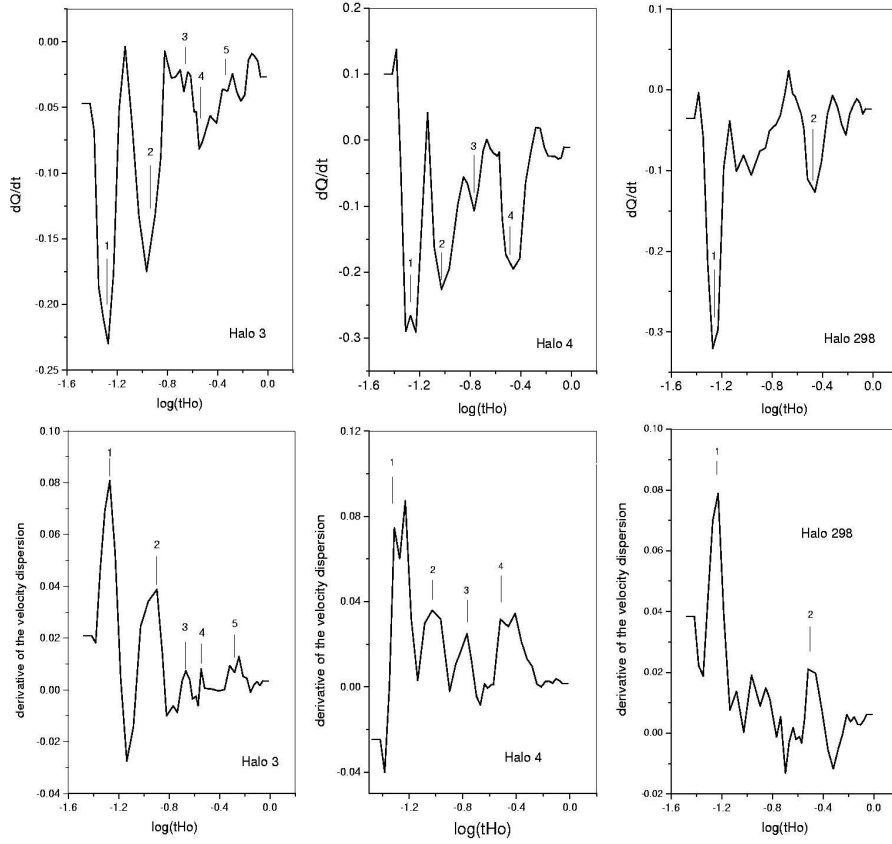


FIG. 3.9 – Evolution de la dérivée par rapport au temps de Q et de la dispersion des vitesses pour trois halos du modèle CDM. Le premier évènement marqué en 1 correspond en général au "first shell crossing" tandis que les autres correspondent à des phases de fusion.

Finalement, $Q_3 = M_3/\sigma_3^3 R_3^3 = Q_1(1 + \epsilon)^{-1}$ et par conséquent :

$$Q \propto M^{-1} \propto \sigma^{-3} \propto R^{-3} \quad (3.26)$$

Nous avons représenté sur le diagramme de Dalcanton & Hogan (2001) (voir la figure 3.10) notre relation d'échelle obtenue par nos simulations pour le modèle CDM. On observe un écart entre la valeur de Q dérivée de nos simulations (modèle CDM) et celle observée dans les galaxies de faible masse. Une telle différence, à notre avis, est due au fait que dans ces objets, les régions centrales sont dominées par la matière baryonique ce qui n'est pas le cas des amas de galaxies.

A noter qu'une relation d'échelle proche de $Q \propto \sigma^{-3}$ a été obtenue à partir de simulations cosmologiques par Davé et al. (2001) pour la DM non collisionnelle et aussi collisionnelle (SIDM). Les résultats pour le modèle SIDM est inattendu puisque au cours des évènements de fusion, la densité de matière accrétée devrait s'élever pour atteindre l'équilibre de pression locale. Par conséquent, la fusion des halos SIDM devrait se produire à des valeurs de Q constantes plutôt que des densités constantes.

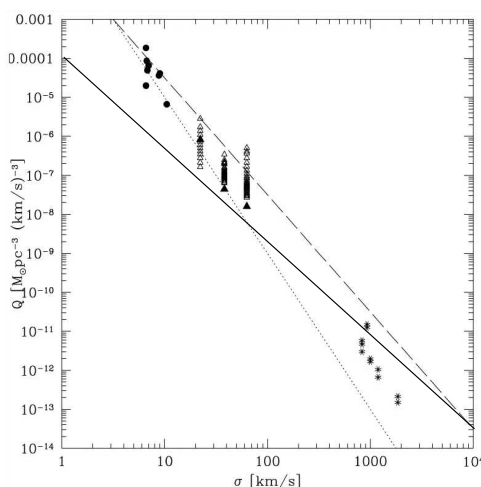


FIG. 3.10 – Densités de l’espace de phase à l’intérieur d’un rayon de cœur approximatif en fonction de la dispersion des vitesses de différents systèmes. Les seules données qui nous intéressent ici sont les ronds noirs, relatifs à des galaxies naines sphéroïdales, les triangles noirs pour des galaxies naines possédant une vitesse de rotation élevée (DDO 154, NGC 247 et NGC 3109) et enfin les astérisques qui correspondent à des amas (les points ayant la même dispersion des vitesses représentent différentes déterminations de la masse pour le même amas). La ligne continue représente la relation obtenue par nos simulations pour le modèle CDM (voir la figure 3.5) tandis que les droites en pointillé et en tireté représentent respectivement $Q \sim \sigma^{-4}$ et $Q \sim \sigma^{-3}$. Ce graphique est tiré de (Dalcanton & Hogan 2001).

3.4 Effets de mélange au cours de fusions

Les halos de DM accrètent de la matière de façon continue et d’une façon plus ou moins violente (voir section 2.3). Ce processus affecte bien évidemment leur état d’équilibre et contribue à diminuer leur densité de l’espace de phase Q .

Dans cette section, nous allons analyser certains cas de fusions importantes dans lesquelles les nombres de particules à la fois du halo principal et du satellite accrété sont suffisamment élevés pour permettre une étude adéquate du processus de mélange dans l’espace des vitesses. Ces exemples nous permettent, entre-autres, d’estimer l’échelle de temps caractéristique du processus.

3.4.1 Exemple 1

Le premier exemple consiste en un halo principal de masse $4.0 \times 10^{12} M_{\odot}$ qui a capturé deux satellites (à $z = 0.92$) dont les masses sont respectivement égales à $1.6 \times 10^{11} M_{\odot}$ et $2.8 \times 10^{11} M_{\odot}$. Les orbites de chaque satellite sont représentées sur la figure 3.11. La trajectoire du centre de masse du satellite 1 est représentée à la fois dans le plan orbital et transverse, afin de vérifier que la trajectoire de ce satellite est bien plane. Quant au satellite 2, sa trajectoire est uniquement représentée dans le plan orbital jusqu’à $z = 0.48$, puisqu’il perd complètement son identité par la suite. Le satellite 1 possède un paramètre d’impact ou un moment cinétique initial plus grand que le satellite 2.

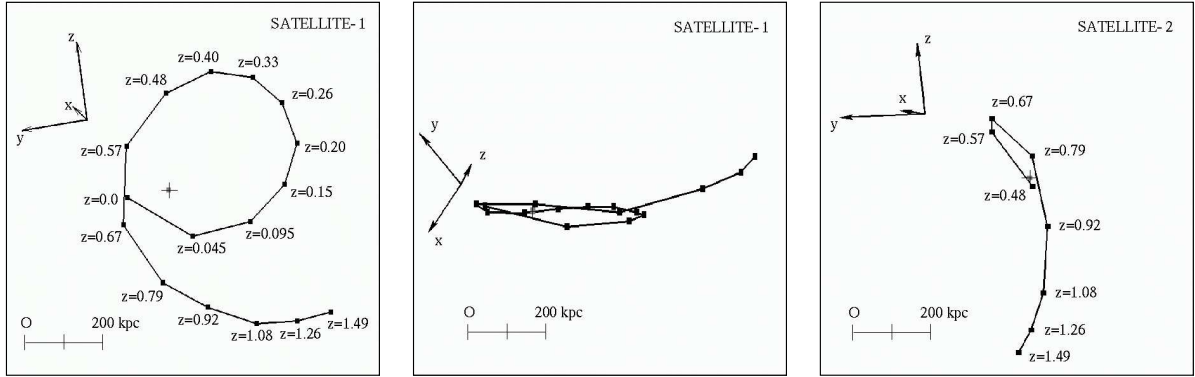


FIG. 3.11 – Les orbites des satellites dans l'espace. Sur les graphiques de gauche et de droite, les trajectoires sont représentées dans le plan de l'orbite pour les deux satellites. Sur le graphique du milieu, la trajectoire du satellite 1 est décrite dans le plan transverse. Les croix indiquent les positions des centres de masses des systèmes.

Plusieurs sorties successives de l'évolution dans l'espace de phase (vitesse radiale en fonction de la distance radiale) sont représentées sur la figure 3.12. Le satellite 1 (représenté par des points rouge) a une période d'environ 6 Gyr et son périastre est de l'ordre de 100 kpc. Même si les forces de marée arrachent quelques particules périphériques du satellite 1, celui-ci préserve son identité après 8.1 Gyr. Cependant, déjà à $z = 0.67$ (près du périastre), les particules perdues avec une grande vitesse positive peuvent être observées alors que la structure principale se déplace avec une vitesse négative. De tels effets dans la distribution des vitesses sont plus visibles sur la figure 3.13 où les distributions des vitesses correspondantes sont montrées pour chaque sortie de la figure 3.12. Au début, à $z = 0.92$, trois distributions Gaussiennes distinctes peuvent être identifiées, relatives au halo principal et aux deux satellites, dont les dispersions des vitesses sont respectivement $\sigma_p = 202$ km/s, $\sigma_{s1} = 51$ km/s et $\sigma_{s2} = 78$ km/s. Bien que le satellite 1 ait préservé son identité, les particules perdues en cours de route se mélangent dans l'espace des vitesses. Le processus peut être suivi sur les figures 3.12 et 3.13. Notons en particulier l'apparition "d'ailes" ou de "bras" étendus dans les distributions des halos capturés. En ce qui concerne maintenant le satellite 2, celui-ci a une période orbitale courte (~ 2 Gyr) et une orbite très excentrique. Des bras de marée se développent après le passage au périastre. D'autres structures se forment aux passages suivants, et sont espacées par la réduction de l'orbite à cause de la friction dynamique. Dans ce cas, le mélange dans l'espace des vitesses (voir la figure 3.13) est très efficace après 3.4 Gyr et la distribution des vitesses du satellite 2 coïncide pratiquement avec celle du halo résultant. Un tel mélange est clairement dû aux effets collectifs.

Afin de confirmer les résultats précédents, nous avons lancé une simulation contenant $2 * 128^3$ particules rangées en deux catégories. Les particules de la première catégorie ont une masse dix fois plus grande que celle des particules de la deuxième catégorie. En étudiant quelques exemples de fusions où les deux halos principaux étaient bien résolus et avaient une masse comparable, on a obtenu que ces particules de masses différentes avaient la même dispersion des vitesses après

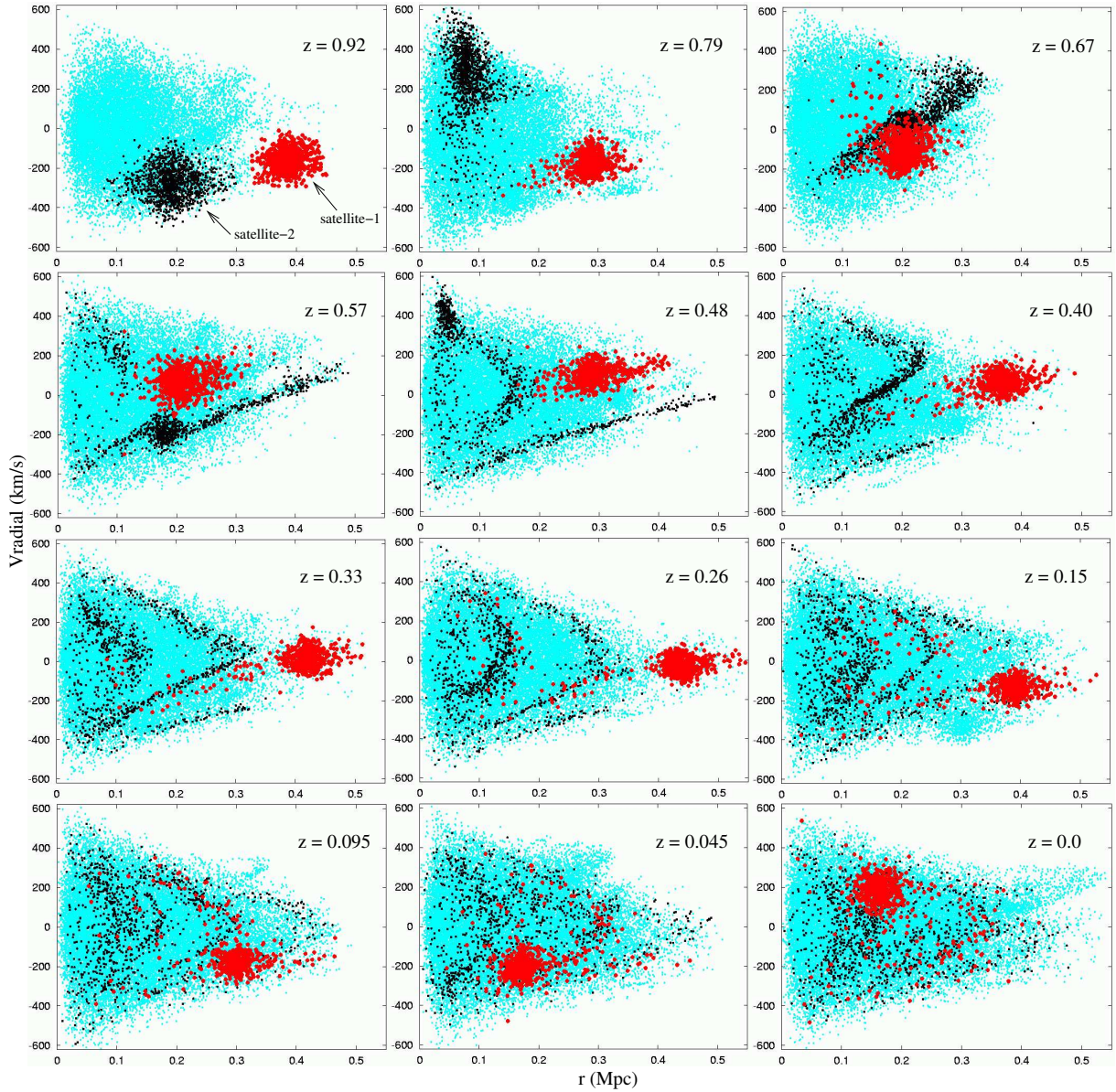


FIG. 3.12 – L'évolution dans l'espace des phases d'un halo principal (cyan) et de deux satellites. Les satellite 1 et 2 sont représentés respectivement en rouge et en noir.

une période relativement courte après l'évènement. Ainsi, la relaxation des halos se fait à travers un équilibre dynamique mais pas à travers un équilibre "thermique", ce qui est caractéristique des effets collectifs.

3.4.2 Exemple 2

Le deuxième exemple fait intervenir deux halos massifs dont les masses sont respectivement $4.3 \times 10^{12} M_{\odot}$ et $1.2 \times 10^{12} M_{\odot}$ et fusionnent à $z = 0.92$. L'évènement est décrit à trois redshifts différents qui sont présentés sur la figure 3.14, montrant l'évolution dans l'espace de phase

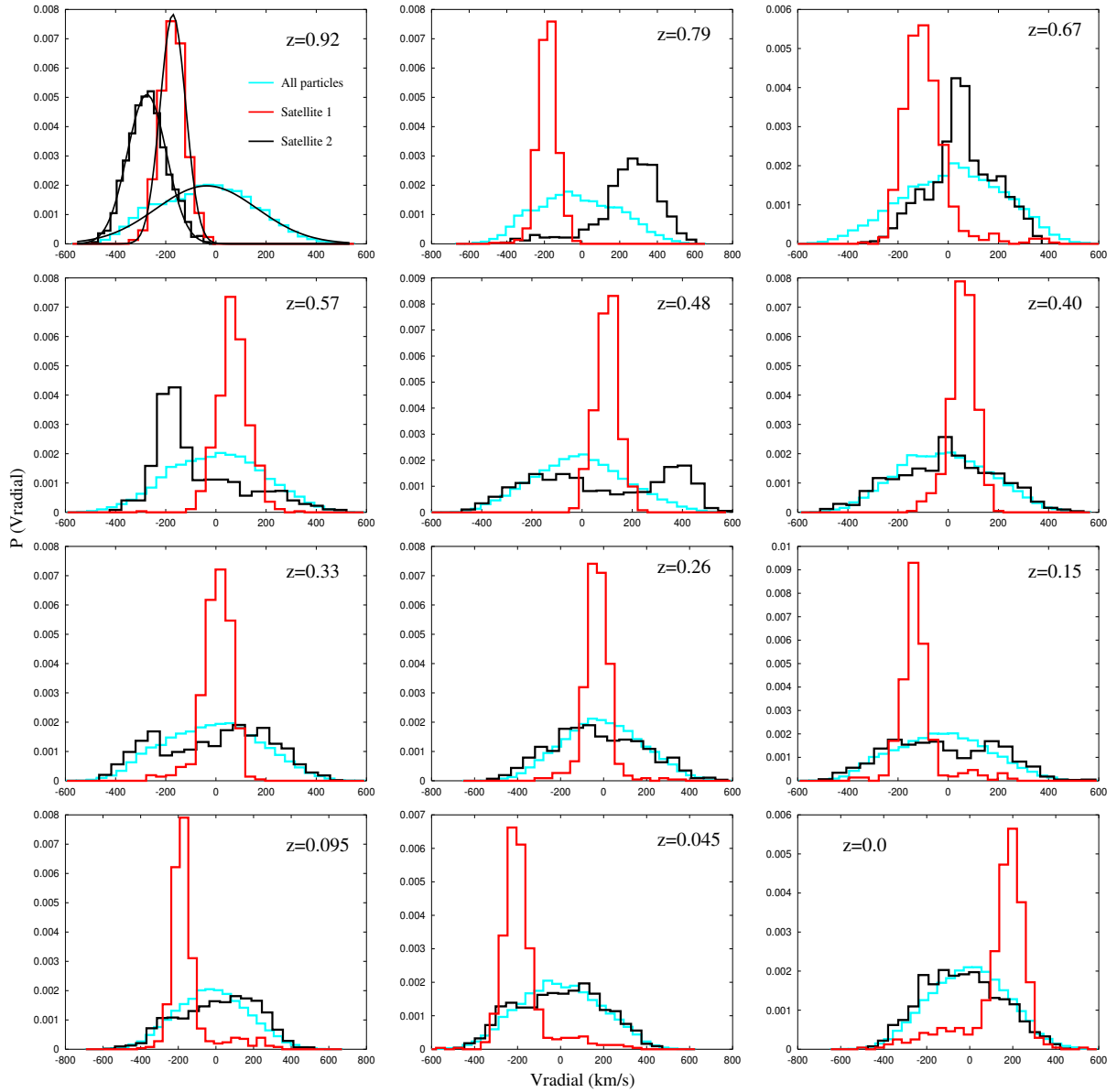


FIG. 3.13 – L'évolution de la distribution des vitesses radiales pour le satellite 1 (en rouge), le satellite 2 (en noir) et lorsque toutes les particules sont prises en compte (en cyan). Pour $z = 0.92$, nous avons représenté les meilleurs ajustements des distributions respectives par des Gaussiennes. Notons que la distribution des vitesses du satellite 1 est préservée même si elle développe des "ailes".

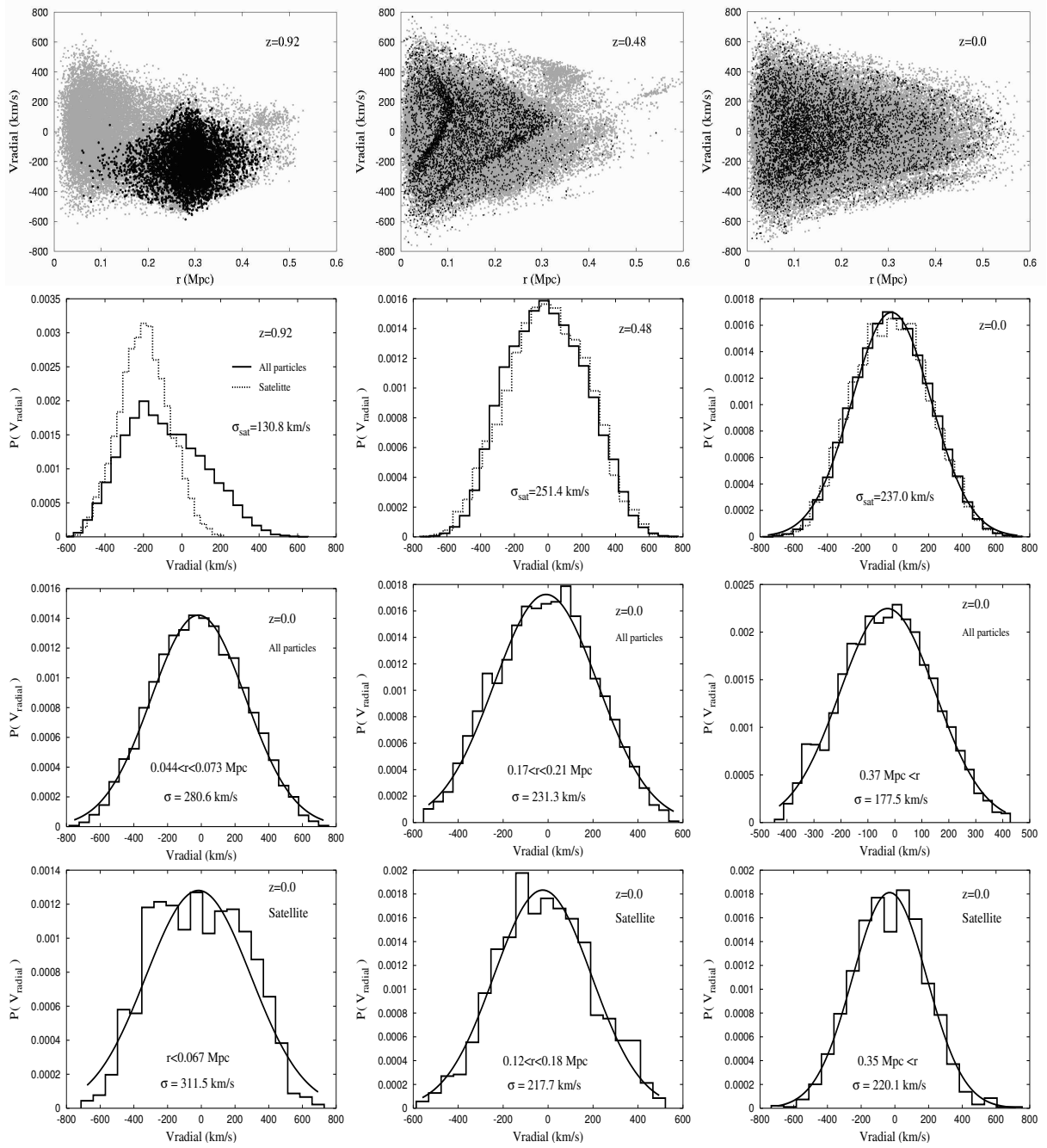


FIG. 3.14 – Première ligne : l'évolution de la densité de phase d'un halo principal et d'un satellite accrété (points noirs). Les trois graphiques qui suivent (deuxième ligne) montrent l'évolution des distributions des vitesses radiales à la fois pour le satellite et pour toutes les particules. Les six derniers panneaux représentent les distributions radiales à différentes couches du centre à $z = 0$. Les lignes continues sont les meilleurs ajustements par des Gaussiennes.

(panneaux du haut) ainsi que certaines distributions des vitesses radiales. On ne va pas ici faire la même étude qui n'apporterait rien de plus. Nous avons choisi ce cas précis car le nombre de particules mises en jeu est suffisamment élevé pour permettre une analyse non seulement sur la

distribution globale des vitesses, mais aussi sur des distributions dans des couches sphériques à différentes distances radiales du centre de masse. Par exemple, à $z = 0.48$, la distribution (Gaussienne) du halo secondaire correspond pratiquement à celle du halo résultant, indiquant un temps de mélange dans l'espace des vitesses de l'ordre de 2.7 Gyr (deuxième ligne de la figure 3.14. Les distributions des vitesses à $z = 0$ de toutes les particules, ainsi que de celles du halo secondaire, pour différentes couches sphériques, sont montrées sur les deux dernières lignes de la figure 3.14. Le calcul a été réalisé en divisant le halo résultant en dix couches concentriques contenant le même nombre de particules (~ 6000) tandis que le deuxième halo a été séparé en cinq couches contenant chacune ~ 1200 particules. la distribution dans chaque couche, à la fois pour toutes les particules et le deuxième halo, peut être bien ajustée par une Gaussienne dont la dispersion des vitesses décroît à partir du centre, comme attendu. Ceci contredit les résultats de Wojtak et al. (2005), qui ont conclu que les distributions des vitesses ne sont plus Gaussiennes à une distance éloignée du centre.

3.4.3 Exemple 3

Les satellites ou structures qui ont été capturés dans des orbites excentriques sont généralement complètement détruits par les forces de marée. Ils transfèrent ainsi du moment cinétique au halo hôte et par la même occasion, augmentent son spin (voir chapitre précédent). Les débris résultants forment alors des courants de matière détectables dans le diagramme de phase. Helmi & White (1999) ont tenté de vérifier si l'histoire des fusions de notre Galaxie laisse effectivement des "empreintes" dans l'espace de phase des étoiles proches. Dans cette étude, la chute de satellites dans un potentiel *fixé*, ainsi que l'évolution des débris résultants dans l'espace de phase, ont été suivis numériquement. Ils ont trouvé notamment qu'après ~ 10 Gyr, les étoiles ayant une origine commune sont diffusées dans l'espace mais forment des grumeaux dans l'espace des vitesses.

En suivant cette idée, nous avons analysé un dernier exemple. Ici le halo principal a une masse d'environ $3.3 \times 10^{12} M_{\odot}$ et capture à $z = 0.92$ un satellite de masse $5.2 \times 10^{11} M_{\odot}$. La figure 3.15 montre l'évolution dans l'espace de phase à différents redshifts. A nouveau, nous remarquons que des structures se forment progressivement à chaque fois que les restes du satellites passes par le périastre. De tels courants observés dans l'espace des phases sont fortement similaires à ceux obtenus par les modèles de formations de halos de l'effondrement secondaire (voir par exemple Sikivie, Tkachev et Wang 1997). Toutefois, les structures observées dans cette dernière référence sont formées par les passages successifs de particules (qui arrivent ou qui "tombent") et sont associées à des caustiques (voir la figure 3.16). D'un point de vue mathématique, les caustiques ont une densité infinie. Or dans des systèmes physiques, la densité est limitée par le fait que les mouvements des particules de DM ne sont pas purement radiales (moment cinétique nul) et par la dispersion des vitesses qui n'est pas nulle non plus (Sikivie, Tkachev & Wang 1997). Si la nature des particules de DM sont spécifiées, alors d'autres contraintes peuvent être imposées. Par exemple, les neutralinos et les anti-neutralinos peuvent s'annihiler avec un taux proportionnel au carré de

la densité⁶, un mécanisme qui impose une limite supérieure à leur densité. De plus, les neutralinos sont des fermions et on s'attend à ce que leur comportement "classique" soit abandonné quand leur longueur d'onde de de Broglie sera plus grande que la séparation interparticule moyenne. Cela se produit pour des densités n satisfaisant $n > (m_\chi v/h)^3$, lorsque des forces répulsives de nature quantique dues au principe d'exclusion de Pauli deviennent efficaces, introduisant une contrainte sur les limites de densité (voir section 3.3).

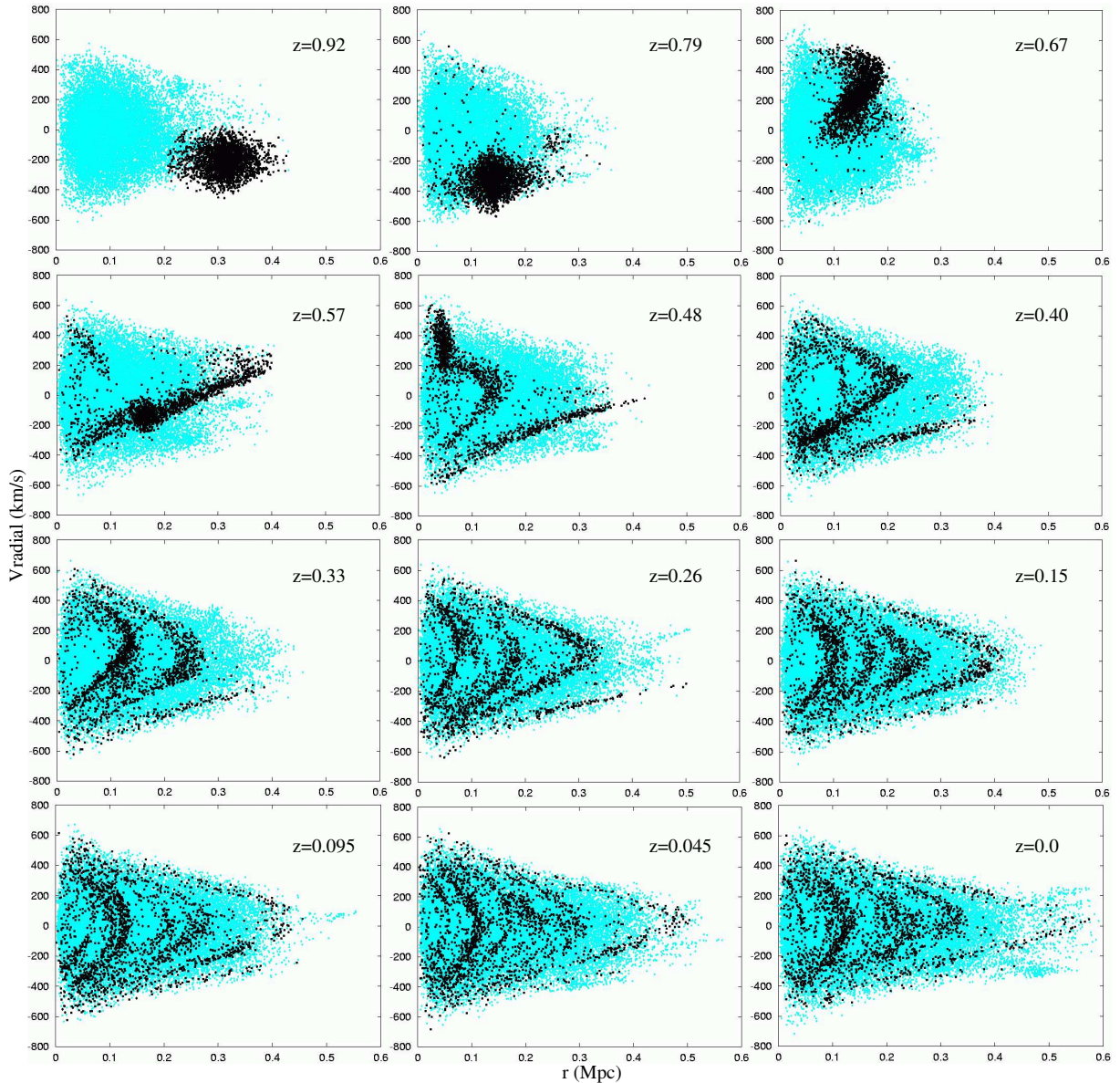


FIG. 3.15 – L'évolution dans l'espace de phase d'un satellite (points noirs) qui est accrété puis se dilue complètement à cause des forces de marée.

A un instant donné et pour une valeur de la distance radiale fixée, un certain nombre de pics

⁶Voir la section 5.3.1 du chapitre V.

de vitesse, correspondant à différents courants dans le diagramme de l'espace de phase (voir les figures 3.15 et 3.16), dépend du moment cinétique initial, comme le suggèrent les simulations. Dans la limite extrême d'une orbite circulaire, un seul courant doit être observé, un cas comparable au satellite 1 de notre premier exemple. La largeur δv_m du pic de vitesse associé à la caustique m , est généralement estimée à partir du théorème de Liouville, utilisant la dispersion des vitesses et la densité au moment du premier "turnaround". En général, et dans le cas présent, cette procédure ne peut pas être appliquée. Si la DF de petits grains est strictement conservée dans le flot de l'espace des phases, ce n'est certainement pas le cas de la DF de gros grains dont les éléments de densité élevée sont étirés et se mélangent avec les éléments de densité plus faible (Lyndell-Bell 1967).

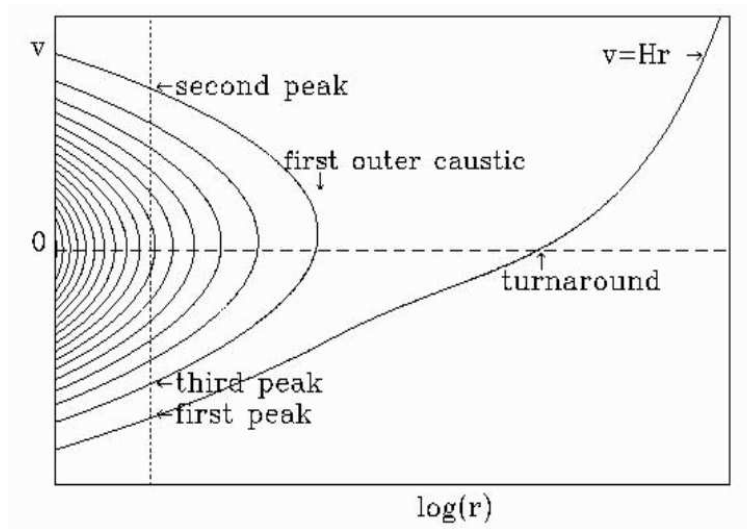


FIG. 3.16 – L'espace de phase d'un halo de DM d'après le modèle de Sikivie, Tkachev & Wang (1997). La ligne continue représente les cellules de l'espace de phase occupées. Cette figure est tirée de Sikivie, Tkachev & Wang (1997).

3.4.4 Une ouverture sur GAIA ?

La mission GAIA est un projet très ambitieux de l'agence spatiale Européenne (ESA) qui vise à lancer un satellite aux alentours de 2010 et qui aura pour objectif de cartographier la Voie Lactée avec une précision sans précédent. En effet, la position et la vitesse radiale d'environ un milliard d'étoiles nous seront révélées. Cela permettra en particulier de mieux comprendre la composition, la formation et l'évolution de notre galaxie.

Il serait donc intéressant d'exploiter le type de résultats similaires à l'exemple précédent afin d'établir d'éventuelles prédictions. En effet, les étoiles se comportent comme un fluide non collisionnel tout comme la matière noire. On s'attend alors à ce que les satellites accrétés forment non seulement des courants de matière noire mais aussi des courants d'étoiles. Ils seront susceptibles d'être détectés dans l'espace de phase par GAIA comme le suggère également Brown, Velázquez



FIG. 3.17 – Vue futuriste de la mission GAIA (image ESA).

et Aguilar (2005). Pour cela, il est nécessaire d'augmenter la résolution de nos simulations et d'intégrer un modèle de formation stellaire afin d'établir une étude détaillée.

Chapitre 4

Effet de l'énergie noire sur la détermination de la masse des groupes de galaxies

Sommaire

4.1	Introduction	91
4.2	Le modèle d'effondrement gravitationnel sphérique	93
4.3	La constante cosmologique dans les équations	97
4.4	Application au Groupe Local	102
4.5	Application à l'amas de Virgo	105
4.6	Applications à d'autres groupes de galaxies	108

4.1 Introduction

Pendant de nombreuses années, les astronomes se sont employés à estimer la masse des groupes de galaxies en utilisant différentes méthodes (Rood, Rothman & Turnrose 1970 ; Gott & Turner 1977 ; Rood & Dickel 1978 ; Rood 1981 ; Huchra & Geller 1982 ; Geller & Huchra 1983). Toutefois, l'estimation de ces masses est très incertaine en partie à cause du fait que seules les séparations et les vitesses radiales projetées sont observables. Les mesures peuvent aussi être contaminées par des galaxies n'appartenant pas au groupe étudié mais dont les projections semblent en faire partie.

Les nouvelles données observationnelles concernant les groupes de galaxies proches ont considérablement amélioré les estimations des masses et du rapport "masse-lumière" (M/L) de ces systèmes. Par exemple, de nombreuses recherches ont été menées, notamment sur les plaques photométriques obtenues par POSS II (Second Palomar Observatory Sky Survey) et ESO/SERC (Karachentseva & Karachentsev 1998 ; 2000), ou encore à l'aide de la cartographie en HI (Kilborn

et al. 2002). En particulier, elles ont permis de découvrir de nouvelles galaxies naines, augmentant ainsi leur nombre répertorié dans notre voisinage proche. D'autre part, en utilisant les observations du télescope spatial Hubble des années passées, les distances des galaxies proches ont pu être obtenues à partir de considérations sur les magnitudes d'étoiles et en particulier celles situées à l'extrémité de la branche des géantes rouges (Karachentsev 2005). Ceci a donc permis d'améliorer par la suite les analyses dynamiques de façon significative.

Des précédentes estimations des rapport M/L pour les groupes proches se situent autour de $170M_{\odot}/L_{B,\odot}$ (Huchra & Geller 1982). Cependant, les masses du viriel déduites des données mentionnées plus haut sont beaucoup plus petites puisque les rapports M/L sont de l'ordre de 10-30 $M_{\odot}/L_{B,\odot}$. Si ces valeurs s'avèrent correctes, la densité de matière locale obtenue à partir de ces groupes de galaxies proches n'est qu'une fraction de la densité de matière globale (Karachentsev 2005). Or pour certains groupes, le temps du "first shell crossing" est comparable ou même plus grand que le temps de Hubble. Par conséquent, et nous le verrons dans la section 4.2.1, le processus de relaxation de ces groupes n'est pas terminé et le théorème du viriel n'est pas une bonne approche pour évaluer leur masse. De plus, des études ont montré que dans certains cas, l'estimation de la masse des groupes de galaxies par le théorème du viriel est peu performante et souvent biaisée (Bahcall & Tremaine 1981).

Lynden-Bell (1981) et Sandage (1986) ont proposé une méthode alternative à la relation du viriel dans le but d'estimer la masse du Groupe Local, et qui peut s'étendre à d'autres systèmes dominés par une ou deux galaxies. Leur analyse est essentiellement basée sur le modèle d'effondrement gravitationnel sphérique, sur lequel nous reviendrons dans la section 4.2.1. Si le mouvement des galaxies satellites est supposé radial, alors les équations paramétriques qui en découlent décrivent une cycloïde. Initialement, le rayon de la couche sphérique englobant une masse totale M va subir une phase d'expansion, puis atteint une valeur maximale pour finir par s'effondrer vers le centre. A cet valeur maximale du rayon R_0 , la vitesse radiale par rapport au centre de masse est nulle. Or, pour un groupe de galaxies donné, le champ de vitesse proche de l'objet principal peut être sondé par les satellites avoisinants. Si ce champ permet de déterminer le rayon R_0 , alors la masse de l'objet principal central peut être obtenu à l'aide d'une relation simple liant M à R_0 (voir section 4.2.2). Cette procédure mène à des masses comparables à celles obtenues avec la relation du viriel si les groupes en question ont un temps de "shell-crossing" court.

Comme nous l'avons déjà vu, les données sur le spectre de puissance des fluctuations de température du fond diffus obtenus par le satellite WMAP (Spergel et al. 2003) et l'étude des supernovæ de type Ia (Riess et al. 1998 ; Perlmutter et al. 1999), ont mené au modèle "concordant", c'est à dire un modèle d'Univers plat dans lequel $\Omega_m = 0.3$ et $\Omega_v = 0.7$. Ce dernier paramètre représente la contribution actuelle du terme de la constante cosmologique ou d'un fluide de pression négative, que l'on désigne sous les termes de "quintessence" ou "d'énergie noire". Le mouvement radial menant à la relation $M = M(R_0, T_0)$ mentionnée précédemment néglige l'effet de ce terme, qui agit comme une force répulsive. Cette force est proportionnelle à la distance et ses effets peuvent être négligés si la surface de la sphère de rayon R_0 est proche du centre de masse. Or le

rayon du "turnaround" des groupes est typiquement de l'ordre de 1 Mpc (Karachentsev 2005). Pour estimer l'effet de la constante cosmologique, considérons le cas où la force de gravitation $F_g = GM/R^2$ est comparable à la force de répulsion $F_\Lambda = \Omega_v H_0^2 R$. Nous noterons R_* le rayon au niveau duquel ces deux forces s'équilibrent. Un calcul immédiat donne alors :

$$R_* = \left(\frac{GM}{\Omega_v H_0^2} \right)^{1/3} \quad (4.1)$$

En prenant $M_{12} = M/(10^{12} M_\odot)$, le paramètre de Hubble H_0 égale à $70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ et $\Omega_v = 0.7$, on obtient $R_* = 1.1 M_{12}^{1/3}$. Ce simple argument suggère donc que la constante cosmologique doit être pris en compte lorsque l'on déduit les masses de la relation $M = M(R_0, T_0)$.

Au cours de ce chapitre, nous allons réexaminer la relation entre la distance et la vitesse radiale lorsqu'un terme d'énergie noire est inclu dans les équations décrivant la dynamique du système ainsi que la relation $M = M(R_0, H_0)$. La présence de l'énergie noire a aussi été évoquée pour expliquer la "froideur" du flot de Hubble, en référence à la faible dispersion des vitesses observée des galaxies voisines (Chernin 2001 ; Teerikorpi, Chernin & Baryshev 2005). Nous reviendrons sur ce point dans la section 4.4.1. Enfin, dans le but d'illustrer nos résultats, des applications ont été faites sur le Groupe Local, l'amas de Virgo, le groupe du Sculpteur ainsi que sur les groupes relatifs à M81 et IC342/Maffei. Comme nous le verrons, les valeurs du paramètre de Hubble obtenus par nos ajustements aux données actuelles observationnelles par la relation "vitesse-distance" incluant la constante cosmologique, sont en meilleurs accord avec les récentes estimations que celles déduites par la relation obtenue par Lyndell-Bell (1981) ou Sandage (1986).

4.2 Le modèle d'effondrement gravitationnel sphérique

On s'intéresse ici au modèle d'effondrement gravitationnel sphérique. On pourra se référer pour plus de détail par exemple au livre de Peacock (Cosmological Physics, 1999).

4.2.1 Description

Une surdensité sphérique de matière $\delta_s = (\rho_s - \rho)/\rho$, dont la densité ρ_s est supérieure à la densité ρ de l'univers environnant, peut être considérée comme un système isolé. Son évolution est régie par les équations de Friedmann, avec cependant une densité supérieure à la densité critique. Pour décrire l'évolution de cette surdensité, plaçons nous tout d'abord dans un univers d'Einstein-de Sitter $(\Omega_m, \Omega_v) = (1, 0)$. Etudions alors le mouvement d'une couche sphérique de masse m se déplaçant de façon radiale dans le champ gravitationnel créé par une masse M à l'intérieur d'une sphère de rayon R (voir la figure 4.1).

D'après le principe fondamental de la dynamique, l'équation du mouvement est régie par :

$$\ddot{R} = \frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{GM}{R^2} \quad (4.2)$$

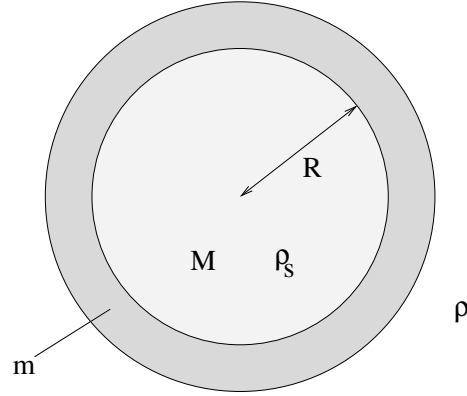


FIG. 4.1 – Schéma d'une surdensité sphérique de densité ρ_s baignant dans un fond de densité ρ .

En intégrant par rapport au temps, nous obtenons l'équation de l'énergie :

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - \frac{2GM}{R} = 2E \quad (4.3)$$

Notons au passage que l'équation précédente peut être retrouvée par les équations de Friedmann. En effet si on multiplie l'équation (1.9) par 2 puis on la soustrait à l'équation (1.8), on obtient :

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + 2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{8\pi Gp}{c^2} = -\frac{kc^2}{a^2} + \Lambda c^2 \quad (4.4)$$

En utilisant l'équation (4.2), on peut éliminer le terme \ddot{a} dans (4.4). Ensuite si $a(t) = R(t)$ et dans le cas où la pression et la constante cosmologique sont prises égales à zéro, et où l'énergie dans (4.3) est identifiée à $\frac{1}{2}kc^2$, nous obtenons bien l'équation (4.3).

Revenons maintenant à notre étude. Les solutions de l'équation (4.3) sont bien connues (voir par exemple Sandage 1961 ou Lynden-Bell 1981) et dépendent du signe de l'énergie E :

$$r = \frac{GM}{-2E}(1 - \cos \theta) \quad (4.5)$$

$$t = \frac{GM}{(-2E)^{3/2}}(\theta - \sin \theta) \quad (4.6)$$

pour des énergies négatives.

$$r = \frac{GM}{2E}(\cosh \theta - 1) \quad (4.7)$$

$$t = \frac{GM}{(2E)^{3/2}}(\sinh \theta - \theta) \quad (4.8)$$

pour des énergies positives.

Ces équations paramétriques forment une cycloïde lorsque l'énergie est négative alors qu'elles

donnent une hypercycloïde pour $E > 0$. Dans ce dernier cas, le rayon des couches augmentent indéfiniment. Dans ce qui suit, on ne s'intéressera qu'aux cas où l'énergie des couches est négative, c'est à dire qu'elles sont gravitationnellement liées au système.

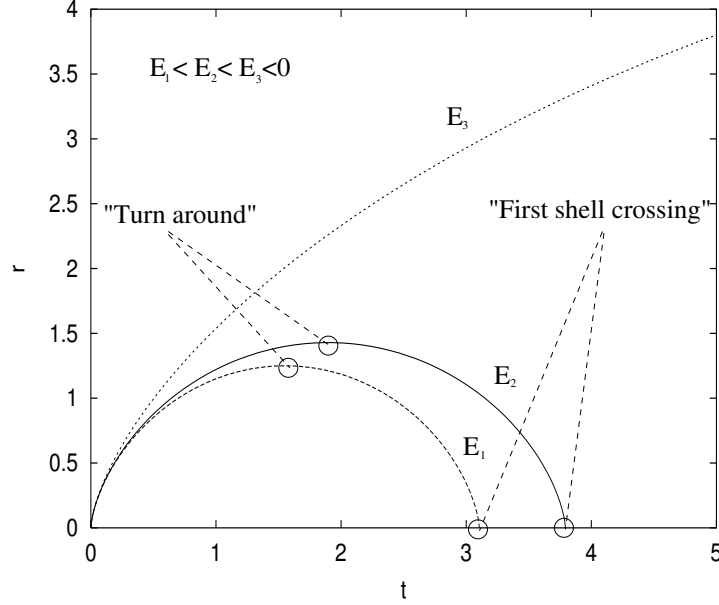


FIG. 4.2 – Solutions aux équations paramétriques (4.5) et (4.6) correspondantes à différentes valeurs de l'énergie E . Le temps du "turnaround" correspond à l'instant où l'expansion de la sphère se termine, laissant place à une phase d'effondrement. Plus l'énergie est grande, et plus ce temps est élevé. En revanche, le temps du "first shell crossing" désigne l'instant où une couche passe par le centre pour la première fois. En effet, d'un point de vue mathématique, cela se produira pour les valeurs de θ multiples de 2π .

Pour des faibles valeurs de θ , c'est à dire lorsque la théorie linéaire est encore valable, il est intéressant de noter quelles prédictions on peut faire. Ainsi, en développant en séries de Taylor jusqu'à l'ordre 5, les équations (4.5) et (4.6) deviennent :

$$r = A \left[1 - \left(1 - \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^4}{24} + \dots \right) \right]$$

$$t = B \left[t - \left(\theta - \frac{\theta^3}{6} + \frac{\theta^5}{120} + \dots \right) \right]$$

avec pour simplifier $A = -GM/2E$ et $B = GM/(-2E)^{3/2}$.

En résolvant le système d'équations précédent, on peut alors obtenir une relation liant r à t , à savoir :

$$r = \frac{A}{2} \left(\frac{6t}{B} \right)^{2/3} \left[1 - \frac{1}{20} \left(\frac{6t}{B} \right)^{2/3} + \dots \right] \quad (4.9)$$

Le terme en dehors des crochets représente le terme non perturbé $\bar{r} = \frac{A}{2} \left(\frac{6t}{B} \right)^{2/3}$. On retrouve que pour un univers plat, r croît selon $r \sim t^{2/3}$. On peut à présent déterminer l'évolution d'une

surdensité δ en fonction du temps dans la théorie linéaire :

$$\delta = \frac{\rho}{\bar{\rho}} - 1 = \frac{\bar{r}^3}{r^3} - 1 = \frac{1}{\left[1 - \frac{1}{20} \left(\frac{6t}{B}\right)^{2/3} + \dots\right]^3} - 1$$

En faisant alors un développement limité, on obtient finalement :

$$\delta \simeq \frac{3}{20} \left(\frac{6t}{B}\right)^{2/3} \quad (4.10)$$

Trois phases principales se distinguent alors :

1. **La "phase d'expansion"** : elle se produit jusqu'à ce que la surdensité sphérique se détache de l'expansion de l'Univers. Le rayon de la sphère atteint alors une valeur maximale. Ceci se produit lorsque $\theta = \pi$ soit $t = \pi B$. Précisons enfin que l'on nomme cet instant précis le temps du "turnaround".
2. **L'effondrement** : si la gravitation est l'unique force en présence, la sphère va s'effondrer en direction du centre qui devient une singularité. Ceci se produit pour $\theta = 2\pi$.
3. **La phase de virialisation** : D'après ce qui précède, l'évolution ultérieure de la surdensité la conduirait à la contraction complète en un point. En réalité, il en va évidemment tout autrement. Au cours de la contraction, l'énergie cinétique macroscopique est redistribuée entre les particules en augmentant la dispersion des vitesses et des mouvements transverses sont générés. Cette énergie cinétique devient alors suffisante pour s'opposer à la condensation complète. Considérons maintenant le temps t où la sphère s'est effondrée d'un facteur 2 par rapport à l'expansion maximale. A cet instant particulier, l'énergie cinétique E_c est reliée à l'énergie potentielle E_p par $2E_c = -E_p$ qui, d'après le théorème du viriel, montre que le système est en équilibre. Pour cette raison, certains auteurs considéreront que cet instant marque la fin de la phase de virialisation. D'autres préféreront assumer que cette phase de virialisation se finie à l'effondrement soit $\theta = 2\pi$. Dans ce cas-là, la surdensité est alors $\delta = (3/20)(12\pi)^{2/3} \simeq 1.69$ et le contraste de densité est $(6\pi)^2/2 \simeq 178$.

4.2.2 Détermination de la masse des groupes de galaxies

L'évolution d'un fluide auto-gravitant, de pression nulle, et possédant une symétrie sphérique a été étudié pour la première fois par Tolman (1934) et Bondi (1947). Le modèle qu'ils proposent décrit en fait très bien la dynamique de l'extension d'un halo autour d'un cœur central. Dans cette situation, trois régions principales peuvent être distinguées. Tout d'abord, la région centrale où le "shell crossing" s'est déjà produit, menant à des échanges d'énergie qui transforme les mouvements radiaux en mouvement transverses (phase de virialisation). Cette région est indiquée par le numéro 1 sur la figure 4.3. Ensuite nous avons la surface de "vitesse nulle" $S_{v=0}$ qui représente une limite séparant les couches qui "tombent" vers le centre et celles qui continuent à

s'éloigner du centre ($V_r > 0$) mais qui restent liées gravitationnellement au système (région 2). Enfin, la surface "d'énergie nulle" $S_{E=0}$ qui sépare les couches liées et celles non liées (région 3).

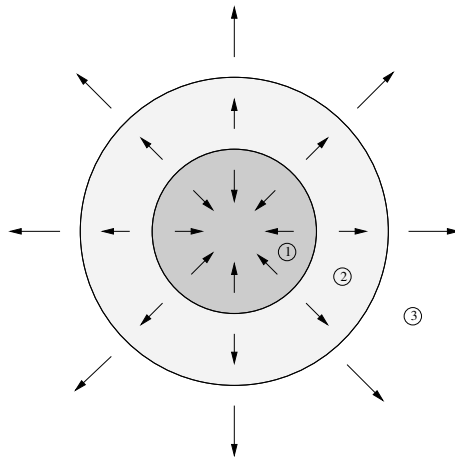


FIG. 4.3 – Schéma du modèle d'effondrement sphérique.

Lynden-Bell (1981) a montré que la masse du Groupe Local pouvait être obtenu en localisant la surface séparant l'expansion de la contraction au temps présent. Précisons une nouvelle fois que cette surface ne caractérise pas les couches sphériques possédant une énergie nulle mais celles ayant une vitesse radiale nulle. D'autre part, même si cette surface se déplace au cours du temps, elle se situe dans la zone des énergies négatives et on peut la déterminer à un temps donné en utilisant les équations (4.5), (4.6). En effet, si l'on se place sur cette surface $S_{v=0}$, alors $\theta = \pi$. Notons T_0 le temps où cet évènement apparait. L'énergie de la couche qui atteint $\theta = \pi$ au temps T_0 est donnée par l'équation (4.6) :

$$-2E = \left(\frac{\pi GM}{T_0} \right)^{2/3} \quad (4.11)$$

En remplaçant la valeur de E dans (4.5), on obtient finalement :

$$M = \frac{\pi^2 R_0^3}{8GT_0^2} \quad (4.12)$$

ainsi, en connaissant le rayon R_0 et le temps T_0 , on peut déduire la masse M.

4.3 La constante cosmologique dans les équations

4.3.1 Une nouvelle estimation de la masse

Au cours de la section précédente, nous avons revu la formule obtenue par Lynden-Bell (1981) et Sandage (1986) qui lie la masse M au rayon R_0 . Il est intéressant d'étudier comment cette relation est modifiée en prenant en compte l'énergie noire. Pour ce faire, déterminons tout d'abord

l'équation du mouvement d'une couche sphérique de masse m , se déplaçant radialement dans le champ gravitationnel créé par une masse M à l'intérieur d'une coquille de rayon R , incluant la force répulsive due à l'énergie noire. Nous partons tout d'abord de l'équation de Poisson :

$$\Delta\Phi = 4\pi G\left(\rho + \frac{3P}{c^2}\right) \quad (4.13)$$

où ρ représente la densité totale et se décompose en la somme de la densité de matière ρ_m et la densité d'énergie noire $\rho_v = \epsilon/c^2$. Ici, on fera l'hypothèse standard que l'énergie noire peut être modélisée par un fluide avec une équation d'état $P_v = w\epsilon$. P représente la pression qui n'admet qu'une composante, P_v , puisque la pression de la matière est nulle.

Puisque que $\Delta = \text{div}(\vec{grad})$ et que $\vec{g} = -\vec{grad}\Phi$, l'équation de Poisson devient :

$$\text{div}(\vec{g}) = -4\pi G\left(\rho_m + \rho_v + \frac{3P_v}{c^2}\right) \quad (4.14)$$

Comme on se place dans le cas de la symétrie sphérique, l'expression de la divergence (en coordonnées sphériques) se simplifie et l'équation précédente devient :

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 g) = -4\pi G\rho_m - \frac{4\pi G\epsilon}{c^2}(1 + 3w) \quad (4.15)$$

En intégrant par rapport à r , et puisque $M(r) = \int 4\pi\rho_m R^2 dr$, il vient :

$$g = -\frac{GM(r)}{r^2} - \frac{4\pi G\epsilon}{3c^2}(1 + 3w)r \quad (4.16)$$

Avant d'aller plus loin, intéressons-nous un peu à la densité d'énergie du vide ϵ . D'après la relation qui exprime la conservation de l'énergie noire, $t_{i;j}^j = 0$ (voir l'équation 1.1), on obtient :

$$\dot{\epsilon} + 3\frac{\dot{a}}{a}(1 + w)\epsilon = 0 \quad (4.17)$$

Cette équation admet alors pour solution :

$$\epsilon = \epsilon_0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+w)} \quad (4.18)$$

Il ne reste plus qu'à déterminer la constante d'intégration ϵ_0 . Pour ce faire, on se place à $z = 0$. La densité d'énergie à $z = 0$ étant égale à $\rho_{c,0}c^2$, la contribution du vide est donc $\epsilon_0 = \rho_{c,0}c^2\Omega_v$. A l'aide de l'expression de la densité critique (1.10), on obtient alors :

$$\epsilon = \frac{3H_0^2 c^2}{8\pi G} \Omega_v \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+w)} \quad (4.19)$$

En remplaçant maintenant cette dernière expressions dans (4.16), il vient :

$$\boxed{\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2} - \frac{(1+3w)}{2}\Omega_v H_0^2 r \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+w)}} \quad (4.20)$$

Cette équation décrit le mouvement des couches internes d'un halo, excluant la région centrale ou les effets du "shell crossing" se sont probablement déjà produits. Notons que si $\Omega_v = 0$, nous retrouvons l'équation (4.2). D'autre part, autre cas particulier intéressant, si $w = -1$ (constante cosmologique), l'équation (4.20) se simplifie par :

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2} + \Omega_v H_0^2 r$$

Revenons à présent à notre étude. Le paramètre d'échelle $a(t)$ satisfait l'équation de Hubble :

$$\left(\frac{d \ln a}{dt}\right)^2 = H_0 \left[\Omega_m \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \Omega_v \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+w)} \right] \quad (4.21)$$

Prenons pour simplifier les variables sans dimension suivantes : $y = r/r_0$, $\tau = tH_0$ et $x = a/a_0$. Les équations (4.20) et (4.21) se réécrivent sous la forme :

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} = -\frac{1}{2} \left[\frac{A}{y^2} + B y x^{-3(1+w)} \right] \quad (4.22)$$

et

$$\frac{dx}{d\tau} = \sqrt{\frac{\Omega_m}{x} + \frac{\Omega_v}{x^{(1+3w)}}} \quad (4.23)$$

où nous avons introduit les paramètres $A = 2GM/(H_0^2 R_0^3)$ et $B = (1+3w)\Omega_v$. Ces équations ont été résolues numériquement en adaptant la procédure suivante. Pour un redshift donné, la valeur initiale du facteur d'échelle et l'instant t correspondant sont obtenus à partir de l'équation de Hubble. Si initialement à grand redshift (on a pris $z \sim 100$), le terme d'énergie noire est négligeable, alors en utilisant à nouveau une série de Taylor dans la solution du modèle de Lemaître-Tolman où $\theta \ll 1$ (voir l'expression (4.9)), les valeurs initiales de y et sa dérivée $dy/d\tau$ peuvent être estimées. Ensuite, pour une valeur donnée de w , on fait varier le paramètre A jusqu'à ce que la condition définissant la surface de vitesse nulle, $dy/d\tau = 0$ à $y = 1$, soit satisfaite. Pour le cas $w = -2/3$, nous avons obtenu $A = 3.414$ et pour le cas particulier $w = -1$, représentant une constante cosmologique, $A = 3.658$. Il en résulte alors que la masse à l'intérieur du rayon R_0 est :

$$M = 1.827 \frac{H_0^2 R_0^3}{G} = 4.1 \times 10^{12} h^2 R_0^3 M_\odot \quad \text{pour } w = -1 \quad (4.24)$$

$$M = 1.705 \frac{H_0^2 R_0^3}{G} = 3.8 \times 10^{12} h^2 R_0^3 M_\odot \quad \text{pour } w = -\frac{2}{3} \quad (4.25)$$

où nous rappelons $h = H_0/(100 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1})$ et R_0 est en Mpc. Il est alors intéressant de comparer les variations de la masse que l'on obtient entre les relations (4.24) et (4.25) avec (4.12). Pour cela, notons :

$$M_1 = \frac{\pi^2 R_0^3}{8GT^2} \quad \text{et} \quad M_2 = A_w \frac{H_0^2 R_0^3}{G} \quad \text{avec} \quad A_{-1} = 1.827 \quad \text{et} \quad A_{-2/3} = 1.705$$

La variation de la masse δ s'écrit alors : $M_2 = (1 + \delta)M_1$ soit :

$$\delta = \frac{8A_w(H_0 T_0)^2}{\pi^2} - 1$$

D'après le modèle cosmologique Λ CDM, $H_0 T_0 \simeq 0.964$ (voir Annexe-1). De ce fait, l'inclusion du terme de l'énergie noire conduit à une augmentation de la masse de 38% ($w = -1$). Par contre, on obtient une augmentation de la masse de 28% pour $w = -2/3$.

4.3.2 La relation vitesse-distance

Une fois le paramètre A déterminé, la relation vitesse-distance, $v = v(R)$, pour différentes couches à un temps donné, est obtenue en faisant varier leur énergie. Comme nous l'avons déjà vu précédemment, les couches ayant une énergie négative, vont tout d'abord subir une expansion puis s'effondrer vers le centre. Ainsi, à un temps donné, il existe une énergie critique E_c qui définit la surface $S_{v=0}$. Les couches se caractérisant par $E < E_c$ ont déjà atteint le temps du "turnaround" et sont en train de s'effondrer. Elles ont donc des vitesses radiales négatives. Par contre, les couches ayant une énergie $E > E_c$ sont toujours en expansion et ont donc des vitesses radiales positives.

Dans le cas où $w = -1$, qui donne une bonne représentation des données observationnelles actuelles, comme nous le verrons au cours des sections à venir, les valeurs numériques résultantes sont très bien ajustées par la relation :

$$v(R) = -\frac{0.875H_0}{R^n} \left(\frac{GM}{H_0^2}\right)^{(n+1)/3} + 1.274H_0R \quad (4.26)$$

où $n = 0.865$. Notons au passage que pour $v(R_0) = 0$, l'équation (4.25) est retrouvée ce qui est assez rassurant ! Précisons de plus, que les solutions avec des énergies négatives ne sont possibles que pour des valeurs de R inférieures à $R = 2.30R_0$, qui définit la surface $S_{E=0}$. Les solutions pour $w = -2/3$ diffèrent légèrement du cas précédent et ne seront pas considérées par la suite.

A titre de comparaison, la relation vitesse-distance obtenue dans le cas $\Omega_v = 0$ est :

$$v(R) = -1.038\left(\frac{GM}{R}\right)^{1/2} + 1.196H_0R \quad (4.27)$$

Avant d'appliquer la formule (4.26) à d'éventuelles données observationnelles, la première

étape consiste à estimer le degré de précision des équations (4.24) et (4.26). Pour ce faire, nous avons utilisé la simulation décrite à la section 2.2 relative au modèle Λ CDM. Dans notre catalogue de halos à $z = 0$, nous avons préalablement sélectionné les paires possédant les caractéristiques physiques comparables à la paire M31-Voie Lactée (masses, distance de séparation). Plusieurs candidats ont été identifiés, mais la plupart d'entre eux ont des halos proches (entre 3 et 5 Mpc) de masses importantes, ce qui perturbe considérablement le champ des vitesses. Nous avons étudié un seul cas pour illustrer ceci. Les deux halos principaux ont des masses respectivement égales à $9.85 \times 10^{11} M_{\odot}$ et $6.48 \times 10^{11} M_{\odot}$ et sont séparés d'une distance de 0.69 Mpc, paramètres comparables à la paire M31-Voie Lactée. Environ 70 halos satellites peuvent être détectés à une distance inférieure à 3 Mpc du centre de gravité de la paire principale. Cependant, les satellites situés au-delà de 2 Mpc sont clairement perturbés par d'autres structures puisque la dispersion des vitesses augmente considérablement à cette distance (voir figure 4.5). On ne considèrera pas ces objets dans la suite de notre étude.

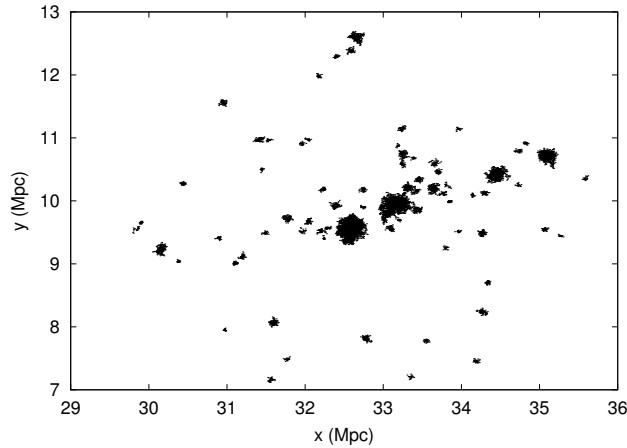


FIG. 4.4 – Un exemple de Groupe Local issu de la simulation. Les deux halos au centre représentent la paire Voie Lactée-M31.

Un simple ajustement de nos données nous donne $R_0 = 0.98 \pm 0.20$ Mpc. En utilisant maintenant l'équation (4.24) avec $h = 0.65$ (valeur adoptée dans nos simulations), on obtient une masse totale de $(1.60 \pm 0.32) \times 10^{12} M_{\odot}$. Ce résultat est en très bon accord avec la masse de notre paire de halos sélectionnée dans notre simulation ($1.63 \times 10^{12} M_{\odot}$). Cependant, ce résultat semble fortuit puisque la dispersion des vitesses est plutôt élevée. En pratique, les erreurs faites sur les distances ou sur les vitesses augmentent considérablement l'incertitude dans la détermination du rayon de vitesse nulle. Ces difficultés peuvent être en partie levées en cherchant le meilleur ajustement de la relation $v = v(R)$ sur les données, c'est à dire en minimisant la dispersion des vitesses. Ainsi, en faisant varier la masse et en affectant un poids plus important aux satellites les plus proches, nous obtenons $M = (1.48 \pm 0.30) \times 10^{12} M_{\odot}$. Ce résultat semble plus fiable pour évaluer la précision de notre méthode. Sur la figure 4.3.2, nous avons représenté la vitesse radiale en fonction de la

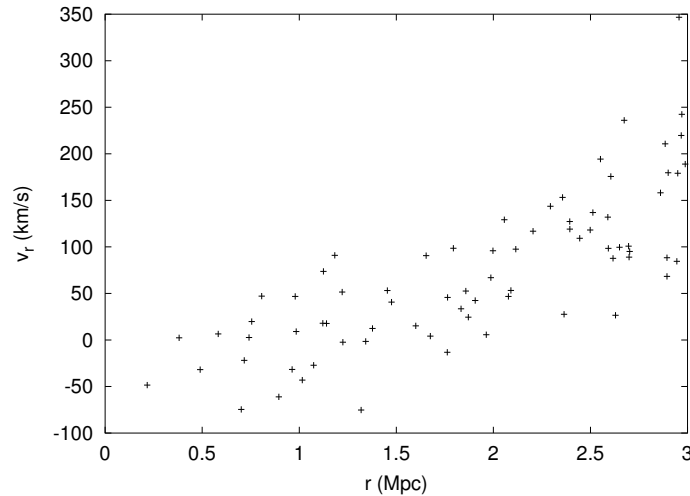


FIG. 4.5 – Vitesses radiales des satellites en fonction de la distance par rapport au centre de masse du système.

distance au centre des satellites pour $R \leq 1.8$ Mpc et le meilleur ajustement par la relation (4.26). La dispersion unidimensionnelle pour les données est 73 kms^{-1} , une valeur plus faible que celle trouvée par Governato et al. (1997) mais en bon accord avec les simulations Λ CDM de Macciò, Governato & Horellou (2005) qui ont obtenu une dispersion des vitesses de 80 kms^{-1} à l'intérieur d'une sphère de 3 Mpc de rayon.

Il semblerait donc qu'un modèle Λ CDM soit capable de produire un flot de Hubble plus "froid" que les modèles CDM, mais dont la dispersion des vitesses reste tout de même plus grande que celle observée, comme nous le verrons par la suite.

4.4 Application au Groupe Local

4.4.1 L'énigme du flot de Hubble "froid"

En 1929, Edwin Hubble avec la célèbre loi qui porte son nom, a montré qu'il existait une relation linéaire entre les distances des galaxies et les vitesses de récession, soit $v = H_0 D$. Or, Ceci n'est en fait valable que lorsque l'Univers est uniforme. En effet, à ce flot de Hubble, se superposent les vitesses particulières des galaxies qui peuvent modifier considérablement leur vitesse totale. Par exemple, Les galaxies qui sont situées entre nous et l'amas de la Vierge s'éloignent un peu plus vite qu'elles ne devraient, et celles qui sont situées un peu au-delà s'éloignent un peu moins vite. Cela est attribué à l'attraction gravitationnelle due à l'amas de la Vierge, qui attire vers lui les galaxies environnantes. D'autre part, des observations dans le voisinage du Groupe Local ont révélé que la dispersion des vitesses des galaxies satellites était extrêmement faible, à savoir $\sigma < 40 \text{ km s}^{-1}$ (Giraud 1986; Schlegel et al. 1994; Ekholm et al. 2001; Karachentsev & Makarov 2001). Dans cette partie de l'Univers fortement inhomogène, un tel résultat semble

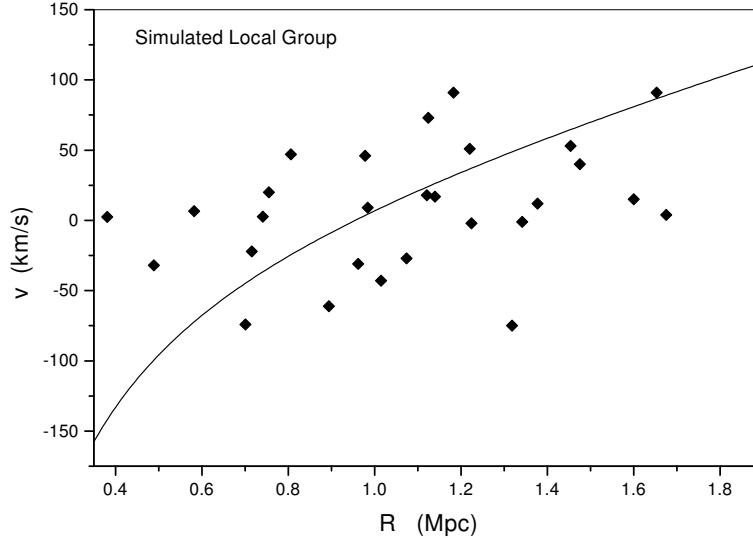


FIG. 4.6 – Données simulées représentant les vitesses radiales en fonction des distances. Le meilleur ajustement de ces données par la relation $v=v(R)$ mène à $M = 1.48 \times 10^{12} M_{\odot}$ and $\sigma = 73$ km/s. La valeur du paramètre de Hubble a été pris égale à $h = 0.65$.

contredire le schéma standard dans lequel la loi de Hubble n'est qu'une stricte conséquence de l'uniformité de la distribution de la matière. Ainsi se pose un problème : pourquoi cette dispersion des vitesses est-elle si faible ?

4.4.2 Estimation de la masse du Groupe Local et de H_0

Nous nous proposons dans cette section d'appliquer la relation vitesse-distance (4.26), obtenue précédemment, au Groupe Local. L'objectif étant d'estimer par cette méthode la masse du groupe local, concentrée principalement dans M31 et la Voie Lactée, ainsi que la valeur du paramètre de Hubble. De plus, cette relation nous renseigne également sur la dispersion des vitesses (radiales) de ces galaxies. Nous avons vu dans la section précédente que cette dispersion faible représentait actuellement une énigme. Governato et al. (1997) ont étudié la dynamique du Groupe Local et de son proche environnement à l'aide de simulations numériques. Leurs conclusions suggèrent que les modèles de DM froide ($\Omega_m = 1$ ou $\Omega_m = 0.3$) sont incapables de produire de tels systèmes confinés dans une région avec une dispersion de vitesse aussi faible.

Des données récentes des galaxies voisines du Groupe Local ont été divulguées par Karachentsev et al. (2002b), qui ont estimé $R_0 = 0.94 \pm 0.10$ Mpc et d'après l'équation (4.12) une masse totale de $1.3 \times 10^{12} M_{\odot}$ pour la paire M31-Voie Lactée. Nous avons ajusté la relation (4.26) aux données de Karachentsev et al. (2002b) mais en faisant varier maintenant à la fois la

masse et le paramètre de Hubble pour minimiser la dispersion des vitesses. Nous avons obtenus $h = 0.74 \pm 0.04$ et $M = (2.5 \pm 0.7) \times 10^{12} M_{\odot}$, où les erreurs sont à nouveau des estimations basées sur les incertitudes des paramètres ajustés. La figure 4.7 montre l'ajustement de la relation (4.26) aux données de Karachentsev. Si l'on se réfère au cas $\Omega_v = 0$, et en utilisant donc maintenant la relation (4.27), on trouve un résultat sensiblement similaire pour la masse mais avec une valeur pour le paramètre de Hubble plus élevée : $h = 0.87 \pm 0.05$. Nous reviendrons sur ce point un peu plus tard.

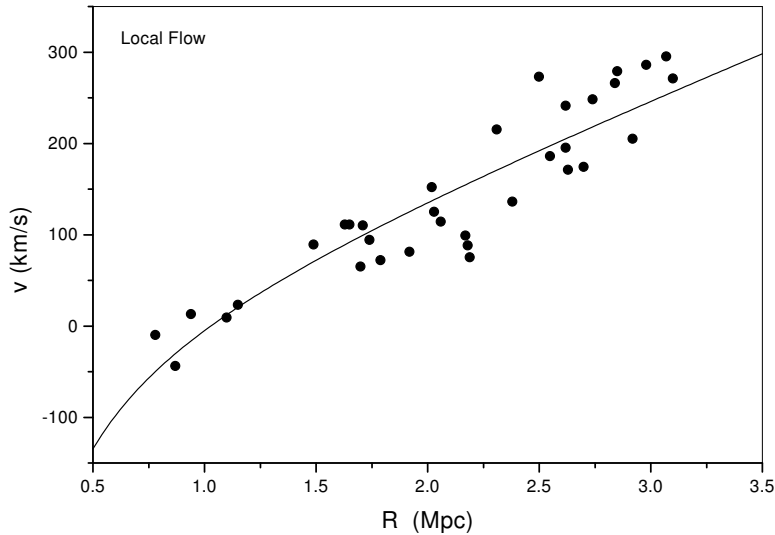


FIG. 4.7 – Données relatives au système M31-Voie Lactée représentant les vitesses radiales en fonction des distances des galaxies du Groupe Local (Karachentsev et al. 2002b). Le meilleur ajustement de ces données par la relation $v=v(R)$ donne $M = 2.5 \times 10^{12} M_{\odot}$ et $h = 0.74$.

Le rayon de vitesse nulle est localisé à 1.0 ± 0.1 Mpc, qui est environ 10% plus élevé que la valeur estimée par Karachentsev et al. (2002b), et la surface $S_{E=0}$ est située à une distance de 2.3 Mpc. D'après notre ajustement précédent, la dispersion des vitesses unidimensionnelle est de 39 km s^{-1} , qui est sensiblement plus faible que la valeur de 73 km/s trouvée à partir de nos simulations numériques à des échelles comparables. Macciò, Governato & Horellou (2005), dans leur étude observationnelle du flot de Hubble, ont conclu qu'à l'intérieur d'une sphère de 3 Mpc, la dispersion des vitesses attendue est de 38 km s^{-1} , ce qui est en bon accord avec nos résultats.

4.5 Application à l'amas de Virgo

Des modèles dynamiques de l'amas de Virgo, basés sur le modèle de Tolman-Bondi, ont été développés par exemple par Hoffman et al. (1980). Ils ont modélisé la projection de la dispersion des vitesses en fonction de la distance angulaire et, en comparant avec les données observationnelles, ils en ont déduit une masse de $(4.0 \pm 1.0) \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$ contenue dans une sphère de 6° de rayon, ce qui correspond approximativement au cœur de l'amas. En utilisant la relation du viriel, Tully & Shaya (1984) ont obtenu une masse de $(7.5 \pm 1.5) \times 10^{14} M_{\odot}$ pour ce même cœur. Mais plus récemment, Fouqué et al. (2001), en utilisant le modèle de Tolman-Bondi, ont trouvé une masse de $1.3 \times 10^{15} M_{\odot}$ dans un rayon de 8° .

Dans cette section, nous nous proposons d'appliquer à nouveau la relation (4.26) aux galaxies à l'extérieur du cœur central de l'amas de Virgo. Pour ce faire, les galaxies situées à plus de 1.7 Mpc (correspondant approximativement au cœur de l'amas) et à moins de 15 Mpc du centre de l'amas ont été sélectionnées dans la liste de Teerikorpi et al. (1992), ce qui représente un échantillon de 27 objets. Ensuite, il a fallu déterminer pour chacune de ces galaxies, leur vitesse radiale par rapport au centre de masse de l'amas de Virgo. Ceci peut être obtenu à l'aide de la procédure suivante. Dans un premier temps, les distances de ces objets par rapport au Groupe Local sont obtenues à partir de la relation de Tully-Fisher. Ces données sont accessibles dans la référence dernièrement mentionnée. Ensuite, à partir des vitesses héliocentriques, des corrections ont été faites pour se ramener à des vitesses par rapport au centre de masse du Groupe Local. Nous avons utilisé l'équation (6) dans les travaux réalisés par Courteau & van den Bergh (1999). Enfin, les vitesses V et les distances R par rapport au centre de l'amas de Virgo ont été calculées en considérant la distance à l'amas de 16.8 Mpc (Tully et Shaya 1984) et une vitesse observationnelle de 967 km/s du Groupe Local par rapport à Virgo (Kraan-Korteweg 1981) et en utilisant les relations suivantes (voir la figure 4.8) :

$$R^2 = D_v^2 + D^2 - 2D_v D \cos\theta \quad (4.28)$$

$$V = L \frac{(967 \cos\theta - V_0)R}{\sqrt{R^2 - D_v^2 \sin^2\theta}} \quad (4.29)$$

où D_v est la distance entre le Group Local et le centre de l'amas de Virgo (M87), D la distance entre le Group Local et la galaxie considérée. θ est l'angle entre les directions de la galaxie et l'amas de Virgo, L est un entier dont la valeur est 1 lorsque $D > D_v$ et -1 si $D < D_v$. Enfin, V_0 représente la vitesse par rapport au Groupe Local de la galaxie étudiée. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 4.1.

Le meilleur ajustement de l'équation (4.26) aux données donne $h = 0.65 \pm 0.09$ et une masse de $M = (1.10 \pm 0.12) \times 10^{15} M_{\odot}$, correspondant à une dispersion des vitesses $\sigma_{1D} = 335$ km/s pour le flot. La figure 4.9 montre les vitesses radiales en fonction du rayon de nos données et la relation théorique $v = v(R)$ avec les paramètres obtenus. La masse que l'on a obtenu dans notre

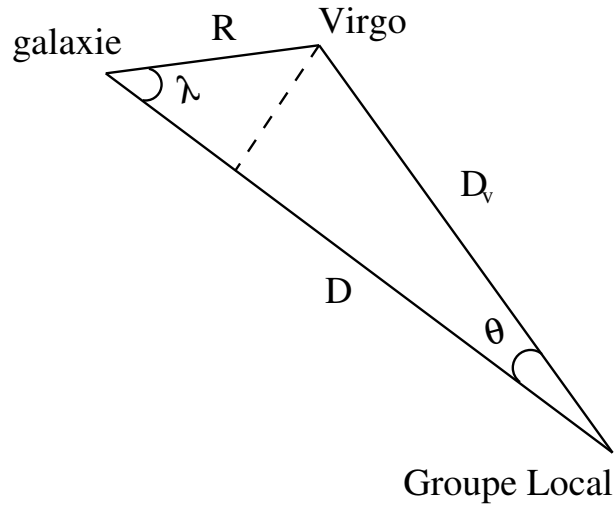


FIG. 4.8 – Schéma de principe pour déterminer la vitesse radiale d'une galaxie par rapport au centre de l'amas de Virgo.

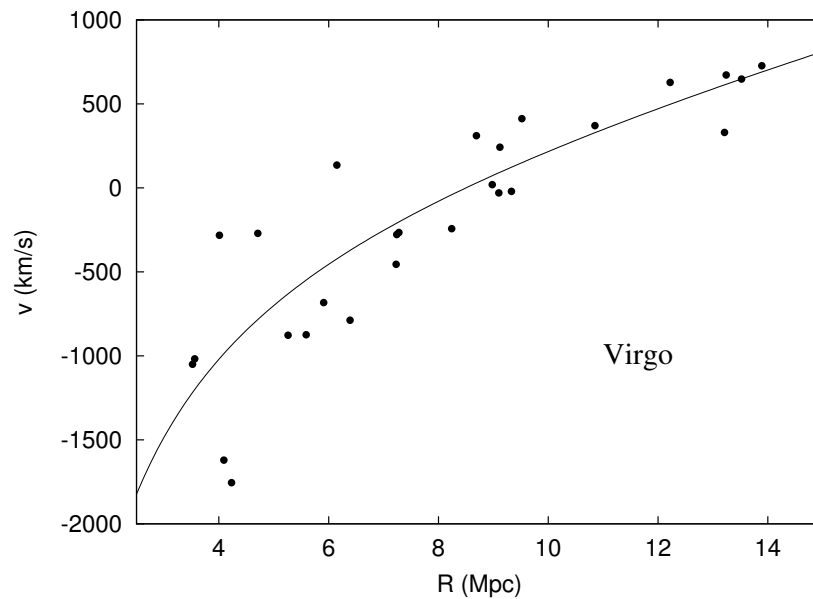


FIG. 4.9 – Données concernant les vitesses en fonctions des distances virgocentriques dans l'intervalle $3.5 \leq R \leq 15$ Mpc. Le meilleur ajustement de ces données par la relation $v=v(R)$ donne $M = 1.1 \times 10^{15} M_{\odot}$ et $h = 0.65$.

présente analyse confirme les résultats établis dans le passé, basés sur des modèles de champ de vitesses aux alentours de l'amas de Virgo, utilisant les équations de Tolman-Bondi, comme par exemple ceux menés par Tully & Shaya (1998) ou Fouqué et al. (2001).

La surface de vitesse-zéro est quant à elle localisée à $R_0 = 8.6 \pm 0.8$ Mpc, qui correspond à un angle $\theta_{ZV} = 29^{\circ}$ (en considérant la distance précédente). On peut comparer ceci avec les

NGC	V_{hel} (km/s)	l ($^{\circ}$)	b ($^{\circ}$)	V_{LG} (km/s)	R (Mpc)	V_r (km/s)
3627	723	241.87	64.42	593	10.85	371
3628	847	240.85	64.78	721	9.12	242
3810	968	252.95	67.22	834	6.15	136
4064	1033	24.08	76.09	938	8.98	19
4116	1311	277.85	63.41	1142	4.71	-271
4123	1284	277.99	63.64	1117	4.01	-282
4244	243	154.57	77.16	252	13.89	727
4395	315	162.10	81.53	304	13.24	672
4420	1710	288.53	64.68	1547	5.91	-683
4455	626	251.63	83.29	560	9.52	412
4457	816	289.14	65.84	658	8.69	311
4517A	1515	292.49	62.88	1344	7.23	-455
4517	1136	292.75	62.61	964	9.33	-21
4527	1726	292.61	65.18	1566	3.52	-1050
4536	1854	292.9	64.73	1691	5.59	-874
4565	1200	230.80	86.44	1152	8.24	-243
4592	1441	296.43	62.19	969	9.10	-30
4631	622	142.86	84.22	611	13.21	330
4632	1752	298.08	62.70	1583	6.39	-788
4666	1645	299.55	62.37	1475	4.09	-1621
4668	1701	299.76	62.30	1531	5.26	-877
4725	1214	295.12	88.36	1169	7.24	-278
4736	293	123.37	76.0	328	13.52	648
4747	1199	305.95	88.64	1156	7.28	-266
4826	404	315.70	84.42	343	12.22	628
4904	1290	308.15	62.75	1129	4.23	-1755
IC3474		291.71	65.12	1571	3.56	-1018

Tableau 4.1 : La première colonne précise le nom de la galaxie (nombre NGC) ; la deuxième donne les vitesses héliocentriques (valeurs moyennes à partir de "Catalogue of Radial Velocities of Galaxies" d'après (Palumbo, Tanzella-Nitti & Vettolani 1983)) ; les colonnes 3 et 4 donnent les coordonnées galactiques prises dans "Catalogue of Bright Galaxies" (de Vaucouleurs et al. 1976) ; la cinquième colonne indique la vitesse des galaxies par rapport au centre de masse du Groupe Local (équation (6) de Courteau & van den Bergh (1999)) ; La sixième donne les distances radiales à l'amas de Virgo ; enfin, la dernière colonne résume les vitesses radiales par rapport au centre de l'amas de Virgo. Pour IC3474, la vitesse a été prise directement à partir de Teerikorpi et al. (1992) où aucun renseignement concernant la vitesse héliocentrique est mentionné.

analyses de Hoffman et al. (1980), Tully et Shaya (1984) ou Teerikorpi et al. (1992), qui ont estimés $\theta_{ZV} = 27^\circ$, 28° et 25.8° respectivement.

Pour finir, l'équation (4.26), avec les paramètres considérés précédemment, prédit qu'au niveau du Groupe Local, la vitesse observée est de 988 km/s, qui est en bon accord avec la valeur observée. Ceci indique que la projection de la vitesse du Groupe Local dans la direction de Virgo est de 190 km/s, compatible avec les valeurs trouvées par de Freitas Pacheco (1985), Tammann & Sandage (1985) et Federspiel, Tammann & Sandage (1998). La surface $S_{E=0}$ est localisée à 19.8 Mpc, impliquant que la Groupe Local est lié à l'amas de Virgo.

4.6 Applications à d'autres groupes de galaxies



FIG. 4.10 – En haut : la galaxie M81 (à gauche) et la galaxie du Sculpteur (à droite). En bas : la galaxie IC342.

Nous allons maintenant appliquer la relation vitesse-distance (4.26) à trois autres groupes de galaxies, moins étudiés que le Groupe Local et l'amas de Virgo certes, mais dont les études sont toutes aussi intéressantes et instructives.

Le premier concerne le groupe lié à M81. Cette galaxie a été découverte par Johann Elert Bode en 1774 et est située dans la Grande Ourse. Les données observationnelles nécessaires à notre étude

peuvent être obtenues directement dans (Karachentsev et al. 2002a) où une trentaine d'objets peuvent être considérés. Nous avons alors représenté, sur le graphique de gauche de la figure 4.11, notre meilleur ajustement par notre relation $v = v(R)$ de ces données. Dans ce cas précis, nous avons trouvé : $M = (9.7 \pm 3.4) \times 10^{11} M_{\odot}$ et $h = (0.69 \pm 0.05)$. La valeur de la masse obtenue est comparable à celle déduite de Karachentsev et al. (2002a) en utilisant la formule (4.12) puisqu'ils ont obtenu le rayon de vitesse nulle $R_0 = 0.7 \pm 0.1$ Mpc et une masse $M = (1.6 \pm 0.3) \times 10^{12} M_{\odot}$ en utilisant la formule (4.12).

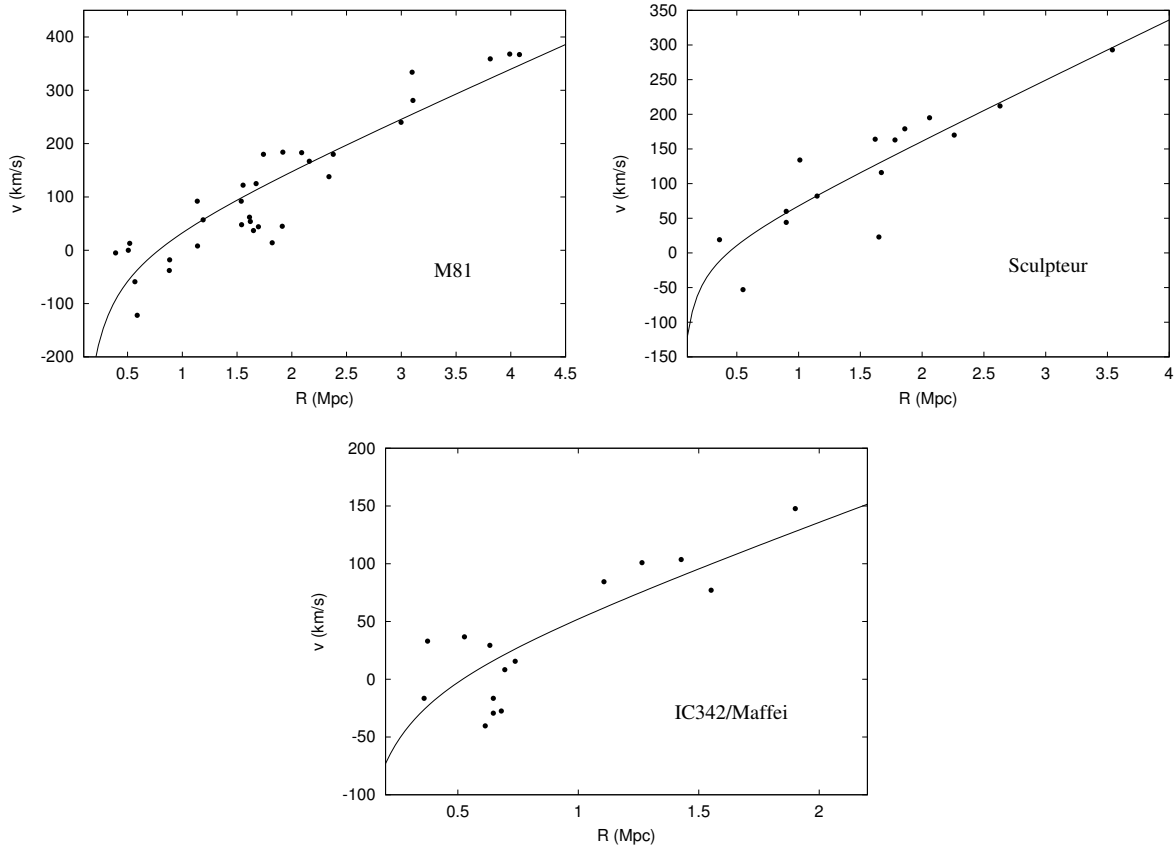


FIG. 4.11 – Distributions des vitesses radiales et des distances pour des groupes de galaxies proches par rapport à M81 (graphique en haut à gauche), par rapport à NGC 253 pour le groupe du Sculpteur (graphique en haut à droite) et par rapport à la paire IC342/Maffei (graphique du bas). Les meilleurs ajustements par la relation (4.26) des données observationnelles sont aussi représentés. Ils mènent à $M = 9.7 \times 10^{11} M_{\odot}$ et $h = 0.67$ pour l'étude de groupe de M31, $M = 1.5 \times 10^{11} M_{\odot}$ et $h = 0.69$ pour le groupe de Sculpteur et finalement $M = 2.0 \times 10^{11} M_{\odot}$ et $h = 0.58$ dans le groupe de de IC342/Maffei.

Nous avons ensuite étudié le groupe de galaxies du Sculpteur (Sculptor). Ce groupe est le groupe de galaxies le plus proche du Groupe Local. Il est particulièrement discernable puisqu'il contient plusieurs des galaxies les plus brillantes du ciel. Ici, les données observationnelles sont prises dans (Karachentsev et al. 2003a). Le meilleur ajustement par la relation (4.26) des données mène à : $M = (1.5 \pm 1.3) \times 10^{11} M_{\odot}$ et $h = (0.67 \pm 0.06)$ (voir le graphique de droite de la figure

4.11). A titre de comparaison, Karachentsev et al. (2003a) ont obtenu, pour ce même groupe, $R_0 = 0.7 \pm 0.1$ Mpc et une masse $M = (5.5 \pm 2.2) \times 10^{11} M_\odot$, toujours d'après la relation (4.12).

Enfin, le troisième groupe étudié concerne le groupe de IC342/Maffei. Ce groupe de galaxies est bien connu, même si la plupart de ses galaxies n'ont été découvertes que dans les vingt dernières années. En effet, beaucoup des galaxies du groupe se trouvent derrière le plan de notre galaxie ce qui complique les observations. Dans ce cas, d'après le meilleur ajustement aux données observationnelles prises dans (Karachentsev et al. 2003b), on obtient : $M = (2.0 \pm 1.2) \times 10^{11} M_\odot$ et $h = (0.58 \pm 0.10)$.

Nous reviendrons sur l'ensemble de ces résultats dans le chapitre consacré à la conclusion générale.

Chapitre 5

Détection indirecte de la matière noire

Sommaire

5.1	Introduction	111
5.2	Le modèle supersymétrique	113
5.3	Le flux γ	117
5.4	Résultats numériques - prédictions pour GLAST	124
5.5	Effets de la structure du halo sur le flux γ	131

5.1 Introduction

La nature de la matière noire (DM) reste à ce jour un problème non élucidé dans le domaine de la physique des particules. Malgré le nombre considérable de témoignages observationnels qui ont été présentés dans la section 1.2.1, nous ne savons toujours pas de quoi cette matière est constituée.

La plupart des candidats à la DM émergent du Modèle Standard de la physique des particules, mais bon nombre d'entre-eux sont exclus à cause des contraintes observationnelles actuelles. C'est le cas notamment des neutrinos (ν), qui furent les premiers candidats à la DM chaude (voir section 1.2.2). En revanche, des extensions supersymétriques (SUSY) du Modèle Standard mènent à de nouveaux candidats et le plus sérieux d'entre-eux est le le neutralino (χ), qui est la particule supersymétrique la plus légère. Le neutralino est une particule de Majorana¹ stable. De ce fait, il devrait représenter une importante population résiduelle cosmologique.

Au cours des dernières années, des expériences importantes ont vu le jour dans le but de détecter de façon directe ou indirecte des particules de DM (Feng, Matchev & Wilczec 2001). Des expériences de détection directe, telles que DAMA, EDELWEISS, CRESST et IGEX (Loidl et al.

¹Une particule de Majorana ne diffère pas de son anti-particule.

2002) consistent d'une façon générale à mesurer l'énergie de recul d'un noyau lors d'une collision élastique, quand celui-ci interagit avec une particule de DM. Cependant, le taux d'évènement, la stratégie de recherche et les analyses des données dépendent fortement de la distribution spatiale et de la vitesse de la DM qui ne sont pas encore bien comprises. Par exemple, il n'est pas clair si les halos de DM sont des structures dynamiquement relaxées ou non (voir chapitre 3). Il n'est pas clair non plus si la DM est distribuée de façon homogène avec une distribution de vitesse isotropique. Ainsi, si des inhomogénéités existent sous la forme de courants ou de grumeaux de matières ou encore sous forme d'hypothétiques caustiques, elles pourraient avoir des effets dramatiques sur les recherches directes (Sikivie, Tkachev & Wang 1997). Les expériences de détection indirecte, quant à elles, recherchent les produits de l'auto-annihilation des neutralinos et tout particulièrement les rayons γ . On suppose alors que l'émission des rayons- γ soit attendue à partir du centre galactique ou à partir d'autres halos massifs de DM. La distribution de la DM dans ces halos joue à nouveau un rôle crucial et en particulier, le degré des sous-structures et la présence ou l'absence d'un trou noir supermassif (SMBH) au centre peuvent influencer le taux d'annihilation.

Dans notre étude, nous avons supposé que la DM était constituée de neutralinos et nous nous sommes intéressés à sa détection indirecte. Ces travaux ont été d'autant plus motivés par la mise en service prochaine du satellite GLAST. D'une façon générale, la prédiction du flux de rayons- γ requiert deux entrées distinctes : une provenant de la physique des particules, pour les questions sur la section efficace d'interaction et le nombre de photons produits par annihilation, et une autre qui provient de l'astrophysique pour des problèmes concernant la distribution spatiale de la DM à l'intérieur des sources potentielles.

Pour ce qui est du domaine de la physique des particules, la plupart des études sur la détection indirecte de la DM exploite de nombreux canaux de désintégration du neutralino, malgré le nombre important de paramètres considérés dans le modèle supersymétrique minimal. Bien qu'il existe des contraintes imposées par les données des accélérateurs de particules, il reste au moins sept paramètres libres². La détermination du spectre résultant des particules supersymétriques est, par conséquent, très difficile et les procédures employées sont quelques fois incertaines. On peut citer, par exemple, l'utilisation de codes numériques comme SuSect, qui tient en compte de l'ensemble de ces paramètres (Djouadi, Kneur & Moutaka 2002). Dans notre étude, nous avons pris une différente approche dans laquelle nous supposons que le nombre de photons produits par annihilation Q_γ , peut être évalué en faisant l'hypothèse que le processus d'annihilation $\chi\bar{\chi}$ est similaire à un jet QCD. Dans ce schéma, l'évaluation de Q_γ est plutôt simple puisqu'elle ne dépend que d'un seul paramètre, la masse du neutralino.

Concernant la distribution de la DM, différentes études ont considéré la direction du centre galactique comme étant une source privilégiée à cause de la grande colonne de densité attendue dans cette direction. Cependant, la détection des rayons- γ à partir de notre halo est grandement

²le paramètre de masse du higgsino μ , le paramètre de masse du gaugino M_2 , le rapport des valeurs associées à l'énergie du vide de Higgs ($\tan\beta$), la masse du boson CP-impair m_A , le paramètre de masse scalaire m_0 et les paramètres tri-linéaires de brisure de la symétrie A_b et A_t .

Particules du Modèle Standard			Particules supersymétriques		
Nom	Symbole	Spin	Nom	Symbole	Spin
Quark	q	1/2	Squark	\tilde{q}	0
Electron	e	1/2	Selectron	\tilde{e}	0
Muon	μ	1/2	Smuon	$\tilde{\mu}$	0
Tauon	τ	1/2	Stauon	$\tilde{\tau}$	0
W	W	1	Wino	\tilde{W}	1/2
Z	Z	1	Zino	\tilde{Z}	1/2
Photon	γ	1	Photino	$\tilde{\gamma}$	1/2
Gluon	g	1	Gluino	\tilde{g}	1/2
Higgs	H	0	Higgsino	\tilde{H}	1/2

Tableau 5.1 : Les particules du Modèle Standard et les partenaires supersymétriques associés.

affectée par le fond local puisque la plupart d'entre-eux sont produits par les interactions des rayons cosmiques avec l'environnement interstellaire. Cette contamination indésirable est moins importante pour des sources à l'extérieur du plan galactique et des sources extragalactiques. Par exemple, de part leur proximité, les galaxies naines voisines, la galaxie du Dragon ou du Sagittaire, offrent des sites uniques pour la détection de la DM. De même, du fait de leur considérable halo de DM, M31 et en particulier M87, sont aussi des sources potentielles de rayon- γ que nous avons exploités dans notre étude. Précisons enfin, que pour ces objets, l'angle sous-tendu par le détecteur est faible ce qui est non négligeable.

5.2 Le modèle supersymétrique

5.2.1 Présentation

La supersymétrie est une extension du Modèle Standard de la physique des particules. Selon elle, chaque particule élémentaire connue admet un partenaire supersymétrique, ou superpartenaire, qui possède les mêmes propriétés excépté le spin. Les fermions de spin 1/2 comme les leptons ou les quarks, ont des superpartenaires de spin 0, tandis que les bosons de spin 1, les photons par exemple, ont des superpartenaires de spin 1/2. Les superpartenaires des fermions sont nommés en ajoutant un préfixe "s" tandis qu'on rajoute un suffixe "ino" pour les superpartenaires des bosons. Le tableau 5.1 résume ces différentes notions.

Si la supersymétrie était exacte, une particule et son superpartenaire devraient avoir exactement la même masse. On explique alors le fait qu'aucun superpartenaire n'a été observé en supposant que la supersymétrie n'est pas une symétrie exacte et que les superpartenaires sont beaucoup plus massifs, de l'ordre de 100 à 1000 GeV, et que les accélérateurs actuels ne sont pas assez puissants pour nous permettre de les observer.

Pour distinguer les superpartenaires, un nouveau nombre quantique a été introduit. Il s'agit de la *parité* R . On assigne un parité $R = +1$ aux particules du Modèle Standard, tandis que les superpartenaires ont une parité $R = -1$. Lors de réactions, le produit des parités R doit être conservé, ce qui implique que les particules supersymétriques ne peuvent être créées ou annihilées que par paires. Par conséquent, cela stipule qu'une particule supersymétrique unique ne peut pas se désintégrer en particule ordinaire. Si elle est lourde, elle peut se désintégrer en une particule supersymétrique plus légère plus des particules ordinaires. De ceci il résulte que la particule supersymétrique la plus légère est stable, car il n'existe pas d'état dans lequel elle puisse se désintégrer.

Par ailleurs, Si la supersymétrie existe, cela a des conséquences importantes en cosmologie. Dans l'Univers primordial, la contribution des champs supersymétriques à l'énergie potentielle effective a pu être très importante, et déclencher entre autres l'inflation. Peu après le big-bang, quand l'énergie thermique était élevée comparativement à la masse des superparticules, ces particules ont pu être produites par paires en grande quantité. Puis quand l'Univers s'est refroidi et étendu, la plupart se sont désintégrées sauf la plus légère qui est stable et qui peut exister alors en tant que résidu du big-bang. Si ces particules sont électriquement neutres, elles doivent interagir très faiblement avec la matière (comme les neutrinos), mais étant massives elles peuvent contribuer à la DM de l'Univers.

5.2.2 Le neutralino

Dans les théories supersymétriques, le candidat le plus probable pour la DM est une superposition quantique, appelé neutralino. Pour de plus amples détails, on pourra se référer aux travaux de Jungman et al. (1996). Le neutralino (χ) est un fermion de Majorana électriquement neutre dont la masse m_χ , peut varier de quelques GeV à quelques centaines de TeV. Une limite inférieure d'environ $m_\chi \sim 30$ GeV a été estimée par l'accélérateur de particule LEP (Abbiendi et al. 2000) tandis que la limite supérieure $m_\chi \sim 340$ TeV a été évaluée de façon théorique (Griest & Kamionkowski 1990). Malgré le grand intervalle autorisé par ces limites, seuls les modèles dans lesquels $m_\chi \leq 10$ TeV sont cosmologiquement intéressants puisque dans le cas contraire, une densité résiduelle trop faible serait obtenue (Gondolo & Silk 1999).

Le neutralino est une superposition linéaire de quatre particules supersymétriques :

$$\chi = a_{\tilde{\gamma}} \tilde{\gamma} + a_{\tilde{Z}^0} \tilde{Z}^0 + a_{\tilde{H}_1^0} \tilde{H}_1^0 + a_{\tilde{H}_2^0} \tilde{H}_2^0, \quad (5.1)$$

où $\tilde{\gamma}$ est le photino, \tilde{Z}^0 est le Zino et \tilde{H}_1^0 et \tilde{H}_2^0 sont des higgsinos. Les coefficients sont normalisés de sorte que $a_{\tilde{\gamma}} + a_{\tilde{Z}^0} + a_{\tilde{H}_1^0} + a_{\tilde{H}_2^0} = 1$. Si la somme $a_{\tilde{\gamma}}^2 + a_{\tilde{Z}^0}^2 > 0.9$ alors le neutralino est de type *gaugino*, tandis qu'il est de type *higgsino* si la somme est inférieur à 0.1.

Nous admettrons plus loin que, dans l'Univers primordial, les neutralinos étaient en équilibre thermique avec le plasma primordial et que leur densité actuelle étaient fixées au moment où ils ont cessé d'interagir avec les autres espèces de particules. A cet instant précis, caractérisé par une

température T_* , le taux d'annihilation est comparable au taux d'expansion de l'Univers. De plus, les neutralinos ont des vitesses non relativistes puisque $kT_* < m_\chi c^2$. Ainsi, après le découplage avec la matière, les neutralinos peuvent s'annihiler d'après les canaux de désintégration suivants :

$$\chi\bar{\chi} \rightarrow \begin{cases} \bar{l}l : \text{leptons et anti-leptons} \\ q\bar{q} : \text{quarks et anti-quarks} \\ W^+W^- \\ Z^0Z^0 \\ H^0H^0 \\ Z^0H^0 \end{cases} \quad (5.2)$$

La désintégration d'un pion neutre formé par le processus d'hadronisation (confinement des quarks) constitue la principale source du spectre continu des rayons- γ . D'autre part, deux niveaux d'annihilation peuvent produire des raies- γ . Pour la première, $\chi\bar{\chi} \rightarrow \gamma\gamma$, les photons ont une énergie de l'ordre de $\sim m_\chi$. En ce qui concerne la seconde, $\chi\bar{\chi} \rightarrow Z^0\gamma$, l'énergie des photons satisfait $\epsilon_\gamma = m_\chi - m_Z^2/(4m_\chi)$. Ce dernier processus s'avère n'être important que pour des masses plus élevées que ~ 45 GeV.

5.2.3 Méthodes de détection

La supersymétrie est devenue le point de convergence de la physique des particules et de l'astrophysique. L'idée que la DM soit constituée de particules élémentaires a suscité un tel intérêt que de nombreux groupes expérimentaux ont délaissé les accélérateurs et se consacrent depuis une vingtaine d'années à l'observation des hypothétiques neutralinos cosmiques ou des WIMPs. Les méthodes de recherches employées sont soit directes soit indirectes.

Détection directe

Si notre Galaxie est entourée d'un halo de DM sous forme de particules, la Terre devrait être traversée en permanence par un flot de ces particules. On devrait alors être capable de les détecter directement, c'est-à-dire de mettre en évidence leur interaction avec de la matière dans un détecteur. En effet, si des particules non-baryoniques constituent effectivement une partie du halo de DM de la Galaxie, leur détection directe devient possible en mesurant l'énergie de recul des noyaux d'une cible (quelques KeV à quelques dizaines de KeV). Par exemple, cette cible peut être un noyau de Germanium (Ge) dont l'énergie de recul est convertie à la fois en chaleur ($\sim 10^{-6}$ degrés Celsius) et en un signal d'ionisation (quelques centaines d'électrons).

Plusieurs expériences sont dédiées à ce type de recherches et plusieurs groupes dans le monde sont engagés dans des projets de détection bolométrique de WIMPs : la collaboration CRESST (Munich-Oxford) avec un projet de 4 bolomètres en saphir de 250g à très bas seuil (0.5 KeV) ; la collaboration CDMS (Berkeley-Stanford) avec plusieurs centaines de grammes de bolomètres

Ge et Si à double détection chaleur-ionisation. Les efforts français sont regroupés à l'INSU au sein du projet MANOLIA (IAS, IAP) et de manière interdisciplinaire au sein de la collaboration EDELWEISS (IN2P3, INSU, CEA).

Ces expériences de détection directe sont confrontées à la faiblesse du taux d'événements attendus, conséquence des faibles valeurs des sections efficaces d'interaction. Une des difficultés principales consiste à reconnaître les éventuelles particules de DM parmi les autres processus qui peuvent conduire à un événement dans le détecteur un rayon cosmique, une particule issue de la radioactivité naturelle, etc... La première précaution est de blinder l'expérience et de l'enfouir sous Terre (pour se protéger des rayons cosmiques). Ensuite, les événements provenant de la DM n'ont pas la même probabilité selon la saison dans l'année : la Terre tourne autour du soleil qui lui-même tourne autour du centre galactique. La vitesse de la Terre par rapport au halo de la Galaxie diffère d'une saison à l'autre, et on devrait ainsi observer une variation annuelle du signal de détection directe.

Détection indirecte

Si l'Univers est rempli de particules d'un type nouveau, on devrait les voir apparaître dans les régions de l'Univers où la DM est abondante. Plus précisément, ces endroits sont les centres de galaxies et les centres d'amas de galaxies. Il devrait aussi y avoir une concentration de DM assez importante dans le Soleil et au cœur de la Terre puisque ces objets célestes peuvent capturer la DM dans leur champ de gravité. Enfin, si la DM se présente sous la forme de grumeaux, comme nous l'avons suggéré plus haut, ces structures sont aussi des endroits où la concentration doit être particulièrement élevée.

Des collisions entre ces particules doivent à priori avoir lieu de temps en temps, dont la probabilité est forcément liée à leur densité. Ainsi, les produits de l'annihilation de ces particules mènent à l'existence de flux comme par exemple les flux de neutrinos, de rayon γ , etc... Notons tout de suite que ces annihilations sont rares, si bien que la production de ces flux est un phénomène marginal.

Plusieurs projets devraient voir le jour prochainement afin de détecter de tels signaux, s'ils existent. C'est le cas de la mission GLAST de la NASA, qui devrait décoller en 2007 et rechercher activement les rayons γ produits à partir de l'interaction des neutralinos. Des observatoires sur Terre, tels que VERITAS ou MAGIC pourront aussi apporter leur contribution. Ils permettront alors une recherche très fine de la masse du neutralino. De même le LHC (Large Hadron Collider) du CERN à Genève, se penchera aussi sur le concept de supersymétrie.

Précisons pour finir que de récentes estimations d'annihilation de neutralinos dans le centre galactique (Bergström, Ullio & Buckley 1998), utilisant un modèle avec un pic central dans la distribution de densité du halo de DM (Navarro, Frenk & White 1996), prédissent un signal γ qui peut avoir une intensité suffisante pour être détecté par VERITAS et GLAST. La meilleure sensibilité et le seuil de basse énergie de GLAST ou VERITAS seront critiques pour couvrir une

grande partie de la gamme du neutralino et des paramètres de la DM.

5.3 Le flux γ

5.3.1 L'expression du flux γ

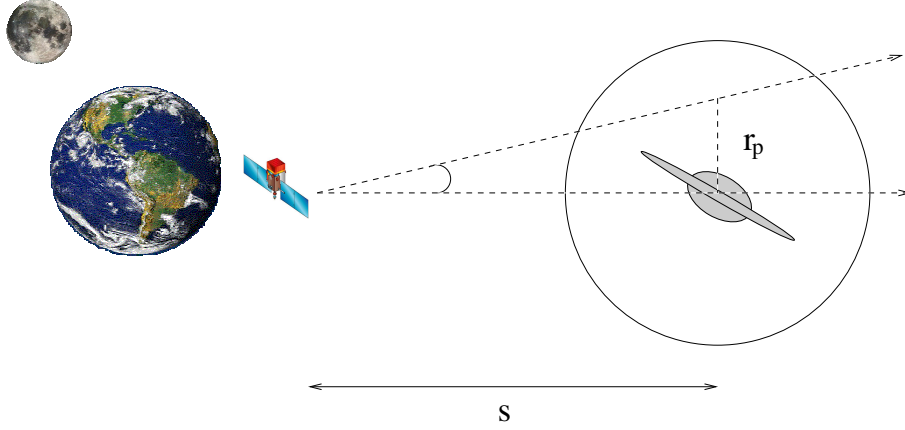


FIG. 5.1 – Schéma de principe sur la détermination du flux γ provenant d'une source potentielle et suivant une ligne de visée spécifique.

Puisque les neutralinos sont des particules de Majorana, leur densité est égale à celle des anti-neutralinos et par conséquent, le taux d'annihilation par unité de volume est donné par :

$$\varepsilon_{\chi\bar{\chi}} = \langle \sigma_{\chi\bar{\chi}} v \rangle \left(\frac{\rho_{\chi}}{m_{\chi}} \right)^2 \quad (5.3)$$

où $\langle \sigma_{\chi\bar{\chi}} v \rangle$ est le taux d'annihilation moyen, m_{χ} la masse du neutralino et ρ_{χ} la densité de matière des neutralinos (ou la densité de la DM). Si la source est spatialement étendue, alors l'intensité de radiation $I_{\gamma}(r_p)$, mesurée à une distance projetée donnée r_p du centre est :

$$I_{\gamma}(r_p) = \frac{\langle \sigma_{\chi\bar{\chi}} v \rangle}{4\pi m_{\chi}^2} Q_{\gamma} \mathcal{I} \quad (5.4)$$

où

$$\mathcal{I} = \int \rho_{\chi}^2 \left(\sqrt{s^2 + r_p^2} \right) ds \quad (5.5)$$

représente l'intensité réduite et Q_{γ} le nombre de photons produits par annihilation au dessus d'une certaine énergie. Précisons que l'intégrale se fait suivant la ligne de visée. Le flux f_{γ} à l'intérieur d'un angle solide $\Delta\Omega$ sous-tendu par le détecteur ($d\Omega = 2\pi r_p dr_p / D^2$ pour de faibles distances angulaires) s'exprime alors par :

$$f_{\gamma} = \int I_{\gamma} d\Omega = \frac{2\pi}{D^2} \int I_{\gamma}(r_p) P(r_p) r_p dr_p \quad (5.6)$$

où D est la distance séparant la source du détecteur et $P(r_p)$ la fonction d'étalement (PSF pour "Point-Spread Function") du détecteur. Dans le cas du satellite GLAST, nous adopterons une PSF en forme de Gaussienne ($P(r_p) = e^{-r_p^2/2\sigma^2}$) dont la largeur dépendra de l'énergie. Notons que certaines caractéristiques spécifiques du projet GLAST nous renseignent sur la largeur de cette PSF : $\sigma(0.1\text{GeV}) \approx 1.05^\circ$ and $\sigma(1\text{GeV}) \approx 0.17^\circ$. Ces deux seuils d'énergie vont être importants pour la suite puisqu'ils nous permettront de mieux sonder la distribution de la DM.

5.3.2 Le taux d'annihilation des neutralinos

Dans le but de calculer le flux des rayons γ à partir de la relation (5.6), il est nécessaire de déterminer au préalable certains paramètres astrophysiques tel que le taux d'annihilation moyen. Celui-ci peut-être estimé en utilisant des hypothèses déjà mentionnées, à savoir que les neutralinos sont initialement en équilibre et se détachent à T_* lorsque le taux d'annihilation est égal au taux d'expansion. Ce dernier peut être estimé à l'aide de l'équation de Friedmann (1.8) reliant le paramètre de Hubble H à la densité d'énergie totale. Comme nous le verrons par la suite, les neutralinos se découplent à des températures appartenant à l'intervalle $0.4 - 70$ GeV, dépendant de leur masse. Ensuite, leur nombre (comobile) reste pratiquement constant tandis que leur concentration par rapport aux photons varie puisque d'autres espèces de particules vont se découpler plus tard, entraînant une sorte de "réchauffement" des photons en raison de la conservation de l'entropie. Lorsqu'un tel cas se produit, le rapport entre la température avant et après un découplage donné dépend de la variation du nombre effectif du degré de liberté soit $(g_{eff,bef}/g_{eff,after})^{1/3}$ avec

$$g_{eff}(T) = \frac{1}{2} \sum (g_B + \frac{7}{8}g_F) \quad (5.7)$$

où la somme concerne tous les bosons et les fermions présents dans le plasma primordial (par rapport au nombre de photons). Pour des températures au dessus de 0.4 GeV et inférieures à 80 GeV, on s'attend à ce que les quarks et les gluons soient présents tandis que les bosons de gauge (W^\pm et Z^0) aient déjà disparus. Dans ce cas-là, les principales particules qui contribuent à g_{eff} sont les photons, les gluons, les trois leptons et leurs anti-particules (le tauon découple à $T_* \sim 1.8$ GeV) ainsi que leurs neutrinos et anti-neutrinos associés et enfin les six quarks et leurs anti-quarks.

Sous ces diverses conditions, on peut obtenir l'équations de *balance* (voir par exemple Kolb & Turner 1990) :

$$\Omega_\chi h_{65}^2 = \frac{6.88 \times 10^7}{g_{eff}(T_*)} m_\chi (\text{GeV}) y^{3/2} e^{-y}, \quad (5.8)$$

$$\langle \sigma_{\chi\bar{\chi}} v \rangle = \frac{8.82 \times 10^{-36} \sqrt{g_{eff}(T_*)}}{g_\chi m_\chi (\text{GeV})} y^{-1/2} e^y \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}, \quad (5.9)$$

où $y = m_\chi c^2/kT_*$ et h_{65} le paramètre de Hubble dans les unités de $65 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

A partir de ces équations et une fois que le paramètre de densité est fixé, la température au moment du découplage ainsi que le taux d'annihilation par particule peuvent être calculés pour une masse de neutralino donnée. Ici nous adopterons la valeur généralement admise $\Omega_\chi = 0.26$ et nous supposerons que la masse d'un neutralino appartient à l'intervalle $10 \text{ GeV} \leq m_\chi \leq 2000 \text{ GeV}$. Dans ce cas précis, le paramètre y varie à l'intérieur de l'intervalle $22.5 \leq y \leq 28.2$ correspondant à l'intervalle de température mentionné plus haut. Le taux d'annihilation moyen par particule varie alors très peu $(7.7 - 9.5) \times 10^{-27} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ et est comparable à des valeurs adoptées dans d'autres études (Tasitsiomi & Olinto 2002, Salati 2003).

Une difficulté majeure dans la détermination du nombre de rayons γ produit par annihilation provient des processus complexes d'hadronisation et d'émission γ qui prennent en compte un nombre important de paramètres dans les modèles supersymétriques. Ici, nous utiliserons une approximation aux fonctions de fragmentation QCD calculées numériquement à partir de Hill et al. (1987) et Wichoski et al. (2002). Ainsi, nous supposons que l'hadronisation et les émissions de rayons γ qui s'en suivent sont similaires aux désintégrations de jets QCD et que l'annihilation de deux neutralinos produit deux jets, chacun d'énergie $\sim m_\chi$. En utilisant alors la fonction des jets en photons, neutrinos et baryons, réputée être une bonne approximation au dessus de quelques TeV (Hill 1983 ; Hill et al. 1987), le nombre de photons par annihilation et par jets produits dans l'intervalle d'énergie $x, x + dx$ est :

$$\frac{dQ_\gamma}{dx} = \frac{5}{8} \left(\frac{16}{3} - 2\sqrt{x} - \frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{2}{3}x^{-3/2} \right) \quad (5.10)$$

où l'énergie sans dimension est définie par $x = \epsilon_\gamma / (m_\chi c^2)$, ϵ_γ étant l'énergie d'un photon. Par conséquent, le nombre total de photons par annihilation au dessus d'un seuil d'énergie $\epsilon_{\gamma, \text{th}}$ est donné par :

$$Q_\gamma = 2 \int_{x_{\text{th}}}^1 \frac{dQ_\gamma}{dx} dx. \quad (5.11)$$

où le facteur 2 tient compte de la formation de deux jets plutôt qu'un seul du fait de la conservation du moment cinétique.

Sur la figure 5.2, nous avons représenté le taux de production des photons $\langle \sigma_{\chi\bar{\chi}} v \rangle Q_\gamma$ en $\text{cm}^3 \text{ s}^{-1}$ pour deux seuils d'énergie (0.1 and 1.0 GeV) en fonction de la masse du neutralino. Dans notre étude, malgré le fait que nos hypothèses soient relativement simplifiées, les taux obtenus sont en bon accord avec des estimations faites à partir de codes numériques traitant le modèle supersymétrique (Tasitsiomi & Olinto 2002 ; Salati 2003). Ceci n'est surprenant pour autant puisque les paramètres requis dans ces codes sont choisis pour correspondre à la densité résiduelle attendue. Nous avons considéré une approche contraire puisque nous avons fixé la densité résiduelle après quoi le taux d'annihilation a été calculé à partir des équations (5.8) et (5.9). Ainsi, les deux procédures doivent donner des résultats comparables bien que notre méthode a l'avantage d'utiliser un seul paramètre libre qui est la masse du neutralino.

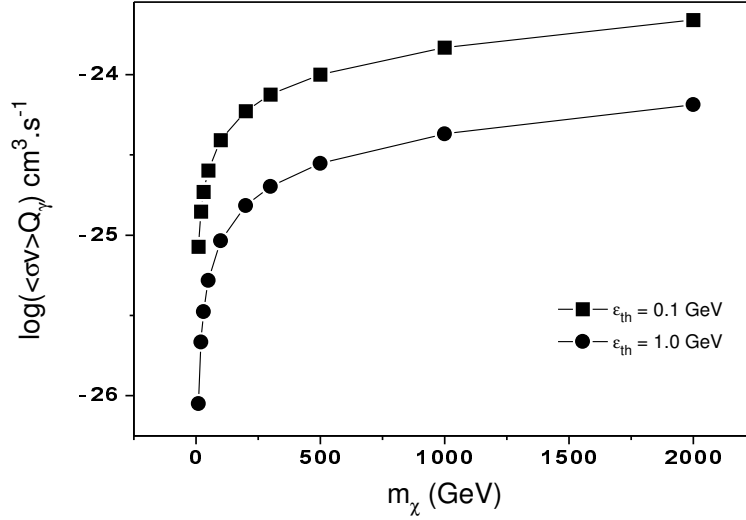


FIG. 5.2 – Taux de production des photons par annihilation en cm^3/s au dessus d’une énergie seuil $\epsilon_{\gamma,\text{th}}$ de 0.1 GeV et 1.0 GeV.

5.3.3 Paramètres astrophysiques

Au cours de la section précédente, nous avons évalué le taux d’annihilation moyen $\langle \sigma_{\chi\bar{\chi}} v \rangle$ et le nombre total de photons créés par annihilation au dessus d’un certain seuil d’énergie Q_γ . A présent, nous allons nous intéresser au calcul de l’intensité réduite \mathcal{I} , donnée par (5.5), dont la valeur est nécessaire pour l’évaluation du flux f_γ (5.6).

L’intégrale de l’équation (5.5) est souvent évaluée en prenant un profil de densité de la forme :

$$\rho(r) = \frac{\rho_*}{(r/r_*)^\beta (1 + r/r_*)^\gamma} \quad (5.12)$$

où ρ_* et r_* sont respectivement la densité caractéristique et le rayon caractéristique. Si $\beta = 1$ et $\gamma = 2$, on obtient le profil de Navarro-Frenk-White (Navarro, Frenk & White 1996, 1997) que l’on a déjà rencontré lors de la section 1.3.3. Par contre, si $\beta = \gamma = 1.5$, on obtient le profil de Moore (Moore et al, 1999). Une difficulté imminente s’en suit : lorsque l’on intègre sur la ligne de visée qui passe par le centre d’une source potentielle, ces deux derniers profils divergent. Pour contourner ce problème, plusieurs astuces existent. On peut d’une part imposer une densité centrale finie telle que $\rho_\chi = m_\chi H_0 / \langle \sigma_{\chi\bar{\chi}} v \rangle$, puisque les régions de densité élevée vont se vider progressivement à cause du fort taux d’annihilation qui les caractérise (Calcáneo-Roldán & Moore 2000). D’autre part, des simulations de grandes résolutions peuvent être utilisées pour étudier le comportement du profil de densité dans les régions centrales des halos. Toutefois, même la simulation possédant la plus grande résolution est à l’heure actuelle incapable de résoudre la structure centrale des halos

Profil	$\int \rho^2 ds$ ($\text{GeV}^2 \text{cm}^{-5}$)	Référence
Moore	3.3×10^{26}	Calcáneo-Roldán et Moore 2000
NFW	2.8×10^{25}	Evans, Ferrer et Sarkar 2004
core	3.0×10^{22}	Evans, Ferrer et Sarkar 2004
cusp	2.4×10^{22}	Ellis et al. 2002
NFW	5.2×10^{25}	Stoehr et al. 2003
SWTS	1.8×10^{24}	Stoehr et al. 2003

Tableau 5.2 Valeurs de l'intensité réduite dans la direction du centre galactique.

si bien que des extrapolations sont nécessaires pour estimer la densité centrale. Pour illustrer ce point, le tableau 5.2 compare plusieurs valeurs, estimées dans la littérature, de l'intensité réduite \mathcal{I} suivant la direction du centre galactique donnée par l'expression (5.5).

Une simple inspection du tableau 5.2 montre que cette intégrale spécifique peut varier de quatre ordres de grandeur selon le profil utilisé. Par conséquent, de sévères incertitudes planent sur la valeur du flux γ prédit.

Récemment, la structure centrale des halos de DM, sous le modèle Λ CDM, a été réétudiée par Navarro et al. (2004) et un nouveau profil, le profil " α ", a été proposé pour ajuster les résultats numériques actuels. Celui-ci admet pour expression :

$$\rho(r) = \rho_* \exp\left(-\frac{2}{\alpha} \left[\left(\frac{r}{r_*}\right)^\alpha - 1\right]\right) \quad (5.13)$$

Ce profil présente plusieurs avantages non négligeables par rapport à celui défini en (5.12). Premièrement, la masse totale et la densité centrale sont finies, ce qui résout le problème de divergence rencontré précédemment dans l'évaluation de l'intensité centrale. Deuxièmement, la pente logarithmique décroît de façon plus progressive que celle du profil NFW ou Moore. D'après les simulations, le paramètre α doit être dans l'intervalle 0.1 – 0.2. Nous adopterons ici, dans les cas de M31 ou de la Voie Lactée, la valeur suggérée de $\alpha = 0.17$ (Navarro et al. 2004). Les deux derniers paramètres restants, ρ_* et r_* , peuvent être estimés si la masse totale et une autre quantité physique telle que la vitesse circulaire maximale sont connues. Cependant, la courbe de rotation à l'intérieur du rayon effectif n'est pas dominée par la DM comme nous l'avons vu au cours de la section (2.6). Par conséquent, la vitesse de rotation maximale n'est pas une quantité robuste dans notre cas précis. Le halo de M31 est probablement similaire à celui de la Voie Lactée ce qui implique que la densité d'énergie de la DM à une distance de l'ordre de 8 – 9 kpc du centre doit être comparable à celle observée dans le voisinage du système solaire, soit 0.4 GeV cm^{-3} . Nous utiliserons cette valeur couplée avec la masse de M31 pour fixer les paramètres ρ_* et r_* .

Les présentes observations contraignant la masse du halo de M31 sont plutôt pauvres. Par exemple, la courbe de rotation semble bien être expliquée en considérant seulement de la matière

baryonique dans le bulbe et le disque (Braun 1991). Cela n'exclut en aucun cas la présence d'un halo de DM dont la contribution au potentiel gravitationnel, et donc ses effets sur la courbe de rotation, serait plus marquée à des distances plus grandes que quelques dizaines de kpc. Lors du chapitre précédent, nous avons estimé la masse du Groupe Local à $(2.5 \pm 0.7) \times 10^{12} M_{\odot}$. En revanche, par la méthode de la masse projetée (Bahcall & Tremaine 1981; Heisler, Tremaine & Bahcall 1985), la contribution par rapport au Groupe Local du sous-groupe constitué de M31 et de sept satellites proches s'élève à $(13.3 \pm 1.8) \times 10^{11} M_{\odot}$ (Courteau & van den Bergh 1999). Un résultat similaire $12.3_{-6.0}^{+18} \times 10^{11} M_{\odot}$ a été obtenu (Evans & Wilkinson 2000) en incluant 10 satellites, 17 amas globulaires pendant qu'une estimation robuste de $24 \times 10^{11} M_{\odot}$ a été déduite d'analyses similaires incluant 15 satellites et de nouvelles données observationnelles sur les vitesses radiales (Evans & al. 2000). En utilisant les données cinématiques de ces 15 satellites ainsi que l'estimation de leurs masses projetées (Heisler, Tremaine & Bahcall 1985), on obtient une masse de $(1.5 \pm 0.5) \times 10^{12} M_{\odot}$ pour M31. Enfin, d'autres estimations indirectes, basées sur la formation du disque galactique et des sous-structures attendues dans le halo de matière noire pour une cosmologie Λ CDM, ont prédit une masse de $1.6 \times 10^{12} M_{\odot}$ (Klyping, Zhao & Somerville 2002). Nous adopterons dans ce qui suit la valeur de $1.5 \times 10^{12} M_{\odot}$, qui est compatible avec toutes ces précédentes estimations.

Maintenant, en utilisant la masse de M31 ainsi que la densité locale de 0.4 GeV cm^{-3} , nous pouvons en tirer les deux paramètres caractérisant le profil α (5.13). En effet, l'expression de la masse est :

$$\begin{aligned} M &= \int_0^{\infty} 4\pi r^2 \rho_{\alpha}(r) dr \\ &= 4\pi \rho_* \int_0^{\infty} r^2 \exp\left(-\frac{4}{\alpha} \left[\left(\frac{r}{r_*}\right)^{\alpha} - 1\right]\right) dr \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$= 4\pi \rho_* r_*^3 \int_0^{\infty} u^2 \exp\left(-\frac{4}{\alpha} [(u)^{\alpha} - 1]\right) du \quad (5.15)$$

L'intégrale précédente peut être calculée numériquement. On obtient donc un système d'équations dont les inconnues sont ρ_* et r_* . Nous avons alors obtenu : $\rho_* = 4.5 \times 10^{-25} \text{ g cm}^{-3}$ et $r_* = 11.6$ kpc. Précisons aussi que ces derniers paramètres donnent un rayon gravitationnel de l'ordre de $r_g = GM^2/|W| \approx 250$ kpc, qui est une valeur typique que nous avons trouvée dans nos simulations numériques pour des halos de masses similaires (voir le tableau 2.3 dans la section 2.6).

Dans la mesure où le rapport entre la masse baryonique et la DM observée est plutôt élevé dans les régions centrales des galaxies, traduisant un désaccord avec un profil de densité de DM piqué, nous avons aussi considéré la possibilité d'un profil avec un "cœur" central pour représenter la distribution de la DM à l'intérieur des halos. Pour cela, nous avons pris un profil de densité de Plummer défini comme suit :

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{[1 + (1/3)(r/r_0)^2]^{5/2}} \quad (5.16)$$

Source potentielle	type de profil	paramètres
M31	" α "	$\rho_* = 4.5 \times 10^{-25} \text{ g/cm}^3$
	($\alpha = 0.17$) Plummer	$r_* = 11.6 \text{ kpc}$ $\rho_0 = 2.8 \times 10^{-24} \text{ g/cm}^3$ $r_0 = 12.2 \text{ kpc}$
M87	" α " ($\alpha = 0.20$)	$\rho_* = 1.07 \times 10^{-25} \text{ g/cm}^3$ $r_* = 79.9 \text{ kpc}$
La galaxie naine du dragon	Plummer modifié	$\beta = -0.34$ $\gamma = -1.03$ $\rho_0 = 3.8 \times 10^{-23} \text{ g/cm}^3$
La galaxie naine Sagittaire	King	$r_t = 2 \text{ kpc}$ $r_c = 0.55 \text{ kpc}$ $\rho_0 = 2.2 \times 10^{-24} \text{ g/cm}^3$

Tableau 5.2 Paramètres des différents profils de densité employés.

En utilisant les deux contraintes mentionnées un peu plus tôt dans cette même section, nous avons obtenu les deux paramètres définissant (5.16) dans le cas de M31 : $\rho_0 = 2.8 \times 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$ and $r_0 = 12.2 \text{ kpc}$.

Dans le cas de M87, les propriétés des rayons-X du gaz ont été déterminées par Tsai (1993). A partir des profils de densité et de température du gaz chaud, la masse totale à l'intérieur d'un rayon r peut être calculée sous l'hypothèse de l'équilibre hydrostatique. Après correction de la contribution des baryons (étoiles et gaz) aux forces gravitationnelles, la distribution de la DM peut être évaluée (Tsai 1993). D'une façon assez remarquable, une telle distribution peut être fort bien représentée par un profil α avec les paramètres $\alpha = 0.20$, $\rho_* = 1.07 \times 10^{-25} \text{ gcm}^{-3}$ et $r_* = 79.9 \text{ kpc}$. L'intégration de ce profil mène à une masse de $9.7 \times 10^{12} M_\odot$ à l'intérieur d'un rayon de 100 kpc, en bon accord avec d'autres estimations (Tsai 1993). Cependant, nous ne pouvons exclure que pour des distances inférieures à quelques kpc, un tel profil sera inconsistent avec les observations.

Tous les paramètres résumés dans le tableau 5.2 seront utilisés dans nos futures prédictions du flux γ attendu à partir de l'annihilation des neutralinos au sein de M31 et M87. Nous reviendrons sur les paramètres utilisés pour les galaxies naines du Sagittaire et du Dragon dans la section 5.4.3. Sur la figure 5.3, nous avons représenté le profil d'intensité attendu pour M31 et M87 en fonction de la distance angulaire par rapport au centre. Ces profils ont été obtenus numériquement à partir de (5.4), pour une énergie seuil de 0.1 GeV et une masse de $m_\chi = 50 \text{ GeV}$. Les profils de densité utilisés pour la DM sont de type " α " définis par les paramètres discutés un peu plus haut. A noter que, bien que M31 possède un halo de masse plus faible, on s'attend à ce que sa brillance centrale soit plus grande que celle de M87.

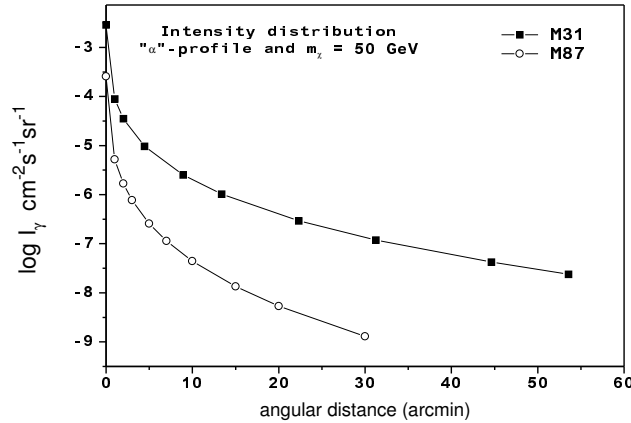


FIG. 5.3 – Profils de densité pour M31 et M87 pour des photons dont l'énergie est supérieure à 0.1 GeV. Les distances angulaires sont en arcmin. Les intensités ont été calculées en utilisant des profils de densité avec un pic central et $m_\chi = 50$ GeV.

5.4 Résultats numériques - prédictions pour GLAST

Nous allons appliquer les différents résultats obtenus sur les sources potentielles considérées précédemment. Contrairement à la plupart des études passées qui ont estimé les flux principalement par les télescopes atmosphériques à effets Cherenkov (ACTs) tels que CELESTE ou VERITAS, nous avons considéré dans nos travaux la possibilité de détection par le futur télescope GLAST, qui possède de nombreux avantages comparé à ACTs. Tout d'abord, il a un seuil d'énergie plus bas permettant de sonder des masses au-dessus de 10 GeV. Ensuite, le fond cosmique est principalement dû à l'émission diffuse extragalactique et enfin, la résolution spatiale varie avec l'énergie seuil, permettant d'explorer plus en détail le profil de densité du halo.

5.4.1 Le halo galactique

Il est intéressant de comparer nos résultats avec de précédentes estimations de l'intensité réduite (5.5) dans la direction du centre galactique. Dans notre travail, cette intensité suivant la ligne de visée est égale à $1.6 \times 10^{26} \text{ GeV}^2 \text{ cm}^{-5}$ si le profil α est adopté. Cette valeur est en bon accord avec celles trouvées par des études basées sur des extrapolations à partir de simulations numériques de grande résolution (Calcáneo-Roldán & Moore 2000). Par contre, elle s'avère plus élevée d'un ordre de grandeur par rapport aux valeurs données dans quelques études précédentes où des profils NFW ont été employés (Stoehr et al. 2003 ; Evans, Ferrer et Sakar 2004) En utilisant un profil avec un cœur, cette intégrale (5.5) est égale à $1.2 \times 10^{23} \text{ GeV}^2 \text{ cm}^{-5}$, considérablement plus faible que celles estimées à partir de profils présentant un pic central (ce qui est attendu). Cependant, cette dernière valeur est encore plus élevée d'un ordre de grandeur par rapport à celles

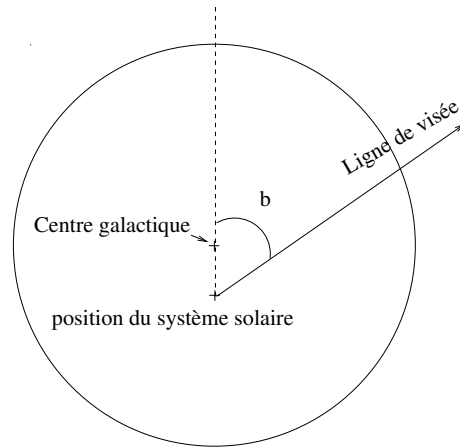


FIG. 5.4 – Schéma de principe pour la détermination du flux γ suivant une ligne de visée dans notre halo galactique.

provenant d'autres travaux utilisant un profil avec un cœur (voir par exemple le tableau 5.2 avec la valeur trouvée par Evans, Ferrer et Sakar 2004).

Lorsque l'énergie est comprise entre 0.1 et 1.0 GeV, les interactions des rayons cosmiques donnent une contribution non négligeable à l'émission des rayons γ originaires du centre galactique. En effet, des photons de grande énergie peuvent être produits par effet Compton inverse³ ou par émission de Bremsstrahlung⁴, tandis des protons produisent des photons- γ via la désintégration des pions neutres générés dans les collisions avec le milieu interstellaire. Dans une étude antérieure utilisant des données de EGRET, il a été montré qu'aux latitudes galactiques élevées, un résidu d'intensité non négligeable de $10^{-7} - 10^{-6}$ photons $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$ au dessus de 1 GeV, résiste même après la prise en compte des corrections du fond des rayons cosmiques attendu ainsi que de l'émission extragalactique diffuse (Dixon et al. 1998). Cette intensité résiduelle, même infime, possède des implications plutôt intéressantes en ce qui concerne le profil de densité du halo. Nous avons alors calculé cette intensité attendue, moyennée sur des cellules de $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ comme suggéré par (Dixon et al. 1998) et dans la direction de $b = 90^\circ$. La figure 5.5 résume les valeurs attendues de l'intensité en fonction de la masse du neutralino à la fois pour un profil de densité α (donc avec un pic central) et un profil de Plummer (avec un cœur au centre).

Les résultats de la figure 5.5 montrent tout d'abord qu'aux latitudes élevées, contrairement à ce que l'on obtient dans la direction du centre galactique, le profil de Plummer produit une intensité plus grande que celle obtenue par un profil α . Ceci se comprend facilement dans la mesure où ce dernier profil donne une concentration en masse plus importante au voisinage du centre en comparaison avec le profil de Plummer. D'autre part, on note que l'intensité obtenue à partir

³L'effet Compton inverse se produit quand un électron relativiste interagit avec un photon en lui cédant de l'énergie et de la quantité de mouvement.

⁴Bremsstrahlung signifie rayonnement de freinage. Quand un électron passe au voisinage d'un ion, il perd de l'énergie et est donc décéléré. Il émet alors un rayonnement de freinage. Comme chaque électron a une énergie différente et passe à une distance différente de chaque ion, cela conduit à une émission appelé Bremsstrahlung ou encore émission "free-free".

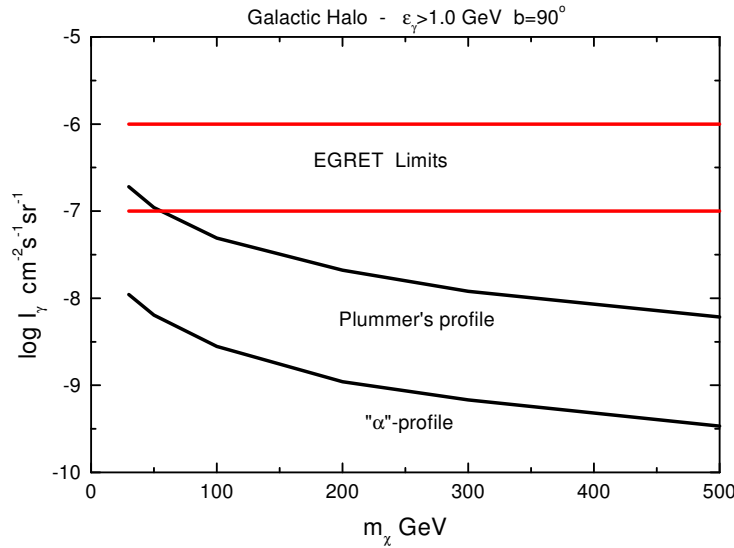


FIG. 5.5 – Intensité des rayons- γ prédite au dessus de 1 GeV ($|b| = 90^\circ$) en fonction de la masse du neutralino et pour deux types de profil de la DM. Les limites de EGRET sont aussi indiquées.

du profil α est toujours en dessous de l'intensité résiduelle mesurée par EGRET. Dans ce cas-là, une importante amplification de l'intensité par les sous-structures est nécessaire pour expliquer les résidus de EGRET (Bergström et al. 1999 ; Calcáneo-Roldán & Moore 2000). Les intensités obtenues par le profil de Plummer sont elles comparables à celles obtenus par EGRET si $m_\chi < 50$ GeV, une limite qui n'est pas incompatible avec la limite minimale fixée par l'accélérateur LEP. Comme nous le verrons à la section 5.5.1, l'amplification de l'émission des rayons γ produite par les sous-structures est plutôt faible et n'excède pas un facteur 2. Ainsi, des conclusions solides ne peuvent être faites actuellement puisque ces intensités résiduelles de EGRET sont dans la limite de sensibilité de l'instrument. On espère que la situation va s'améliorer avec la venue du satellite GLAST puisqu'il permettra de gagner deux ordres de grandeur sur la sensibilité.

5.4.2 M31, M87

La détection des rayons γ d'énergie autour de 50 GeV provenant de la galaxie d'Andromède a été étudiée par la collaboration CELESTE (Falvard et al. 2003). Ils ont montré que le signal généré par l'annihilation des particules pouvait être détectable par CELESTE pour $m_\chi \geq 200$ GeV, si le halo de M31 possède beaucoup de sous-structures et/ou s'il existe une forte accrétion de matière par un trou noir supermassif central (Falvard et al. 2003).

M87 quant à elle, est une galaxie elliptique géante située au centre de l'amas de Virgo. Elle représente aussi une source potentielle de rayon γ produit par l'annihilation $\chi\bar{\chi}$ (Baltz et al. 2000). Si l'on admet simplement que la masse du neutralino est de 1 TeV et que le taux de production



FIG. 5.6 – La galaxie d’Andromède (à gauche) et la galaxie elliptique M87 (à droite).

au dessus de 50 GeV est $\langle \sigma_{\chi\bar{\chi}}v \rangle Q_\gamma = 1.5 \times 10^{-24} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$, le flux γ prédit provenant de M87 sera en dessous de la sensibilité des télescopes atmosphériques actuels à effet Cherenkov (Baltz et al. 2000). Toutefois, la détection par la nouvelle génération de télescopes tel que VERITAS sera sans doute possible si l’effet des sous-structures dans les halos provoque une amplification d’un facteur 40 (Baltz et al. 2000). Dans notre étude, nous avons considéré uniquement la possibilité de détection par le satellite GLAST qui possède, comme nous l’avons vu un peu plus haut, de nombreux avantages par rapport aux télescopes atmosphériques.

En utilisant les équations (5.4) et (5.6), le taux de production de photons au dessus d’une énergie donnée, $R_\gamma = \langle \sigma_{\chi\bar{\chi}}v \rangle Q_\gamma$, a pour expression :

$$R_\gamma = \frac{4\pi f_{\gamma,\min}}{\int P(r_p)d\Omega \int \rho_\chi^2 ds} m_\chi^2 \quad (5.17)$$

où $f_{\gamma,\min}$ est le flux minimal au-dessus d’une certaine énergie de photons détectable par GLAST. Pour déterminer sa valeur, on utilisera ici la courbe de sensibilité résumée dans (Hoffman et al. 1999). Le taux de production R_γ donné par (5.17) représente en fait la valeur minimale requise pour la production d’un signal détectable. Sur la figure 5.7, nous avons représenté le taux de production de photons minimal ainsi que le taux de production de photons obtenu dans la section (5.3.2) en fonction de la masse du neutralino et pour une énergie seuil de 0.1 GeV. Les taux de production minimaux requis sont représentés à la fois pour les profils de type α et de Plummer. Les calculs numériques ont été effectués en adoptant la valeur de 770 kpc pour M31.

La figure 5.7 démontre que les flux détectables provenant de M31 peuvent être produits par les deux profils si la masse du neutralino vérifie $m_\chi \leq 25$ GeV. En fait, le relatif grand angle d’acceptation de GLAST à 0.1 GeV, inclut une grande fraction du halo, réduisant ainsi les différences attendues entre les deux profils. La situation est différente quand l’énergie seuil est de 1.0 GeV (Fig. 5.7). Dans ce cas-là, l’angle d’acceptation du détecteur est considérablement réduit et seul un pic central peut mener à une masse projetée suffisante pour produire un flux détectable si $m_\chi \leq 20$ GeV. Ces masses limites sont légèrement plus faibles que celles obtenues par l’accé-

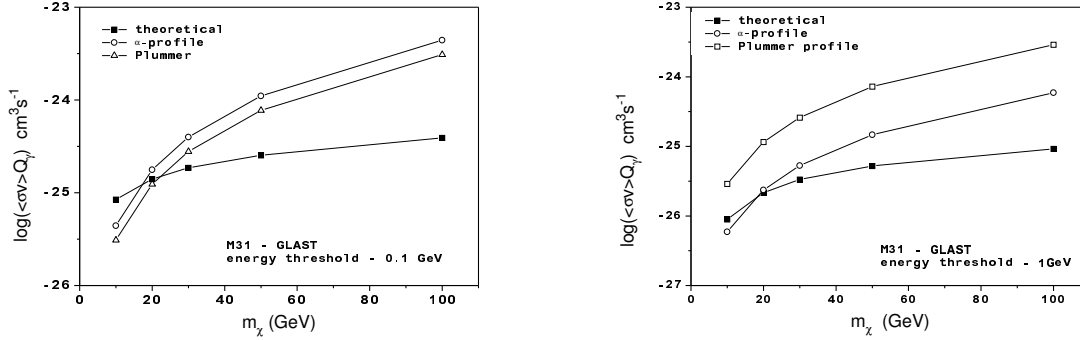


FIG. 5.7 – Taux de production minimal de photons requis pour la détection et estimations théoriques, en fonction de la masse du neutralino pour une énergie seuil de 0.1 GeV (à gauche) et 1.0 GeV (à droite). Les taux de production minimaux sont représentés pour le halo de M31 avec un pic central (profil α) et un profil avec un cœur central (Plummer).

lérateur LEP (Abbiendi et al. 2000). Au cours de la section 5.5.2, nous montrerons comment ces limites changent par la présence d'un SMBH.

Malgré son halo extrêmement massif, le flux prédit provenant de M87 est d'environ un ordre de grandeur plus faible que la limite de sensibilité de GLAST dans l'intervalle 0.1 – 1.0 GeV, à cause de la grande distance qui nous sépare (17 Mpc) et aussi malgré le fait qu'une grande fraction du halo est prise en compte par l'angle d'acceptation du détecteur. Comme dans le cas de M31, le SMBH renforce considérablement l'émission de rayon γ , produisant ainsi un signal détectable. Nous reviendrons sur ce point dans la section 5.5.2.

5.4.3 Les galaxies naines sphéroïdales

Dans cette section, on s'intéresse au flux provenant des galaxies naines sphéroïdales (dSphs pour dwarf spheroidal) qui sont des compagnons de notre galaxie ou de M31. Au cours des années passées, des données sur les vitesses radiales des étoiles des dSph se sont accumulées. Elles ont montré entre-autres que ces objets possédaient des rapports M/L élevés indiquant alors la présence d'une quantité substantielle de DM. Parmi ces dSphs, la galaxie naine du Dragon possède le rapport le plus élevé, environ $440M_\odot/L_\odot$. Elle se situe à une distance de 72 kpc de nous et a une masse de $8^{+3}_{-2} \times 10^7 M_\odot$ à l'intérieur d'un rayon de 0.47 kpc (Kleyna et al. 2002). La possibilité de détecter l'émission de rayons γ à partir des dSphs due au processus d'annihilation des neutralinos a été considérée lors de récentes études (Baltz et al. 2000 ; Evans, Ferrer et Sarkar 2004). La plupart d'entre-elles soulignent la gamme d'énergie couverte par ACTs. En ce qui concerne GLAST, si l'énergie des photons est autour de 0.1 GeV, l'angle d'acceptation couvre une fraction importante de la galaxie et de ce fait, accroit considérablement l'amplitude du signal reçu.

Une fois de plus, le flux prédit dépend étroitement du profil de densité de la DM des dSphs. La distribution de la lumière dans ces systèmes est décrite de façon satisfaisante par les modèles

isotropiques de King (King 1965). Cependant, dans le cas notamment de la galaxie naine du Dragon, la dispersion des vitesses augmente légèrement à mesure que la distance au centre augmente, écartant ainsi le fait que la distribution de la DM soit similaire à celle de la lumière (Kleyna et al. 2001). Le profil de la dispersion des vitesses observé peut en fait être reproduit par des modèles dans lesquels la distribution de DM est beaucoup plus étendue que celle de la lumière, et possédant aussi une anisotropie tangentielle dans la dispersion des vitesses (Kleyna et al. 2001). Ces modèles sont basés sur une famille de potentiel de Plummer modifiée, caractérisés essentiellement par trois paramètres : r_0 , β , and γ . Le premier définit la région centrale, le second détermine la distribution de masse (si $\beta = 1$ par exemple, les distributions de la DM et de la lumière sont alors identiques) et le troisième mesure l'anisotropie de la vitesse.

Le potentiel est donné par Wilkinson et al. (2002) :

$$\phi(r) = \phi_0 \left(1 + \frac{r^2}{r_0^2} \right)^{\beta/2} \quad (5.18)$$

où ϕ_0 est relié à la densité de matière centrale par l'équation $\rho_0 = 3 \mid \beta \mid \phi_0 / (4\pi G r_0^2)$. Cette densité centrale peut aussi être explicitée en terme de projection de la dispersion des vitesses centrale σ (Wilkinson et al. 2002) :

$$\rho_0 = \frac{\sigma^2}{\pi^{3/2} G r_0^2} F(\beta, \gamma) \quad (5.19)$$

où $F(\beta, \gamma) = (5 + \beta - \gamma)\Gamma(5/2 + \beta/2)/\Gamma(2 + \beta/2)$.

D'après Kleyna et al. (2001), les meilleurs paramètres décrivant le système de la galaxie naine du Dragon sont : $r_0 = 9.6$ (0.2 kpc à une distance de 72 kpc), $\beta = -0.34$ et $\gamma = -1.03$ (entraînant une anisotropie dans les vitesses tangentielles). Puisque la dispersion des vitesses centrales observées est de 8.5 km.s^{-1} , à partir de (5.19) on estime que la densité de matière au centre est $\rho_0 = 3.8 \times 10^{-23} \text{ g.cm}^{-3}$.

Nous avons utilisé ce modèle de Plummer modifié ainsi que les paramètres ci-dessus pour estimer le flux γ provenant de la galaxie du Dragon. Si nous adoptons $m_\chi = 30 \text{ GeV}$, qui correspond à la limite inférieure obtenue à partir des données des accélérateurs de particules, le flux attendu pour cette galaxie au-dessus de 0.1 GeV est d'environ $1.3 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$. Ce flux est d'un ordre de grandeur plus faible que la sensibilité de GLAST à cette même énergie. Notons qu'une masse du neutralino plus grande entraînera des flux plus faibles. Des résultats similaires sont obtenus pour une énergie seuil de 1.0 GeV.

La situation se complique un peu dans le cas de la galaxie naine du Sagittaire puisque cette dSph est considérablement étirée par les forces de marée de la Voie Lactée et un nombre conséquent de ses étoiles, ainsi qu'un courant de gaz, semblent être dispersés tout au long de son orbite. Jusqu'à présent, les différents modèles proposés sont incapables de reproduire de façon adéquate l'âge et les structures observées de cette dSph. La plupart de ces modèles suggèrent que ce sy-

tème s'est trouvé considérablement perturbé après une ou deux orbites alors que les observations indiquent dix orbites ou même plus.

Les simulations numériques visant à décrire l'historique des processus de fusion de cette galaxie naine se sont basées soit sur un profil de Plummer (Majewski et al. 2003) soit sur un profil de King (Helmi & White 2001) concernant le progéniteur. Ces études ont notamment suggéré que la masse du cœur de la galaxie est entre $(5 - 20) \times 10^8 M_\odot$ (Ibata et al. 1997 ; Majewski et al. 2003 ; Helmi & White 2001).

Dans notre étude, nous avons modélisé la distribution de masse de la galaxie naine du Sagittaire par un profil isotropique de King puisqu'aucun gradient significatif de la dispersion des vitesses n'a été détectée à travers l'objet principal de la galaxie. Même si le rayon de marée est mal défini dans ce système, il ne devrait pas excéder 4 kpc. Si nous prenons $r_t = 2$ kpc et $r_c = 0.55$ kpc respectivement pour le rayon de marée et le rayon du cœur, alors la masse totale est d'environ $1.8 \times 10^9 M_\odot$, en bon accord avec les simulations réalisées par Helmi & White (2001). D'autre part, puisque la dispersion des vitesses centrales projetées est 11.4 km.s^{-1} (Ibata et al. 1997), la densité centrale résultante est $\rho_0 = 0.03 M_\odot \text{pc}^{-3}$. Sur la figure 5.8, nous avons représenté le taux de production de photons minimal pour la détection ainsi que le taux théorique, toujours en fonction de la masse du neutralino. L'émission à partir de la galaxie naine du Sagittaire peut être détectée par GLAST au dessus de 0.1 GeV, si la masse du neutralino satisfait $m_\chi \leq 50$ GeV, mais pas au dessus de l'énergie seuil de 1 GeV à cause du faible angle d'acceptation de ces objets à de telles énergies.

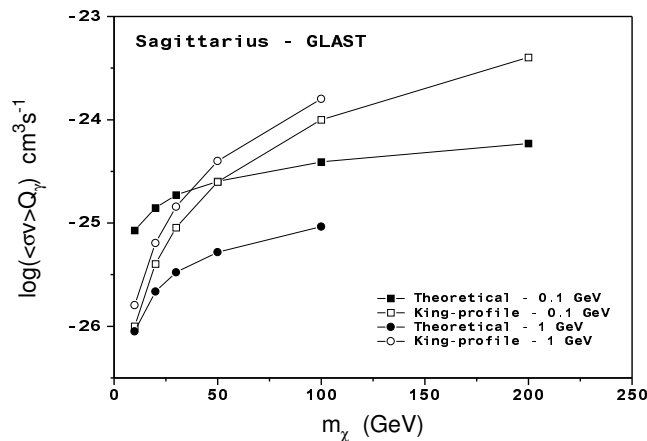


FIG. 5.8 – Le taux de production de photons minimal et le taux théorique pour des énergies au dessus de 0.1 GeV et 1.0 en fonction de la masse du neutralino (dans la cas de la galaxie du Sagittaire).

5.5 Effets de la structure du halo sur le flux γ

5.5.1 Effets des sous-structures

Des simulations numériques ont montré que les halos de DM contenaient un grand nombre de sous-structures physiquement liées, et qui correspondent à environ 5 à 15 % de leur masse totale (Moore et al. 1999a; Klypin et al. 1999). L'existence de ces sous-structures est peut-être due au fait que les halos ne sont pas tout à fait relaxés ou bien qu'ils ont capturé récemment des petits satellites, qui ne sont pas encore détruits par les forces de marée (voir par exemple la section 3.4.1). Dans la mesure où l'émission des rayons γ dépend du carré de la densité, de telles structures sont susceptibles d'amplifier le flux attendu en comparaison avec des halos dépourvus de sous-structures. En fait, amplification ou pas, le débat reste ouvert. En effet, dans certaines simulations, une importante amplification du flux γ dû à la présence de ces sous-structures a été noté pour l'émission provenant de notre propre halo (Calcáneo-Roldá & Moore 2000; Bergström et al. 1999), tandis que d'autres simulations indiquent seulement une très faible amplification du signal (Stoehr et al. 2003). Il faut préciser que l'amplification du signal de la part de ces grumeaux dépend non seulement de leur profil de densité mais aussi de leur nombre. A ce sujet, le nombre prédit des sous-structures massives dépasse d'au moins un ordre de grandeur le nombre de satellites observés dans la Voie Lactée ou encore M31. Ceci a d'ailleurs causé quelques torts au modèle Λ CDM. Par exemple, certains travaux admettent qu'il y a au moins 500 sous-halos avec une masse supérieure à $10^8 M_\odot$ (Tasitsiomi & Olinato 2002).

Dans ce qui suit, nous avons étudié l'influence de ces sous-structures (nombres et profil de densité) sur le flux γ . Pour cela, nous avons mené de nombreuses expériences avec des halos artificiels créés numériquement. Nos "halos test" ont en fait les caractéristiques de M31, avec notamment une masse de $M_h = 1.5 \times 10^{12} M_\odot$, constitués par 50 millions de particules, ce qui correspond à une résolution en masse de $3 \times 10^4 M_\odot$. Dans la première expérience, les particules sont distribuées selon un profil de type α dans un volume sphérique de rayon 250 kpc, comparable au rayon gravitationnel espéré pour les halos de masse comparable (voir le tableau 2.3 dans la section 2.6). Ce sera par la suite notre halo de *référence*. Au cours des autres séries d'expériences, les halos possèdent des sous-structures. Il est alors nécessaire de connaître au préalable leur nombre par intervalle de masse. Or, le nombre de grumeaux N_{cl} dans l'intervalle de masse $m - m+dm$ est supposé obéir à (Moore et al. 1999a; Stoehr et al. 2003) :

$$dN_{cl} = \frac{A}{m^{1.78}} dm. \quad (5.20)$$

La constante de normalisation A est calculée en exigeant d'une part que la masse totale des sous-structures correspond à 10% de la masse totale du halo, et d'autre part que leur masse appartient à l'intervalle $10^{5.5} - 10^{9.25} M_\odot$. Le nombre minimal de particules formant ces sous-structures est d'environ 14 tandis que les plus massives possèdent 45000 particules en moyenne. Malgré la faible résolution des plus petites structures (dizaine de particules), nos résultats n'en seront pas

pour autant affectés puisque l'amplification du flux est principalement dû aux structures les plus massives. Précisons enfin que pour des raisons pratiques, le nombre de sous-structures a été calculé à partir de (5.20) en utilisant des pas logarithmiques de largeur 0.25.

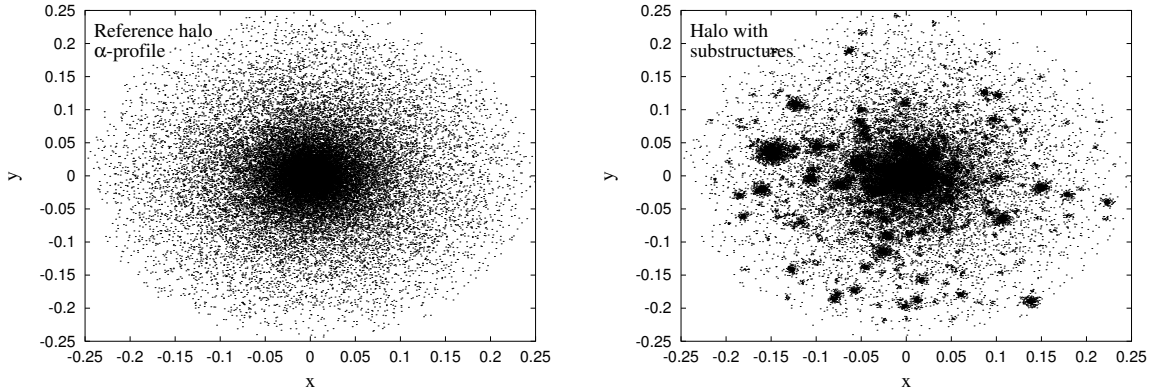


FIG. 5.9 – Deux exemples de halos simulés pour étudier l'effet des sous-structures dans l'émission des rayons γ . Le graphique de gauche montre un de nos halos de référence et qui possède les caractéristiques de M31, avec un profil α et aucune sous-structure. Le graphique de droite montre le cas où 10% de la masse du halo est sous forme de sous-structure avec un profil NFW. Le nombre de grumeaux est obtenu à partir de la loi de puissance définie en (5.20) et leur centre est distribué suivant un profil α . Notons que sur ces deux graphiques, nous n'avons pas représenté les 50 millions de particules et que les sous-structures du graphique de droite ont été mises en avant en réduisant le nombre des particules du fond.

Les sous-structures sont positionnées selon la distribution de probabilité normalisée $p(r)d^3r = (\rho(r)/M_h)d^3r$, où $\rho(r)$ est supposée avoir un profil de type α . La fonction $p(r)$ représente en fait la probabilité de trouver un grumeau à la distance r et à l'intérieur du élément de volume d^3r . Maintenant, il ne reste plus qu'à déterminer le profil de densité de ces sous-structures. En fait, à cause des forces de marée, ces sous-structures sont étirées quelque soit le rayon et un profil avec un cœur central semble alors plus approprié (Hayashi et al. 2003). Ce résultat à été confirmé par la suite par des simulations numériques qui ont trouvé que la structure interne des sous-halos avait une meilleure description avec un profil de densité central moins abrupt que le profil NFW (Stoehr et al. 2003). Toutefois, d'autres simulations semblent indiquer que les régions centrales des sous-structures sont fort bien représentées par des profils de densité en loi de puissance et qui plus est, restent inchangées malgré les forces de marée en présence (Kazantzidis et al. 2004). Afin de tester l'importance de ceci sur le flux, nous allons considérer les deux possibilités. Nous simulerons deux halos "test" constitués de sous-structures respectivement avec un profil avec un cœur, soit $\rho(r) \propto 1/(r_0 + r)^2$, et un profil NFW.

Nous rappelons ici que l'intensité définie par (5.4) dépend de l'intégrale suivant la ligne de visée du carré de la densité de la DM. Nous définissons alors le facteur d'amplification \mathcal{A} comme étant le rapport entre l'intensité réduite calculée pour les halos avec sous-structures et celle calculée à partir de notre halo de référence. L'évaluation numérique des intensités a été réalisée en divisant le volume du halo par un grand nombre de petites cellules. La taille de ces cellules n'est pas

constante : elle varie de façon logarithmique en étant plus petite pour les régions centrales (de forte densité) afin d'accroître la précision de l'estimation de la densité (voir la figure 5.10).

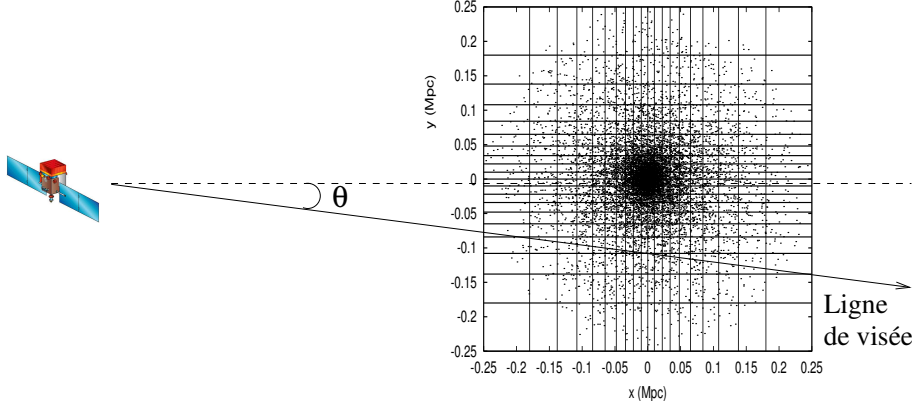


FIG. 5.10 – Schéma de principe sur la méthode adoptée pour calculer l'intensité réduite selon une ligne de visée.

L'intégrale suivant une ligne de visée, caractérisée par un angle θ , est estimée par la procédure suivante : l'intersection entre la ligne de visée et la sphère contenant le halo est divisée en un nombre d'intervalles de longueur constante. L'intégrale est remplacée par une somme discrète à savoir :

$$\int_{\text{ligne de visée}} \rho^2 dr = \sum_i \rho^2(i) \times pas \quad (5.21)$$

où $\rho(i)$ désigne la densité de la cellule associée à la positions de l'intervalle considéré i .

Nous avons vérifié la précision de cet algorithme du calcul de l'intensité réduite \mathcal{I} en la comparant avec une intégration directe de (5.13) dans le cas où le halo ne possède aucune sous-structure. En utilisant 120^2 cubes, les errors relatives obtenues sont de l'ordre de 2 à 3 % si l'intégration se porte sur une ligne de visée loin du centre, mais peut atteindre des valeurs de 10% si elle est faite suivant des directions proches du centre à cause de problème de résolution. Les différentes intensités ont été alors calculées dans des pas de $\Delta\theta = 0.1^\circ$ et $\Delta\psi = 1.0^\circ$, avec θ and ψ étant respectivement la distance angulaire du centre et l'angle azimutal autour du centre de la galaxie.

Sur la figure 5.11, nous avons représenté le facteur d'amplification maximal \mathcal{X} en fonction de la distance angulaire par rapport au centre de M31 pour différentes expériences menées. Deux types de profils différents ont été utilisés pour caractériser ces sous-structures : un profil avec un cœur central et un profil NFW. Nous remarquons qu'au dessous de valeurs de $4^\circ - 5^\circ$, plus grande que la résolution de GLAST et indépendamment du profil de densité des sous-structures, l'amplification s'avère très faible (environ 10%). Un résultat qui est en accord avec des études précédentes (Stoehr et al. 2003). Notons que de plus grandes amplifications peuvent être obtenues pour des valeurs de θ supérieures à 5° . Dans ce cas-là, les sous-structures avec un profil piqué ont des effets avec un ordre de grandeur plus élevé que celles ayant un "cœur" central. Cependant, deux

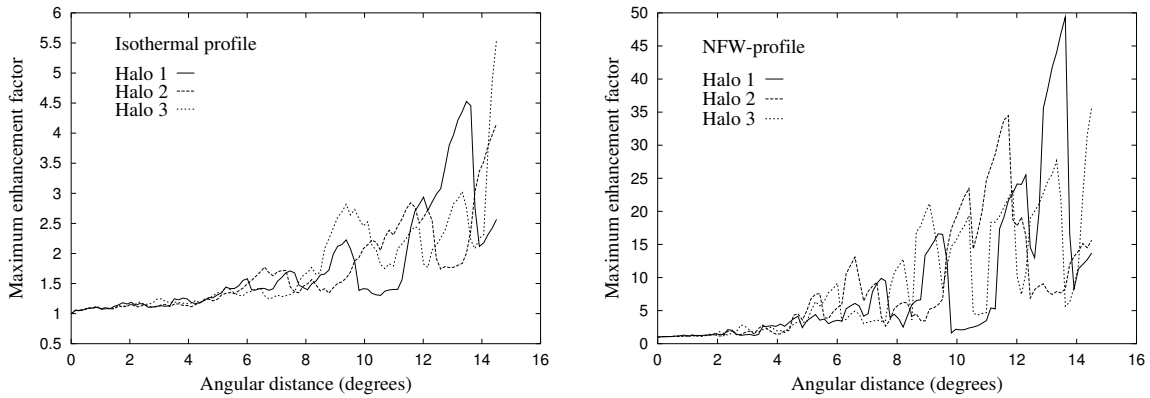


FIG. 5.11 – Variations du facteur d’amplification \mathcal{X} en fonction de la distance angulaire (en degré) à partir du centre, pour des halos caractéristiques de M31. Les sous-structures ont soit un profil avec un cœur central (figure du haut) soit un profil NFW (figure du bas). Dans les deux cas, les résultats de trois simulations différentes ont été montrés pour illustrer les fluctuations statistiques

points doivent être soulignés ici. Premièrement, ces taux d’amplification sont locaux et lorsqu’ils sont convolués avec la PSF du détecteur, ces derniers vont être en partie atténués. Deuxièmement, comme l’indique la figure 5.3, à 1° du centre, l’intensité a déjà diminué de presque quatre ordres de grandeur. Par conséquent, en bordure du halo, même avec des facteurs d’amplification de l’ordre de 40 – 50, le flux attendu reçu par le détecteur sera malheureusement bien en-dessous de la limite de détectabilité.

5.5.2 Effets d’un trou noir supermassif central

L’afflux de preuves observationnelles indique que la plupart des galaxies elliptiques et des bulbes des spirales hébergent un SMBH en leur centre. En particulier, de récentes données spectroscopiques suggèrent l’existence d’un SMBH dans M31, M87 ainsi que dans la Voie Lactée (Kormendy & Gebhardt 2001). Ces données cinématiques, interprétées en terme de mouvements Kepleriens, indiquent une masse de $4.5 \times 10^7 M_\odot$ pour le SMBH dans le centre de M31 (Kormendy & Gebhardt 2001) et environ $2.8 \times 10^9 M_\odot$ pour celui situé dans le centre de M87 (Harms et al. 1994; Macchetto et al. 1997). Les données sur la cinématique des étoiles très proches de *Sagittaire A* représentent les meilleures preuves en faveur de l’existence d’un SMBH dans la Voie Lactée (Ghez et al. 2000) dont la masse est estimée à $2.6 \times 10^6 M_\odot$.

Si un trou noir se développe à l’intérieur d’un halo de DM supposé être constitué par un fluide sans dissipation d’énergie, la densité autour de lui va aussi grandir. En effet, l’attraction gravitationnelle du trou noir raccourcit, au fur et à mesure de leur passage, les orbites des couches de matière à l’intérieur de la sphère d’influence dont le rayon est donné par $r_{\text{bh}} = GM_{\text{bh}}/\sigma^2$, où σ est la dispersion des vitesses unidimensionnelle de la DM. Si la croissance est adiabatique (Young 1980), c’est à dire si $t_P \ll M_{\text{bh}}/\dot{M}_{\text{bh}} \ll t_R$, où t_P représente l’échelle de temps d’une orbite, \dot{M}_{bh} le taux d’accrétion du trou noir et t_R l’échelle de temps de relaxation, alors un pic central

va se former à l'intérieur de la sphère d'influence en ayant un profil de la forme :

$$\rho_{\text{sp}} = \frac{A}{r^\gamma} \quad (5.22)$$

La valeur de l'exposant γ dépend de l'état initial de la distribution de la matière. D'une part, si le profil de densité initial a un cœur central, alors le pic résultant est une loi de puissance avec $\gamma = 3/2$ (Peebles 1972 ; Young 1980). D'autre part, un profil initial en loi de puissance avec un exposant γ_0 produira un profil de densité plus abrupt avec un exposant $\gamma = 2 + 1/(4 - \gamma_0)$ (Gondolo & Silk 1999).

On peut se poser des questions quant à la validité du scénario adiabatique. Premièrement, du fait que les taux d'accrétion prédits sont considérablement plus élevés que ceux qui sont couramment estimés (Klypin, Zhao & Somerville 2002). Deuxièmement, parce que les galaxies massives comme M31, M87 et la Voie Lactée ont sans doute subi d'importantes fusions au cours de leur histoire respective, ce qui a très bien pu perturber ou encore détruire le pic central. Néanmoins, nous supposons dans la suite qu'un tel pic a bien été formé autour de SMBH sous les conditions adiabatiques.

En ce qui concerne M31, de précédentes simulations (Falvard et al. 2003) donnent un profil de densité piqué $\rho_{\text{sp}} \propto r^{-1.5}$ qui se forme en moins de 10^6 yrs. D'après Falvard et al. (2003), ceci entraîne une amplification d'environ 45% de l'émission γ à partir de M31, comparé à un profil NFW. Ici nous adopterons la procédure suivante. Nous supposons que la transition entre le pic et le profil de fond ρ_{h} (qui est donné soit par un profil de type α soit par un profil de Plummer) se fait de façon régulière, soit :

$$\frac{A}{r_{\text{bh}}^\gamma} = \rho_{\text{h}}(r_{\text{bh}}) \quad (5.23)$$

une condition qui nous permet de déterminer la constante A . Puisque la loi de puissance diverge au centre, nous devons introduire un rayon limite r_{min} fixé soit par le taux d'auto-annihilation soit par la capture dans le trou noir. En utilisant la première condition, le rayon limite est défini par :

$$r_{\text{min}} = \left(\frac{A < \sigma_{\chi\bar{\chi}} v > t_{\text{bh}}}{m_\chi} \right)^{1/\gamma} \quad (5.24)$$

où t_{bh} est l'âge du SMBH, ici pris égale à 10^{10} yrs. Pour M31, le rayon d'influence de la sphère est d'environ 7.7 pc. Nous avons au préalable considéré pour le fond, un profil avec un cœur central donné par un profil de Plummer qui résulte par la suite en un profil piqué, $\rho_{\text{sp}} \propto r^{-1.5}$. Le flux γ est toujours calculé à partir de l'équation (5.6), utilisant la relation (5.22) dans l'intervalle $r_{\text{min}} \leq r \leq r_{\text{bh}}$ et le profil de Plummer (5.16) pour $r > r_{\text{bh}}$. Aucune amplification significative n'est à déplorer si le seuil d'énergie est pris à 0.1 GeV ou à 1.0 GeV. Cependant, un résultat différent est obtenu si nous utilisons un profil de type α (5.13) en guise de fond. Le profil du pic s'en trouve plus raide ($\gamma \approx 2.3$), entraînant alors une augmentation plus rapide de la densité en direction du centre et de ce fait une amplification importante du flux γ . Le renforcement du signal

est d'environ un facteur 38 à 0.1 GeV et augmente vers un facteur de 55 à 1 GeV, dû à la plus grande résolution spatiale de GLAST aux grandes énergies. Par conséquent, si le halo de M31 possède un profil avec un pic central, l'émission des rayons γ peut être détectée par GLAST à 0.1 GeV si $m_\chi \leq 300$ GeV et à 1.0 GeV si $m_\chi \leq 500$ GeV. Ces limites sont considérablement plus larges que celles obtenues dans la section 5.4.2 et ouvrent de nouvelles possibilités pour imposer des limites sur la masse du neutralino et/ou sur la distribution de la DM.

Les effets d'un pic central de densité sont bien plus dramatiques dans le cas de M87, puisque cette galaxie a un trou noir extrêmement massif en son centre. Le rayon d'influence de ce SMBH est d'environ 97 pc. Or comme nous l'avons vu dans la section 5.3.3, le profil de densité de la DM de M87 peut être bien représenté par un profil α (5.13). Ainsi, le pic central a aussi un profil $\rho_{sp} \propto r^{-2.3}$, mais la grande masse de DM à l'intérieur de la sphère d'influence produit une amplification plus large que celle obtenue pour M31. Ce facteur d'amplification est de l'ordre de 200 à 0.1 GeV et de 234 à 1.0 GeV. Ces facteurs importants mènent vers un signal détectable soit à 0.1 GeV si $m_\chi \leq 60$ GeV soit à 1.0 GeV si $m_\chi \leq 100$ GeV.

Nous résumerons l'ensemble des résultats obtenus au cours de ces dernières sections dans le prochain chapitre.

Bilan, conclusions et perspectives

Au cours des trois années passées à l'Observatoire de la Côte d'Azur, de nombreuses approches théoriques et numériques ont été proposées et développées dans le but d'améliorer notre perception de la formation et de l'évolution des galaxies. Si le modèle Λ CDM est actuellement privilégié, sa description fait quelques fois défaut puisque de sérieuses divergences existent entre ses prédictions et les observations aux faibles échelles (<1 Mpc). Un autre point très mal connu concerne les natures de la DM et de l'énergie noire qui gouvernent la dynamique des galaxies et qui restent à ce jour inconnues.

Dans notre étude, nous avons tout d'abord abordé les effets de l'accrétion et de la fusion sur l'évolution dynamique et la relaxation des halos de DM. Dans ce travail, l'accrétion doit être perçue comme une variation régulière et modérée de la masse du halo tandis que le phénomène de fusion suggère plutôt une augmentation soudaine et brutale. L'algorithme utilisé dans notre travail nous a alors permis de suivre l'évolution du halo progéniteur le plus massif et, de ce fait, d'étudier l'évolution du moment cinétique de façon adéquate. Pris individuellement, ces halos de DM montrent des variations irrégulières du moment cinétique fortement corrélées (positivement ou négativement) avec les variations de la masse. Cette corrélation renforce le fait qu'après le premier "shell-crossing", le moment cinétique continue à varier et la raison principale est le transfert de moment cinétique orbital au spin du halo dû à l'accrétion de matière et aux fusions des halos. La distribution du moment cinétique calculée à différents "redshifts" indique que la médiane et la moyenne augmentent avec le temps. Deux régimes sont observés pour les deux catalogues de halos, dont la transition s'opère à $z \sim 1.5 - 1.8$. Les croissances dans ces deux régimes sont bien représentées par des lois de puissance et sont tout à fait différentes de la variation linéaire attendue à partir de la TM. D'autre part, la distribution du moment cinétique pondérée par $M^{5/3}$ et la distribution du paramètre de spin à $z = 0$, indiquent que les halos qui ont connu d'importantes fusions au cours de leur existence acquièrent plus de moment cinétique, confirmant ainsi de précédentes études (Gardner 2001). Les valeurs importantes trouvées sont résumées dans le tableau qui suit. Il est aussi important de souligner que, par comparaison avec des observations, nous avons montré que la théorie des marées ne pouvait à elle seule expliquer le spin observé actuel des galaxies spirales. Ceci témoigne de l'existence et de l'importance des autres mécanismes qui entrent en jeu, pendant les phases d'accrétion/fusion notamment, dans l'acquisition du moment cinétique des halos de DM.

La distinction entre les deux cas (accrétion et fusion) nous ont aussi permis d'établir d'importantes caractéristiques sur le comportement temporel du paramètre de spin. La médiane, la moyenne et λ_0 augmentent avec le temps pour les halos qui ont rencontré des événements de fusion, tandis qu'une décroissance est obtenue pour les halos du catalogue d'accrétion. Un tel comportement peut être alors compris en prenant en compte les différentes relations d'échelles sur les variables dynamiques définissant le paramètre de spin. Lorsque aucune distinction n'est faite, c'est à dire quand tous les halos sont pris en compte, les paramètres statistiques de la distribution de λ sont pratiquement indépendants du redshift, en bon accord avec d'autres études (Lemson & Kauffmann 1999).

accrétion		fusion		total	
λ_0	σ	λ_0	σ	λ_0	σ
0.0308	0.532	0.0448	0.560	0.0357	0.573

Tableau 1 : Paramètres définissant la distribution log-normale du paramètre de spin à $z = 0$ et pour les différents catalogues des halos.

Concernant la possibilité de dépendance du paramètre de spin sur la masse des halos (Barnes & Efstathiou 1987), nous avons trouvé que pour $z < 3.5$, le moment cinétique et l'énergie totale varient avec la masse selon $M^{5/3}$, qui représente la valeur de l'exposant théorique. Ce résultat est valable à la fois pour le modèle Λ CDM mais aussi pour des modèles CDM. Dans ce cas, le paramètre de spin ne devrait pas dépendre de la masse du halo.

Nous avons aussi développé un modèle simple de formation du disque galactique basé sur des considérations de la distribution du moment cinétique par unité de masse. Les principales hypothèses faites ont été l'égalité entre les moments cinétiques intrinsèques de la DM et des baryons, ainsi que l'équilibre rotationnel après l'effondrement. La distribution de la masse de DM a été calculée dans une symétrie sphérique centrée le long de l'axe du spin. Deux possibles progéniteurs de notre halo galactique ont été choisis dans nos catalogues en se basant sur leur masse à $z = 0$. Le premier exemple concerne un halo qui a évolué uniquement sous une accrétion continue de matière, et qui est incapable d'acquérir suffisamment de moment cinétique pour expliquer la valeur observée du disque galactique. En revanche, le halo du deuxième exemple a connu quelques fusions importantes, notamment entre $2 > z > 1$, et acquiert le moment cinétique requis à $z = 1.6$. En étudiant ce dernier, on a montré que le disque se forme de manière progressive : la couche interne de 5 kpc est formée autour de $z \leq 5$, tandis que la région périphérique atteint les dimensions de 30 kpc. On a aussi noté que 60% de la masse totale est obtenue à $z \sim 1.6$, correspondant à un âge de 10.4 Gyr. Seule 17% de la masse totale est accrétée durant les 5 derniers milliards d'années. La densité de masse est alors exponentielle et le paramètre de spin est $\lambda_b \sim 0.49$, en accord avec $\lambda_{dm}/\lambda_b \approx f_b$ comme attendu si les moments cinétiques intrinsèques des baryons et de la DM sont égaux. Une telle évolution n'est probablement pas unique puisque

d'autres halos "d'histoires" différentes peuvent aussi former des disques avec des caractéristiques similaires. Précisons que ce schéma général est en accord avec les travaux de Helmi, White & Springel (2003), qui ont aussi considéré que le halo galactique s'était formé graduellement et dont plus 60% de la masse était déjà présente il y a 11 Gyr.

Finalement, pour conclure sur cette partie, il est important de rappeler que des simulations hydrodynamiques sur la formation du disque dans un univers CDM, mènent systématiquement à des disques qui sont d'un ordre de grandeur trop faibles (voir par exemple Steinmetz & Navarro 1999). Ce problème, connu sous le nom de la "catastrophe du moment cinétique", ne serait qu'une conséquence de la formation hiérarchique des galaxies qui pousse les baryons à perdre une fraction non négligeable de leur moment cinétique à la DM. Cependant, dans notre étude, nous avons constaté que seul le tiers de nos halos de DM simulés à $z = 1.6$, avait le moment cinétique requis pour expliquer la formation du disque galactique ainsi que son âge. Ces deux problèmes sont probablement liés à moins que ce dernier ne représente le vrai problème. Quoiqu'il en soit, nous projetons dans un avenir proche de nous pencher sérieusement sur cette difficulté. Nous avons commencé à étudier des simulations avec la composante gazeuse tenant compte des propriétés intrinsèques ("cooling", "heating"). L'implémentation de la formation stellaire ainsi que la synthèse de populations seront aussi prises en compte pour permettre une meilleure comparaison avec les observations.

Dans un deuxième temps, nous avons étudié la relaxation des halos de DM, toujours à partir de nos simulations. L'évolution dynamique de ces halos dépend fortement de l'histoire de l'accrétion de matière. Dans nos travaux, différents aspects du mélange de la densité de l'espace de phase Q ont été considérés. Nos simulations indiquent que pour $z \leq 3.0$, Q varie selon $Q \propto \sigma^{-2.1}$ et une telle relation semble ne pas dépendre du modèle de la DM employé. En effet, le même comportement est obtenu pour les halos appartenant soit au modèle CDM soit au modèle WDM, bien que les halos CDM soient en moyenne plus relaxés que les halos WDM à un redshift donné. A partir des relations d'échelle déduites de nos simulations, notamment entre la masse du halo et la vitesse de dispersion, et en considérant d'autre part que les halos sont proches de l'équilibre aux redshifts étudiés, nous avons obtenu $Q \propto \sigma^{-7/3}$, en bon accord avec nos résultats numériques.

Les valeurs de Q obtenues pour les halos qui ont subi d'importantes fusions sont, en moyenne, plus faibles que celles des halos qui ont accru de la matière d'une façon moins prononcée. Ceci est cohérent avec le fait que de violentes variations dans le potentiel gravitationnel qui se produisent dans les phases de fusion mènent vers un système plus mélangé. De plus, l'étude individuelle des halos montre une décroissance rapide de Q , entre $z = 10$ et $z = 6.5$, où la valeur de Q baisse d'un facteur 40 à cause de la redistribution du mouvement d'ensemble des particules en mouvement aléatoire ("first shell crossing"). Par contre une longue phase de décroissance plus faible de Q est observée ($6.5 > z \geq 0$), et la valeur diminue ici d'un facteur 20 dû à l'accrétion de matière.

Aussi, l'étude de la distribution des vitesses radiales des satellites accrétés et qui sont totalement détruits par les forces de marée, coïncide avec celle du halo résultant et ce après quelques échelles de temps dynamiques. Ces distributions sont Gaussiennes non seulement lorsque toutes

les particules des différents objets sont considérées, mais aussi lorsque les particules sont distribuées en couches sphériques à différentes distances du centre, en contradiction avec Wojtak et al. (2005). Ces résultats confirment l'étude sur la relaxation violente de Nakamura (2000) qui a montré que la fonction de distribution de l'équilibre des systèmes non collisionnels est une distribution Gaussienne. Il est aussi intéressant de mentionner le fait que les satellites développent des "ailes" dans les distributions des vitesses radiales. Cela suggère alors que les mécanismes collectifs gouvernés par les grandes fluctuations du potentiel gravitationnel produisent des effets de mélange importants dans l'espace des vitesses.

Enfin, les satellites détruits semblent laisser manifestement des "empreintes" dans l'espace de phase. Des courants de matière sont en effet générés et dépendent du moment cinétique orbital initial du satellite accrété. De telles structures s'apparentent alors aux caustiques observées dans le modèle d'effondrement secondaire (Sikivie 1997). Il est intéressant de remarquer que les étoiles se comportent comme un fluide non-collisionnel tout comme la DM. Dans ce cas, on s'attend à ce que les satellites détruits forment non seulement des courants de DM mais aussi des courants d'étoiles. Ils pourront être éventuellement détectés dans l'espace de phase par GAIA comme le suggère aussi Brown, Velázquez et Aguilar (2005). Dans le but d'approfondir ce thème et d'apporter une bonne contribution, nous visons à utiliser des simulations numériques de grande résolution afin d'établir des prédictions que GAIA pourra éventuellement exploiter.

Nous nous sommes intéressés ensuite au terme de la constante cosmologique. La contribution du terme d'énergie noire dans le budget masse-énergie de l'Univers semble être bien établie dans les temps présents. De récentes études suggèrent même que la contribution de l'énergie noire serait plus grande que les précédentes estimations (Astier et al. 2005). Dans notre étude, la relation usuelle liant les vitesses radiales aux distances radiales des galaxies appartenant à un groupe ou à un amas, basé sur le modèle de Lemaître-Tolman, a été modifiée dans le but d'inclure les effets d'un tel terme cosmologique. Les équations dynamiques ont été résolues numériquement et la relation $M = M(H_0, R_0)$, définissant la masse à l'intérieur de la surface "de vitesse nulle", définie par le rayon R_0 , a été recalculée. Si l'énergie noire est modélisée par un fluide d'équation d'état $P/\epsilon = w$, alors dans le cas $w = -1$ (constante cosmologique) nous obtenons l'expression :

$$M = 1.827 \frac{H_0^2 R_0^3}{G}$$

Pour un rayon R_0 donné, la masse résultante est alors d'environ 38% plus grande que la relation originale déduite du modèle de Lemaître-Bondi ($\Omega_v = 0$). La relation $v = v(R)$ déduite par la suite, toujours dans le cas $w = -1$, admet alors l'expression :

$$v(R) = -\frac{0.875 H_0}{R^n} \left(\frac{GM}{H_0^2} \right)^{(n+1)/3} + 1.274 H_0 R$$

Cette dernière relation a été appliquée à plusieurs groupes de galaxies tels que le Groupe Local,

l'amas de Virgo, le groupe de M81, le groupe du Sculpteur et le groupe de IC342/Maffei. Le tableau suivant résume les valeurs obtenues d'après les meilleurs ajustements :

Groupe de galaxies	masse (M_{\odot})	h
Groupe Local	$(2.5 \pm 0.7) \times 10^{12}$	0.74 ± 0.04
Amas de Virgo	$(1.10 \pm 0.12) \times 10^{15}$	0.65 ± 0.09
M81	$(9.7 \pm 3.4) \times 10^{11}$	0.69 ± 0.05
Groupe de Sculpteur	$(1.5 \pm 1.3) \times 10^{11}$	0.67 ± 0.06
Groupe de IC342/Maffei	$(2.0 \pm 1.2) \times 10^{11}$	0.58 ± 0.10

Si on fait la moyenne globale des dernières valeurs concernant le paramètre de Hubble, on obtient un résultat très intéressant :

$$h = 0.67 \pm 0.03$$

Les deux descriptions du champ des vitesses (avec ou sans terme d'énergie noire) proche du Groupe Local ou de l'amas de Virgo en particulier, mènent à des masses comparables malgré un facteur 2. Ceci est probablement dû au fait que les erreurs persistantes sur l'estimation des distances masquent les différences entre les deux modèles. Cependant, on note une différence assez nette entre les valeurs du paramètre de Hubble déduites des ajustements par ces deux modèles. En effet, d'après le modèle de Lemaître-Tolman, h se situe dans l'intervalle [0.87-0.92] tandis que nos travaux suggèrent la valeur de h dans [0.58-0.74]. Ces dernières valeurs sont en meilleur accord avec les récentes observations, ainsi qu'avec le modèle "concordant". Dans ce sens, l'inclusion de la constante cosmologique dans la relation $v(r)$ semble améliorer la représentation des données actuelles.

Ensuite, puisque de façon assez inattendue, la dispersion des vitesses des galaxies satellites du Groupe Local observée s'avère très basse, elle offre un cadre idéal pour tester différents modèles cosmologiques. Dans l'avenir, nous projetons d'étudier ces champs de vitesses à l'aide de simulation de grande résolution. Nous avons commencé à simuler des groupes de halos de type "Groupe Local" à l'aide de la technique de simulations "zoom" (Tormen, Bouchet & White 1997). L'idée est de lancer différentes simulations pour des cosmologies différentes (constante cosmologique, quintessence, énergie fantôme...) pour étudier le champ de vitesse de façon la plus précise possible.

Enfin, notre travail s'est porté sur la détection indirecte de la DM. Actuellement, le candidat le plus plausible est le neutralino qui est une particule supersymétrique stable, et qui possède la masse la plus faible. Nous avons étudié l'émission de rayon- γ à partir de l'annihilation de deux neutralinos. Notre but a été d'utiliser les résultats d'expériences de recherches, principalement du futur satellite GLAST, pour contraindre à la fois la masse du neutralino et le profil de densité du

halo de DM de façon la meilleur possible. Nous avons utilisé une description simple du processus d'annihilation dans lequel le seul paramètre libre est la masse du neutralino. Nous avons estimé le taux de production de photons en fixant la densité résiduelle de neutralinos à sa valeur d'équilibre lors du découplage de la température ($\Omega_\chi = 0.26$) favorisé par les dernières données du CMB, et en assumant une description en jet QCD pour le processus d'annihilation. En ce qui concerne le profil de densité de la DM, elle a été étudiée à l'aide des différentes résolutions spatiales proposées par GLAST à différentes énergies. Deux types de profils ont été adoptés dans nos calculs : un profil avec un pic central, en accord avec les simulations numériques, et un autre avec un "cœur" central plus représentatif des données observationnelles sur les courbes de rotations des galaxies spirales.

Nos calculs ont montré que si le halo de DM de la Voie Lactée possède un profil avec un cœur central, alors l'intensité des rayon- γ attendue au dessus de 1 GeV et dans la direction $b = 90^\circ$ et moyennée sur un angle solide de $0.5^\circ \times 0.5^\circ$, est comparable aux limites de EGRET (Dixon et al. 1998), si $m_\chi \leq 50$ GeV. Cependant, un profil piqué dans la région centrale donne une intensité espérée d'un ordre de grandeur plus faible, nécessitant une importante amplification de la part des sous-structures pour expliquer les données. Ceci peut être un argument de plus en faveur du rapport baryon-matière noire élevé dans les régions centrales des galaxies brillantes, en accord avec les analyses des courbes de rotation.

Dans le cas de M31, en incluant les effets d'un pic de densité produit par un trou noir super-massif, nous avons obtenu les possibilités suivantes :

M31			
Seuils d'énergie		Contraintes	
0.1 GeV	1 GeV	m_χ	type de profil
non	non	$m_\chi \geq 20$ GeV	cœur
oui	oui	$m_\chi \leq 300$ GeV	pic central
oui	non	$m_\chi \leq 20$ GeV	cœur
non	oui	$300 \leq m_\chi \leq 500$ GeV	pic central

Une analyse similaire peut être faite pour M87 :

M87			
Seuils d'énergie		Contraintes	
0.1 GeV	1 GeV	m_χ	type de profil
non	non	$m_\chi \geq 100$ GeV	cœur
oui	oui	$m_\chi \leq 60$ GeV	" α "
oui	non		cœur
non	oui	$60 \leq m_\chi \leq 100$ GeV	" α "

Pécisons que nous avons aussi étudié les effets des sous-structures sur l'émission de rayons- γ à partir de M31, en modélisant numériquement des halos. Nous avons conclu que l'amplification

est plus faible d'un facteur 2 pour les détecteurs centrés sur les objets et ayant un angle solide d'acceptance de $10^{-5} - 10^{-3} \text{ sr}^{-1}$. Le facteur d'amplification local peut atteindre des valeurs de 40-50 en périphérie des halos ayant un profil central piqué. Toutefois, les flux absolus attendus pour un détecteur pointant loin du centre sera, en général, en dessous des limites de détectabilité.

Enfin, parce qu'elles sont réputées contenir une grande quantité de DM et du fait de leur relative proximité, les galaxies naines sphéroïdales du Dragon et du Sagittaire sont parmi les sources les plus favorables à l'émission des rayon- γ provenant de l'annihilation de neutralinos. Cependant, nous avons conclu que malgré leur rapport M/L élevé, les signaux attendus à partir de la galaxie du Dragon ne seront pas détectables dans la gamme d'énergie de GLAST. Au contraire, nos résultats suggèrent que l'émission détectable par GLAST au dessus de 0.1 Gev est espéré pour la galaxie du Sagittaire, si la masse du neutralino est inférieure à 50 Gev, une limite compatible avec les limites obtenues par LEP.

Annexe A

Données utiles pour les simulations

On se place ici dans le cadre du modèle Λ CDM pour un Univers plat. Pour calculer l'âge de l'Univers aux différents redshifts, il faut partir de l'équation de Friedmann (1.8) :

$$H^2(a) = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_m - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

et des définitions (1.11) rapportées aux temps présents t_0 :

$$\Omega_{m,0} = \frac{\rho_{m,0}}{\rho_{crit}} = \Omega_{dm,0} + \Omega_{bar,0} = \frac{\rho_{dm,0} + \rho_{bar,0}}{\rho_{crit}} \quad \Omega_{k,0} = -\frac{c^2 k}{3H_0^2} \quad \Omega_{\lambda} = \frac{c^2 \Lambda, 0}{3H_0^2}$$

Puisque ρ_m représente la densité de matière alors $\rho_m = \rho_{m,0}(a_0/a)^3$. L'équation de Friedmann précédente devient simplement :

$$H(a) = H_0 \sqrt{a^{-3}\Omega_{m,0} + a^{-2}(1 - \Omega_{m,0} - \Omega_{\lambda,0}) + \Omega_{\Lambda,0}} \quad (\text{A.1})$$

puisque par convention, $a_0 = 1$ et d'après (1.12) $\Omega_{k,0} = 1 - \Omega_{m,0} - \Omega_{\lambda,0}$. On retrouve bien la relation (1.15). On obtient alors la différentielle :

$$dt = \frac{1}{H_0 \sqrt{a^{-3}\Omega_{m,0} + a^{-2}(1 - \Omega_{m,0} - \Omega_{\lambda,0}) + \Omega_{\Lambda,0}}} da$$

In intégrant, on obtient :

$$t = \int_0^a \frac{da}{H_0 \sqrt{a^{-3}\Omega_{m,0} + a^{-2}(1 - \Omega_{m,0} - \Omega_{\lambda,0}) + \Omega_{\Lambda,0}}}$$

En faisant le changement de variable $a=1/(1+z)$, il vient finalement :

$$t = \frac{1}{H_0} \int_z^\infty \frac{dz}{(1+z) \sqrt{(1+z)^3 \Omega_{m,0} + (1+z)^2 (1 - \Omega_{m,0} - \Omega_{\lambda,0}) + \Omega_{\Lambda,0}}} \quad (\text{A.2})$$

qui représente l'âge de l'Univers au redshift z . Dans notre étude, nous nous référons à un Univers plat qui est donc caractérisé par $\Omega_{k,0} = 0$. L'équation précédente devient :

$$t = \frac{1}{H_0} \int_z^\infty \frac{dz}{(1+z)\sqrt{\Omega_{\Lambda,0} + \Omega_{m,0}(1+z)^3}} \quad (\text{A.3})$$

soit finalement :

$$t = \frac{1}{H_0} \frac{2}{\sqrt{\Omega_{\Lambda,0}}} \sinh^{-1} \left(\sqrt{\frac{\Omega_{\Lambda,0}}{1 - \Omega_{\Lambda,0}}} (1+z)^{-3/2} \right) \quad (\text{A.4})$$

Le tableau ci-dessous résume les informations concernant les sorties de nos simulations à des redshifts bien spécifiques, avec $1/H_0 \sim 15.047 \cdot 10^9 \text{ yr}$, $\Omega_{\Lambda,0} = 0.7$ et N le nombre total de halos présents :

z	a	tH_0	$t(10^9 \text{ an})$	$\log(tH_0)$	N
10.0	0.0909	0.0334	0.50	-1.477	333
9.5	0.0952	0.0358	0.54	-1.447	466
9.0	0.1000	0.0385	0.58	-1.415	661
8.5	0.1053	0.0415	0.63	-1.381	955
8.0	0.1111	0.0451	0.68	-1.346	1307
7.5	0.1176	0.0490	0.74	-1.309	1752
7.0	0.1250	0.0536	0.81	-1.270	2323
6.5	0.1333	0.0592	0.89	-1.228	2936
6.0	0.1429	0.0656	0.99	-1.183	3674
5.5	0.1538	0.0733	1.10	-1.135	4600
5.0	0.1667	0.0827	1.24	-1.083	5440
4.5	0.1818	0.0941	1.42	-1.026	6369
4.0	0.2000	0.1085	1.63	-0.964	7301
3.51	0.2217	0.1265	1.90	-0.898	8099
3.2	0.2381	0.1407	2.12	-0.852	8502
3.0	0.2500	0.1512	2.28	-0.820	8828
2.68	0.2717	0.1711	2.57	-0.767	9223
2.5	0.2857	0.1842	2.77	-0.735	9410
2.33	0.3003	0.1982	2.98	-0.703	9566
2.15	0.3175	0.2151	3.24	-0.667	9532
2.0	0.3333	0.2310	3.48	-0.636	9591

z	a	tH_0	$t(10^9 an)$	$\log(tH_0)$	N
1.9	0.3448	0.2427	3.65	-0.615	9678
1.77	0.3610	0.2594	3.90	-0.586	9771
1.7	0.3704	0.2692	4.05	-0.570	9737
1.6	0.3846	0.2843	4.28	-0.546	9761
1.49	0.4016	0.3025	4.55	-0.519	9832
1.26	0.4425	0.3472	5.22	-0.460	9822
1.08	0.4808	0.3900	5.87	-0.409	9663
0.92	0.5208	0.4355	6.55	-0.361	9538
0.79	0.5587	0.47892	7.21	-0.320	9512
0.67	0.5988	0.5251	7.90	-0.280	9410
0.57	0.6369	0.5691	8.56	-0.245	9412
0.48	0.6757	0.6136	9.23	-0.212	9339
0.40	0.7143	0.6576	9.89	-0.182	9292
0.33	0.7519	0.7000	10.53	-0.155	9247
0.26	0.7937	0.7465	11.23	-0.127	9140
0.20	0.8333	0.7900	11.89	-0.102	9065
0.15	0.8696	0.8291	12.47	-0.081	8948
0.095	0.9132	0.8753	13.17	-0.058	8843
0.045	0.9569	0.9205	13.85	-0.036	8720
0.0	1.0000	0.9641	14.51	-0.016	8728

Annexe B

Acronymes utilisés

ACTs	Atmospheric Cherenkov telescopes
AP ³ M	Adaptative Particle-Particle Particle-Mesh
CDM	matière noire froide (Cold Dark Matter)
CMB	Cosmic Microwave Background
COBE	Cosmic Background Explorer
DM	matière noire (Dark Matter)
dSph	galaxie naine sphéroïdale ("dwarf spheroidal")
ESO	European Southern Observatory
FLRW	Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (métrique)
FOF	Friends-of-Friends (technique)
GLAST	Gamma-ray Large-Area Space Telescope
HDM	matière noire chaude (Hot Dark Matter)
MACHO	MAssive Compact Halo Object
M/L	rapport entre masse et luminosité
NWF	Navarro-Frenk-White (profil de)
POSS II	the Second Palomar Observatory Sky Survey
PS	Press-Schechter (théorie, formule)
PSF	Point-Spread Function
QCD	Chromodynamique Quantique
RG	Relativité Générale (théorie)
SMBH	trou noir supermassif ("Super Massive Black Hole")
SPH	Smooth Particle Hydrodynamic
SUSY	supersymétrique
TM	théorie des marées
WDM	matière noire tiède (Warm Dark Matter)
WIMP	Weakly interacting Massive Particle
WMAP	Wilkinson Microwave Anisotropy Probe

Annexe C

Publications

1. "*Dark matter in the Universe*"
de Freitas Pacheco J.A & Peirani S., 2004, International Journal of Modern Physics D
Gravitation, Astrophysics and Cosmology, Vol. 13, No. 7, 1335-1344
2. "*The angular momentum of dark haloes : merger and accretion effects*"
Peirani S., Mohayaee R. & de Freitas Pacheco J.A., 2004, MNRAS , 348..921
3. "*Indirect search for dark matter : prospect for GLAST*"
Peirani S., Mohayaee R. & de Freitas Pacheco J.A., 2004, Phys.Rev , D70 043503
4. "*Indirect Search for Dark Matter*"
de Freitas Pacheco J.A & Peirani S., Gravitation and Cosmology, v. 11, N 1-2 (41-42), pp.
169-176 (2005).
5. "*Mass determination of groups of galaxies : Effects of the cosmological constant*"
Peirani S. & de Freitas Pacheco J.A., 2006, New Astronomy, 11, 325
6. "*Evolution of the Phase-Space Density of Dark Matter Haloes and Mixing Effects in Merger
Events*"
Peirani S., Durier F. & de Freitas Pacheco J.A., MNRAS (2006), 367, 1011

C.1 Dark matter in the Universe

International Journal of Modern Physics D
Vol. 13, No. 7 (2004) 1335-1344
© World Scientific Publishing Company



DARK MATTER IN THE UNIVERSE

JOSÉ A. de FREITAS PACHECO* and S. PEIRANI†

Observatoire de la Côte d'Azur, BP 4229, 06304 Nice Cedex 4, France

**pacheco@obs-nice.fr*

†*peirani@obs-nice.fr*

Received 14 January 2004

Evidences for the existence of dark matter in Universe are briefly reviewed and, in particular, the nature of the galactic halo. Possible candidates, point-like or not, issued from extensions of the Standard Model or Supersymmetric theories are examined. Finally, direct and indirect searches for dark matter particles are summarized.

Keywords: Dark matter; astroparticle physics.

1. Introduction

The nature of dark matter (DM) in the universe is one of the outstanding questions in contemporaneous physics and astrophysics. This problem is strongly related with a number of important issues such as the formation of galaxies, the large scale structure and the earliest history of the Universe. Answer to this problem might lead to the discovery of new particles and the nature of their fundamental interactions.

Among particles issued from the Standard Model, the neutrino was always considered as a possible candidate, but recent observational constraints imposed by WMAP¹ imply that their total mass density should satisfy $\Omega_\nu h^2 < 0.0076$, considerably less than the amount of gravitational mass present in the universe. Most particles in the universe have frozen out of thermal equilibrium with the primordial plasma at a temperature that depends on their masses. Dark matter candidates that were relativistic at the freeze-out (as the case of neutrinos), are referred to as *hot dark matter* (HDM), whereas those which were non-relativistic as *cold dark matter* (CDM). This freeze-out temperature is “printed” in the power spectrum of the matter density fluctuations. HDM, due to its relativistic streaming erases small-scale structures, difficulting the formation of galaxies which rules practically out neutrinos as a DM candidate.

The angular power spectrum of temperature fluctuations of the cosmic microwave background (CMB) by WMAP indicates that we live in a “flat” universe ($\Omega_T \approx 1$) and the total contribution of matter (baryonic or not) in terms of the critical density amounts to $\Omega_m \approx 0.30$. The total baryonic contribution, fixed either

1336 *J. A. de Freitas Pacheco and S. Peirani*

by the primordial nucleosynthesis of light elements or by the secondary acoustic peaks seen by WMAP is $\Omega_b \approx 0.04$, indicating that the dark component gives the main contribution to gravitational forces at large scales. Besides these components, distances to type Ia supernovae suggest that the expansion of the universe is accelerating². This fact implies the existence of a further component, the so called “dark energy”, behaving like a cosmological “constant” or a fluid with a “negative” pressure. Here we consider essentially the dark matter component.

2. Evidences for dark matter

2.1. Dark matter at different scales

Different observations suggest that most of the matter in the universe is non-luminous and probably non-baryonic. The rotation curve of spiral galaxies is observed to be flat or rising slowly beyond the optical radius^{3,4}, which encloses most of the galaxies’ luminosity. These often cited curves do imply the presence of DM, but only out to the farthest radii at which they are observed, typically a few tens of kpc. This aspect concerning the space distribution of DM is reinforced by recent kinematical data, which can be modeled through gravitational forces caused only by the baryon distribution traced by the light emission⁵. A similar situation is also found in the case of giant ellipticals^{6,7}, where models of mass distribution constrained by kinematical data, indicate a large baryon-to-dark matter density ratio (B/DM) in the central regions. However, the confinement of hot X-ray coronae around these objects requires a massive dark halo^{8,9}. Notwithstanding, the situation seems to be more clear in dwarf galaxies, where a substantial amount of DM is necessary to explain the kinematical data even in the very central regions¹⁰.

The increasing mass-to-luminosity ratio (M/L) with the distance to the center observed in spiral galaxies, is verified up to scales of 30 kpc from the study of close binary systems¹¹. At scales of hundreds of kpc, still higher M/L ratios are observed. From the dynamical study of satellites around NGC 383, a ratio $M/L_B = 72 \pm 10$ was derived for this group of galaxies, within a scale of ~ 110 kpc. The study of rich clusters of galaxies allows to probe the presence of dark matter at large scales (of the order of few Mpc), where M/L_B ratios up to 150 have been estimated¹². Large scale bulk motions as well as the infall of the Local Group into the Virgo cluster have also widely been studied in the past¹³.

The velocity dispersion of the peculiar motions of galaxies can also be used to probe the amount of gravitational matter in the universe, since it relates to the density parameter via the cosmic virial equation, namely,

$$\langle \sigma_v^2 \rangle = \frac{2}{7} H_0^2 \Omega_m \int_0^\infty r \xi(r) dr \quad (1)$$

where $\xi(r)$ is the two-point galaxy correlation function. In Ref. refcitebruno, from a sample of 301 elliptical galaxies, a 3-D dispersion velocity of 324 ± 50 km/s was obtained, corresponding to a density parameter $\Omega_m = 0.30 \pm 0.06$. This value,

derived a decade ago, is remarkably close to the value resulting from WMAP and SNIa data.

3. The galactic halo

3.1. A baryonic halo ?

The gravitational potential of the galactic halo has been probed either by using globular clusters or dwarf galaxy satellites of the Milk Way (MW). The expected halo mass is around $(1 - 2) \times 10^{12} M_{\odot}$, with the lower limit probably closer to the reality. Numerical simulations¹⁵ indicate that dark halos as massive as our own have gravitational radii in the range 250-280 kpc.

Different candidates have been proposed to explain the nature of the galactic halo. Baryonic candidates as diffuse hot or cold gas have been ruled out¹⁶, as well as faint stars with masses $M \sim 0.1 M_{\odot}$, which have been excluded by Hubble counts¹⁷. Microlensing experiments like MACHO, EROS and OGLE ruled out candidates in the mass range 10^{-7} up to $10^{-2} M_{\odot}$. The most probable microlensing candidates have masses around $\sim 0.5 M_{\odot}$, leading to a natural association between MACHOS and white dwarfs. However, this possibility raises many difficulties. In the one hand, C and N would be overproduced by the progenitors, in contradiction with data on halo stars¹⁸. On the other hand, the detection of γ -TeV photons from Mkn 501 implies a low optical depth against the interaction $\gamma\gamma' \rightarrow e^+e^-$, where γ' are infrared photons (few eV) produced by white dwarf progenitors. Thus, the pair production mechanism constrains the white dwarf density to satisfy $h\Omega_{WD} < 0.002$, excluding these objects as possible candidates.

The number of microlensing events, if they are indeed produced inside the galactic halo (and not, for instance, inside the Magellanic Cloud itself) imply $0.002 < h\Omega_{machos} < 0.01$. This range cannot presently exclude the possibility that MACHOS are constituted of baryonic matter, but cannot exclude either the possibility that they are constituted, at least partially, of gravitational "condensates", primordial black holes or dark matter caustics.

3.2. "Exotic" candidates

Among particles which could make up our dark halo, some might be bosons like Higgs, axions, scalar neutrinos, etc. Scalar particles might be present in the Universe as diffuse clouds, compact objects or mixed up with baryonic matter. Presently, we do not know either the mass of these hypothetical particles or the interaction type, besides gravitation, to which they are subjected. Very massive boson fields may have played an important rôle in the formation of the present observed large structure of the universe, since they may experience gravitational instability¹⁹. Moreover, boson condensates could have been the origin of black holes in the early universe. These black holes grow and may constitute seeds around which galaxies develop.

One of the difficulties to form these bosonic configurations is that if there is no efficient cooling mechanism to get rid of the excess kinetic energy, the gravitational

1338 *J. A. de Freitas Pacheco and S. Peirani*

collapse leads to a diffuse virialized cloud, but not a compact object. This outstanding question was recently studied in Ref. 20, where it was shown that there is a dissipationless cooling mechanism, similar to the violent relaxation of collisionless stellar systems, which leads to the formation of compact bosonic configurations.

Spherically symmetric configurations for self-gravitating scalar fields have been found by solving the coupled Einstein - Klein-Gordon equation within the Hartree mean field approximation. These equilibrium configurations are macroscopic quantum states of cold, degenerate bosons that are prevented from collapsing essentially by the Heisenberg's uncertainty principle. As for fermionic configurations, there is a maximum mass over which the system undergo through the gravitational collapse. Several studies performed in the past decades have shown that the threshold for black hole formation is characterized by critical solutions²¹. The existence of a critical mass can be illustrated by the following reasoning. Consider an assembly of N identical self-interacting particles of mass m . In the Hartree approach, the structure is dictated by the uncorrelated single-particle stationary states of the *average potential created by the assembly*. If one is dealing with bosons, the ground state will correspond to a condensate configuration in which all the particles of the system are occupying the lowest-lying orbital of the average potential. The Hartree approach can be stated as one-body self-consistent Schrodinger equation, in which the potential energy is a function of the wave-function itself.

Let $\phi(r)$ be the single-particle wave-function and $\psi(r)$ the system wave-function in the Hartree sense. In this case, if $n(r)$ is the particle density at the point \vec{r} , one has

$$n(r) = |\psi(r)|^2 = N |\phi(r)|^2 \quad (2)$$

where the single-particle wave-function satisfies

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\phi(r) + mU(r)\phi(r) = E\phi(r) \quad (3)$$

and the mean field potential is defined as

$$U(r) = -GmN \int_{body} \frac{|\phi(r')|^2 d^3r'}{|r-r'|} + \frac{2\pi a\hbar^2}{m^2} N |\phi(r)|^2 \quad (4)$$

where the first term on the right of the equation represents the gravitational field and the second corresponds to the ground state of a "hard-sphere" potential. The latter was introduced by the following reason. Intuitively, as the number of particles increases the system should become more and more compact. However, a break-up should occur when the interparticle distance is reduced to a scale at which the particle-particle repulsion begins to have a significant rôle. This effect was simulated here by introducing a "hard-sphere" potential, with a scattering length a . The introduction of a self-interacting potential of the form $U(\Psi) = \frac{1}{4}\Lambda\Psi^4$ would also produce similar results²².

The energy of the configuration can be estimated through a variational approach by using a trial (normalized) wave-function, for which is required to have no nodes, since we are interested in the ground state. Let us adopt

$$\phi(r) = \sqrt{\frac{3r_0}{4\pi}} \frac{1}{(r_0 + r)^2} \quad (5)$$

where r_0 is the characteristic scale of the configuration. Under these conditions, one obtains for the energy

$$E = \frac{1}{5} \frac{\hbar^2}{mr_0^2} - \frac{1}{2} \frac{Gm^2N}{r_0} + \frac{3}{70} \frac{a\hbar^2N^2}{mr_0^3} \quad (6)$$

In order to obtain the ground state energy, we should minimize with respect to r_0 . Two extreme cases are to be considered. When the number of particles is low, the collision term represented by the hard-sphere potential can be neglected and the scale which minimizes eq. (6) is

$$r_0 = \frac{4}{5} \frac{\hbar^2}{Gm^3N} \quad (7)$$

Notice that as N increases the configuration becomes more compact. Substituting eq. (7) into the energy equation, one obtains for the *total* binding energy ($E_b = NE$)

$$E_b = -\frac{5}{16} \frac{G^2m^5N^3}{\hbar^2} \quad (8)$$

Thus, the mass M of the boson condensate is

$$M = Nm + \frac{E_b}{c^2} = Nm - \frac{5}{16} \frac{G^2m^5N^3}{\hbar^2c^2} \quad (9)$$

This equation has a maximum corresponding to $M_{max} = 0.688 \frac{M_P^2}{m}$, which should be compared to the result of the relativistic treatment, $M_{max} = 0.633 \frac{M_P^2}{m}$. Unless $m \ll 10^{-10}$ eV, the critical mass is rather small to be of astrophysical interest. However at large N , the last two terms of eq. (6) dominate and the scale which minimizes the energy is

$$r_0^2 = \frac{9}{35} \frac{a\hbar^2}{Gm^3} \quad (10)$$

In this case, the scale does not depend on the number of particles, reaching a saturation value. Nevertheless, as the mass increases the gravitational radius $r_g = 2GM/c^2$ increases, and eventually becomes comparable to r_0 , leading to the collapse of the configuration and forming possibly a black hole. The critical mass in this limit is $M_{max} \approx 0.20 \frac{\hbar c^2 \sigma^{1/4}}{(Gm)^{3/2}}$, where $\sigma = 4\pi a^2$.

The possibility that MACHOS could be primordial black holes cannot be discarded. In Ref. 23 it was shown that in this case, the scale of the perturbations must be of the order of the horizon. Numerical simulations²⁴ suggest that the mass of the black hole is related to the amplitude δ of the density perturbation

1340 *J. A. de Freitas Pacheco and S. Peirani*

as, $M_{bh} = M_H K(\delta - \delta_m)^\gamma$, where $K \approx 3$, $\gamma \approx 0.36$ and $\delta_m \approx 0.65$. In the radiation era, the horizon mass is $M_H \approx 6.6 \times 10^4 / T_{MeV}^2 M_\odot$. Thus, if black holes with masses around $0.5 M_\odot$ are to be formed, the required temperature is about 500 MeV, corresponding to the era close to the confinement of quarks.

4. Dark matter candidates

Presently, it is not yet well established if the dark matter is constituted by elementary particles or not. In the negative case, boson condensates, discussed in the previous section, could be a typical example. Proposed extensions of the Standard Model or Super Symmetric (SUSY) theories lead naturally to a series of candidates, which may be point-like or not. In the former case, examples are sneutrinos, axinos, gravitinos, photinos, neutralinos, while in the latter, Q-balls are the most interesting example²⁵.

Q-balls are the consequence of theories where scalar fields carry a conserved global quantum number Q . They act like homogeneous balls of matter, with Q playing the rôle of the baryon number. They can also be considered as coherent states of squarks, sleptons and Higgs fields, and the conditions for stability are satisfied in supersymmetric theories with a low energy breaking symmetry scale. Q-balls could be produced in the early universe by fragmentation of the Affleck-Dine condensate²⁶. Their self-interaction cross-section can be as large as their geometrical size, namely,

$$\sigma_Q = \pi R_Q^2 \approx 6 \times 10^{-34} (1 \text{ TeV}/M_s)^2 Q^{1/2} \quad (11)$$

where M_s is the energy scale of the SUSY breaking symmetry. Since from the stability condition $M_Q < Q m_N$ (the Q-ball mass should be less than Q times the nucleon mass), it is required that $Q > 10^{15}$, the self-interacting cross section may larger than 20 mb. These high values are required for self-interacting dark matter, in order that central density cusps in halos be removed²⁷. These cusps are seen in numerical simulations but not in the rotation curve of galaxies, as discussed in Section 2.1.

Superheavy particles dubbed cryptons, with masses around 10^{14-15} GeV, which could have been produced non-thermally in the very early universe, have also been proposed as a dark matter candidates²⁸. An estimate of the density of these particles can be made if they decay in a timescale comparable to H_0^{-1} . The reasoning is the following: high energy neutrinos can be produced by the decay of these putative massive particles. Non-zero mass energetic neutrinos may annihilate interacting with cosmic background anti-neutrinos, producing Z^0 gauge bosons at the resonant energy $E_r = M_Z^2/2m_\nu$. Taking for the neutrino mass $m_\nu \sim 0.07$ eV, the resonant energy is $E_r \sim 6 \times 10^{13}$ GeV. The Z^0 decay produces about 30% of protons and 70% of γ 's. Since the flux of these UHE protons are constrained by observations, the density of cryptons should be in the range $6 \times 10^{-10} < \Omega_X < 1.6 \times 10^{-6}$, if the decay timescale is respectively in the interval $0.066 \leq H_0 \tau_X \leq 1.0$.

In the Minimal Supersymmetric extension of the Standard Model, with conservation of the newly introduced quantum number, the R-parity, the lightest stable particle is the *neutralino*. The neutralino is an electrically neutral Majorana fermion, with mass probably in the range of a few GeV up to hundreds TeV. Negative searches for supersymmetry at the LEP accelerator have set a lower limit on the neutralino mass of about 30 GeV. Theoretical arguments based on requirement of unitarity set an upper limit of 340 TeV, but only the range $m_\chi \leq 10 \text{ TeV}$ is cosmologically interesting. Presently, the neutralino is one of the best dark matter candidates.

5. Searching for dark matter

The possibility to detect directly dark matter particles (DMP) is to measure the recoil energy (few up to few tens of keV) of a nucleon after an elastic collision with a DMP. Since the interaction cross section is quite small ($10^{-6} - 10^{-10}$ pb), large detector masses are required in order to obtain a significant event rate. The expected low event rate demands a very low radioactive and cosmic ray background, which is one of the major difficulties of a direct search for DMP.

Scalar (spin-independent) and axial (spin-dependent) coupling between DMP and nuclei must be considered. Scalar coupling is coherent and the cross section varies as A^2 , while in the case of axial coupling, DMP couple to the unpaired spin in a nucleus with non-zero, half-integral net spin.

Direct searches are based on different classes of detectors (see, for instance, Ref. 29 for a general summary of different techniques) : a) *scintillators*, as the DAMA collaboration (100 kg of NaI crystal) operating in the Gran Sasso underground laboratory, whose team claims to observe an annual modulation due to the Earth orbital motion, which would be a clear detection signature of DMP. Besides NaI scintillators, liquid Xenon is an advantageous alternative since they have the possibility of a higher background rejection. The ZEPLIN-I detector, operated by the UKDM group is an example of this class of scintillators. The ELEGANT V and VI experiments, running by the Oto Cosmo Observatory (Japan), employ a 730 kg NaI crystal, combined with 7.2 kg of CaF₂ scintillators sensitive to axial coupling. b) *Ge-detectors*, as the experiment being operated by the Heidelberg-Moscow collaboration in the Gran Sasso laboratory. Another Ge experiment is the IGEX detector in the Pyrenees, which has reached one of the highest sensitivity of all Ge-detectors. c) *cryogenic detectors*, as the CRESST experiment, also in the Gran Sasso laboratory. These detectors are operated at very low temperatures (~ 50 mK), detecting phonons (temperature pulses) produced by the recoil nucleus. The EDELWEISS collaboration, operated in the Modane underground laboratory, besides a phonon sensor uses a Ge-detector. This experiment was able to put strong constraints in the DM-nucleus interaction cross section, which exclude the DAMA results in the mass range 30-90 GeV.

It is worth mentioning that an understanding of the structure of the dark halo in which our Galaxy is embedded is paramount for those experiments, since they

1342 *J. A. de Freitas Pacheco and S. Peirani*

rely on halo models to develop search strategies and data analysis. The difficulties of such a modeling can be exemplified by the presence of local streams of matter (baryonic and dark), like the tidal arms of the Sagittarius dwarf galaxy³⁰, affecting the local halo density and perturbing the velocity distribution of DMP. Moreover, the halo is probably *not* at rest, since it has an important angular momentum¹⁵, whose direction is probably not aligned with that of the spin axis of the galactic disk. As a consequence, predictions of eventual modulation effects due to the Earth orbital motion are quite uncertain.

Another strategy is possible if DMP are, for instance, neutralinos since they could annihilate producing energetic leptons, hadrons ($p\bar{p}$ pairs), charged and neutral pions. Neutralinos constituting the galactic halo may be decelerated inside the Earth or the Sun, through collisions with nuclei, and clustered in the center of these objects by their potential wells. The high neutralino density expected in the center of the Earth or the Sun, will enhance the annihilation rate. Neutrinos are secondary products of the neutralino annihilation. Low energy neutrinos are produced in quark jets ($b\bar{b}$ interactions), while more energetic neutrinos are produced by the decay of τ leptons and gauge bosons. Searches for neutrinos from the center of the Earth (3-10 GeV range) have been performed by different experiments³¹ like MACRO, Baikal, Baksan, Super-Kamionkande, AMANDA and upper limits are in the range $(0.6 - 1.4) \times 10^{-14} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$. Similar limits have been obtained for the Sun.

Besides neutrinos, γ -rays can also be produced in the neutralino annihilation process. A γ -ray continuum results from the decay of neutral pions produced in hadronization of quarks. In addition to this continuum, γ -ray lines are also produced through the annihilation channels $\chi\bar{\chi} \rightarrow \gamma\gamma$ and $\chi\bar{\chi} \rightarrow Z^0\gamma$. In fact, from the analysis of EGRET data, there is a claim³² for a residual diffuse γ -ray emission above 1 GeV at high galactic latitudes, with an intensity of about $10^{-7} - 10^{-6} \text{ ph cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$. According to Ref. 33 these limits favor a cored-profile for the galactic halo, in agreement with conclusions derived from studies of rotation curves of bright galaxies⁵.

Detection of γ -rays of about 50 GeV from extragalactic sources like M87 and M31 have also been proposed³⁴, but predictions are, in general, below the detectability limit of present atmospheric Cherenkov detectors. However, if the neutralino mass is of the order of 20 GeV, M31 could be detected by GLAST above energies of 0.1 GeV, either if the dark matter profile is cusped or cored³³. According to Ref. 33, the best potential source above 0.1 GeV is the dwarf galaxy Sagittarius, located at 25 kpc from us. A positive signal can be obtained by GLAST, if the neutralino mass is ≤ 50 GeV, a limit compatible with the lower bound derived from LEP data.

6. Concluding remarks

The growing evidences since the original claim by Zwicky³⁵ about the "missing" mass in the Coma cluster up to the present days, support the existence of non-baryonic matter in the universe. This component dominates gravitation at large

scales and is about 6-7 times more abundant than ordinary baryonic matter.

The nature of dark matter requires extensions of the Standard Model or Super-symmetric theories, but no firm candidate exists presently. In spite of large efforts made in the past years to detect directly or indirectly DMP, no positive signals have been obtained. However, the existence of DM opens up for physicists and astrophysicists a quite exciting line of research, which will certainly bring unexpected new results.

Acknowledgements

S. Peirani acknowledges the University of Nice - Sophia Antipolis for the financial support.

References

1. D.N. Spergel et al., *ApJS* **148**, 175 (2003) - astro-ph/0302209
2. S. Perlmutter et al., *ApJ* **517**, 565 (1999); A.G. Riess et al. *AJ* **116**, 1009, (1998)
3. V.G. Ortega and J.A. de Freitas Pacheco, *AJ* **106**, 899 (1993)
4. Y. Sofue and V. Rubin, *ARA&A* **39**, 137 (2001)
5. P. Palunas and T.B. Williams, *AJ* **120**, 2884 (2000)
6. V.G. Ortega, G. Lopes Vieira and J.A. de Freitas Pacheco, *Ap&SS* **260**, 271 (1998)
7. R.P. van der Marel, J.J. Binney and R.L. Davies, *MNRAS* **245**, 582 (1990); A.J. Romanowsky et al., in The Mass of Galaxies at Low and High Redshifts - Proc. ESO Workshop, p.72 - astro-ph/0308518
8. W. Forman, C. Jones and W. Tucker, *ApJ* **293**, 102 (1985)
9. G. Fabbiano, *ARA&A* **27**, 87 (1989)
10. H. Hoekstra, T.S. van Albada and R. Sancisi, *MNRAS* **323**, 453 (2001)
11. J.A. de Freitas Pacheco and S. Junqueira, *Ap&SS* **149**, 141 (1988)
12. N.A. Bahcall, L. Lubin and V. Dorman, *ApJ* **447**, L81 (1995)
13. A. Yahil, *Ann. NY Academy of Sci.* **375**, 169 (1981)
14. R. Bruno and J.A. de Freitas Pacheco, *PASP- Conf.Ser.* **24**, 173 (1992)
15. S. Peirani, R. Mohayaee and J.A. de Freitas Pacheco, *MNRAS*, in press - astro-ph/0311149
16. D. Hegyi and K. Olive, in *Proc. of Inner Space/Outer Space*, eds. E.W. Kolb, M. Turner, K. Olive, University of Chicago Press, p. 112, (1986)
17. C. Flynn, J. Bahcall and A. Gould, *ApJ* **466**, L55 (1996)
18. B. Fields, K. Freese and D. Graff, *ApJ* **534**, 265 (2000)
19. M. Yu. Khlopov, B.A. Malomed and Ya. B. Zeldovich, *MNRAS* **215**, 575 (1985)
20. E. Seidel and Wai-Mo Suen, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2516 (1994)
21. C. Gundlach, *Adv. Theor. Math. Phys.* **2**, (1998); S.H. Hawley and M.W. Choptuik, *Phys. Rev.* **D62**, 104024 (2002)
22. M. Colpi, S.L. Shapiro and I. Wasserman, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 2485 (1986); see also R. Ruffini and S. Bonazzola *Phys. Rev.* **187**, 1767 (1969)
23. B.J. Carr, *ApJ* **201**, 1 (1975)
24. J.C. Niemayer and K. Jedamzik, *Phys. Rev.* **D59**, 124013 (1999)
25. S. Coleman, *Nucl. Phys.* **B262**, 293 (1985); A. Kusenko, *Phys. Lett.* **B405**, 108 (1997)
26. A. Kusenko and M.E. Shaposhnikov, *Phys. Lett.* **B418**, 46 (1998)
27. D.N. Spergel and P.J. Steinhardt, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3760 (2000)

1344 *J. A. de Freitas Pacheco and S. Peirani*

28. J.R. Ellis, J.L. Lopez and D.V. Nanopoulos, *Phys. Lett.* **B247**, 257 (1990); K. Benakli, J.R. Ellis and D.V. Nanopoulos, *Phys. Rev.* **D59**, 047301 (1999)
29. M. Loidl - astro-ph/0207308
30. H.J. Newberg et al., *ApJ* **596**, L191 (2003); S. Majewski et al., *ApJ* **599**, 1082 (2003)
31. J. Ahrens et al. *Phys. Rev. Lett.* **90**, 1101 (2003); M. Ambrosio et al. *Phys. Rev.* **D60**, 082002 (1999); O. Suvorova - hep-ph/9911415; A. Habig et al., hep-ex/0106024
32. D.D. Dixon et al., *New Astron.* **3**, 539 (1998)
33. S. Peirani, R. Mohayaee and J.A. de Freitas Pacheco, *Phys. Rev. D*, submitted
34. E.A. Baltz, C. Briot, P. Salati, R. Taillet and J. Silk, *Phys.Rev.* **D61**, 0235514 (1999); A. Falvard et al. astro-ph/0210184
35. F. Zwicky, *Helvetica Physica Acta* **6**, 110 (1933)

C.2 The angular momentum of dark haloes : merger and accretion effects

Mon. Not. R. Astron. Soc. **348**, 921–931 (2004)

doi:10.1111/j.1365-2966.2004.07412.x

The angular momentum of dark haloes: merger and accretion effects

Sébastien Peirani,^{*} Roya Mohayaee^{*} and José A. de Freitas Pacheco^{*}

Observatoire de la Côte d'Azur, BP 4229, F-06304 Nice Cedex 4, France

Accepted 2003 November 6. Received 2003 October 28; in original form 2003 September 22

ABSTRACT

We present new results on the angular momentum evolution of dark matter haloes. Haloes, from N -body simulations, are classified according to their mass growth histories into two categories: the accretion category contains haloes whose mass has varied continuously and smoothly, while the merger category contains haloes which have undergone sudden and significant mass variations (greater than 1/3 of their initial mass per event). We find that the angular momentum grows in both cases, well into the non-linear regime. For individual haloes we observe strong correlation between the angular momentum variation and the mass variation. The rate of growth of both mass and angular momentum has a characteristic transition time at around $z \sim 1.5$ – 1.8 , with an early fast phase followed by a late slow phase. Haloes of the merger catalogue acquire more angular momentum even when the scaling with mass is taken into account. The spin parameter has a different behaviour for the two classes: there is a decrease with time for haloes in the accretion catalogue whereas a small increase is observed for the merger catalogue. When the two catalogues are considered together, no significant variation of the spin parameter distribution with the redshift is obtained. We have also found that the spin parameter neither depends on the halo mass nor on the cosmological model. From our simple model developed for the formation of a disc galaxy similar to the Milky Way, we conclude that our own halo must have captured satellites in order to acquire the required angular momentum and to achieve most of the disc around $z \sim 1.6$. The distribution of the angular momentum indicates that at $z \sim 1.6$ only 22 per cent of the haloes have angular momentum of magnitude comparable to that of disc galaxies in the mass range 10^{10} – $5 \times 10^{11} M_{\odot}$, clearly insufficient to explain the present observed abundance of these objects.

Key words: accretion, accretion discs – galaxies: haloes – galaxies: interactions – galaxies: kinematics and dynamics – dark matter.

1 INTRODUCTION

The origin of angular momentum remains a key factor in understanding the formation, evolution and particularly the morphological types of galaxies. In the gravitational instability paradigm of structure formation, angular momentum could arise from the tidal interaction of galaxies with their surroundings (Hoyle 1949; Peebles 1969; Doroshkevich 1970; White 1984). As a protogalaxy expands, its angular momentum grows linearly with time due to tidal interactions until it decouples from the background expansion, turns around and starts collapsing. After the turnaround time, the angular momentum essentially stops growing and becomes less sensitive to tidal torques (Peebles 1969), and hence this time marks the maximum angular momentum acquired by galaxies through this mechanism.

In a Universe dominated by dark matter, within the hierarchical scenario, galaxies are formed when baryonic gas falls into the

gravitational potential well of dark matter haloes. Therefore, many properties of galaxies, including their angular momentum, are expected to be closely related to those of their host haloes. The acquisition of angular momentum by dark matter haloes through tidal torques, can be formulated within the Lagrangian perturbation theory (White 1984; Catelan & Theuns 1996a,b). At the first order, using Zel'dovich approximation, we can show that the angular momentum grows linearly with time. This result has been confirmed by N -body simulations. However, the tidal torque theory (TTT) is an oversimplified explanation of the complex evolution of the angular momentum of dark haloes. Real progenitors of dark matter haloes are not isolated, as assumed in TTT, but are continuously growing by accretion and merger. In the non-linear regime, no self-consistent theory, including mass accretion and merger history of haloes yet exists. Most of the investigations rely on numerical simulations and on semi-analytical modellings. The transfer of orbital angular momentum to spin during a merger event has been verified in simulations, where we observe a correlation between a sharp increase in the halo mass and sudden variations in the dimensionless spin

^{*}E-mail: peirani@obs-nice.fr (SP); roya@obs-nice.fr (RM); pacheco@obs-nice.fr (JAdFP)

922 *S. Peirani, R. Mohayaee and J. A. de Freitas Pacheco*

parameter $\lambda = J |E|^{1/2} / GM^{3/2}$. Here, J is the angular momentum, E is the total energy of the halo and M is its mass. The spin parameter is essentially the ratio of the angular momentum of an object to that required for rotational support. There also seems to be a general tendency for λ to decrease during periods of slow accretion (Vitvitska et al. 2002). Effects of mergers are clearly seen in the probability distribution of the spin parameter. Haloes that have undergone major merger events at $z \lesssim 2-3$ have systematically larger spin parameters than those that have evolved only by accretion (Gardner 2001; Vitvitska et al. 2002; Maller, Dekel & Somerville 2002). Because on galactic scales ellipticals have lower angular momentum than spirals, these results could be troublesome if the former are merger remnants of the latter.

Thus, in spite of extensive works, many aspects of the evolution of the angular momentum in the non-linear regime remain inconclusive. For instance, it remains unclear if the distribution of the spin parameter depends on the redshift or not (Lemson & Kauffmann 1999; Maller et al. 2002). Concerning the variation of λ with the halo mass, the early investigations indicate a slight decrease with a mean slope $d(\log \langle \lambda \rangle) / d(\log M) = -0.17 \pm 0.07$ (Barnes & Efstathiou 1987). Such a trend was also observed in more recent numerical simulations (Cole & Lacey 1996). Although this result seems to be compatible with the tidal torque theory, a small but opposite variation was obtained if haloes were to acquire angular momentum by merging (Maller et al. 2002). Recent tests of TTT by N -body simulations (Porciani, Dekel & Hoffmann 2002a,b) have shown that the values of the spin amplitudes predicted by TTT are in agreement with those derived from simulations if the linear growth stops earlier than maximum expansion. After shell crossing, some numerical studies suggest that, in general, the angular momentum decays (Barnes & Efstathiou 1987; Sugerman, Summers & Kamionkowski 2000), which is expected due to spin conservation if the system remains isolated. On the other hand, erratic variations are expected due to the transfer of orbital angular momentum to spin during merger events or due to accretion (Vitvitska et al. 2002).

In the present work, considering that models based on TTT do not agree in detail with the results of N -body simulations in the non-linear regime, we investigate an alternative approach in which haloes obtain most of their spin through the transfer of orbital angular momentum by continuous accretion and/or mergers. We identify the haloes using a friends-of-friends (FOF) algorithm (Davis et al. 1985) and make two distinct catalogues: those which have never had a major merger event, and another catalogue for haloes which have undergone at least one merger episode, in which their mass increased by at least 1/3 of their initial value during the event. We show that, even after shell crossing, the mean angular momentum of dark haloes still grows, but with a rate different from that predicted by TTT. Individual haloes have erratic variations of the angular momentum, which are strongly correlated with the mass accretion rate, producing on average a growth of the angular momentum. We recognize two scaling regimes for the growth of the mean halo masses and angular momenta. The corresponding exponents differ for the accretion and merger samples. We find that, when no distinctions between the two catalogues are made, i.e. when all the haloes are considered together, no significant variation of the spin parameter distribution with the redshift is observed. However, when the haloes are considered separately, the evolution of spin parameter of the accretion sample indicates a small but significant decrease with time, whereas for the merger catalogue the spin parameter increases with time. We show that this behaviour is a consequence of the different time-scaling laws followed by the dynamical variables defining the spin parameter.

Finally, we also discuss the formation of disc galaxies. Past cosmological N -body/smoothed particle hydrodynamics (SPH) simulations have shown that the scalelength and angular momenta of discs (baryonic component) are about one order of magnitude smaller than the observed values. This problem is twofold. First, in N -body simulations baryons lose a significant fraction of their angular momentum, resulting in discs that are too small. Secondly, the angular momentum distributions reveal too much low angular momentum material. If the specific angular momentum distribution is conserved, which is usually assumed to be so for disc formation, the resulting disc shows a more centrally concentrated mass distribution making it difficult to explain the exponential mass profile of spirals (Navarro, Frenk & White 1995; Navarro & Steinmetz 1997, 2000; van den Bosch 2001; van den Bosch, Burkert & Swaters 2001). We discuss a simple collapse model to form a baryonic protodisc. We will show how the halo parameters, in particular the specific angular momentum distribution, affect the disc properties such as its mass distribution, spin parameter and how the angular momentum acquired during the growth phases of the halo influences the evolution of the disc. The plan of this paper is as follows. In Section 2, we review briefly the basic principles of TTT and alternative theories, in Section 3 we describe our N -body simulations and our halo-finding algorithms, and we discuss the angular momentum evolution by accretion and merger events in Section 4. In Section 5 we develop our scenario describing the formation of a disc galaxy, and in Section 6 we summarize our main results and conclusions.

2 ANGULAR MOMENTUM: DYNAMICAL DESCRIPTION

The global angular momentum \mathbf{J} of a halo of N particles is defined by

$$\mathbf{J} = \sum_{i=1}^N m_i \mathbf{r}_i \wedge \mathbf{v}_i, \quad (1)$$

where \mathbf{r}_i and \mathbf{v}_i are the position and velocity of the i th particles with respect to the halo centre of mass.

In the continuum limit, the angular momentum \mathbf{J} of the matter contained at time t in a volume V of the Eulerian \mathbf{x} -space becomes

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \int_{a(t)^3 V} \rho(\mathbf{r}) d^3 r (\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}}) \wedge \mathbf{v}(\mathbf{r}), \\ &= a(t)^5 \int_V \rho(\mathbf{x}) d^3 x (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \wedge \dot{\mathbf{x}}, \\ &= \bar{\rho} a(t)^5 \int_{V_q} d^3 q (\mathbf{q} + \mathbf{S} - \bar{\mathbf{q}} - \bar{\mathbf{S}}) \wedge \frac{d\mathbf{S}}{dt}. \end{aligned} \quad (2)$$

Here, $a(t)$ is the scalefactor, \mathbf{x} is the comoving Eulerian spatial coordinate, $\mathbf{r} = a(t)\mathbf{x}$ is the physical distance, centre of mass coordinates are marked by tilde, ρ is the matter density, $\bar{\rho}$ is the background density, V_q is the Lagrangian volume and \mathbf{S} is the displacement vector from the initial position \mathbf{q} to the Eulerian position \mathbf{x} satisfying the mapping

$$\mathbf{x}(\mathbf{q}, t) = \mathbf{q} + \mathbf{S}(\mathbf{q}, t). \quad (3)$$

An analytical approximate expression for the angular momentum (2) can be found using the linear Lagrangian perturbation theory, i.e. the Zel'dovich approximation,

$$\mathbf{S}(\mathbf{q}, t) \approx \mathbf{S}^{(1)}(\mathbf{q}, t) = D(t) \nabla \varphi(\mathbf{q}), \quad (4)$$

where $D(t)$ is the growing mode of the density perturbation. In the Einstein-de Sitter universe $D(t) \approx a(t)$ and $\varphi(\mathbf{q})$ is the linear gravitational potential satisfying to first order in the density fluctuation,

$\delta = (\rho - \bar{\rho})/\bar{\rho}$, the Poisson equation $\nabla^2\varphi = \delta/a$. Inserting equation (4) into the expression for the angular momentum (2) gives to first order

$$J_i^{(1)} = \bar{\rho}a(t)^5 \dot{D} \int_{V_q} d^3q \epsilon_{ijk} (q_j - \bar{q}_j) \frac{\partial \varphi}{\partial q_k}. \quad (5)$$

Taylor expanding the gravitational potential around the centre of mass \bar{q} , we obtain

$$J_i^1 \approx a(t)^5 \bar{\rho} \dot{D} \epsilon_{ijk} T_{kl} I_{lj} \quad (6)$$

for the angular momentum in terms of the deformation tensor

$$T_{kl} = \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial q_k \partial q_l} \right)_q \quad (7)$$

and the quadrupole inertia tensor

$$I_{ij} = \int_{V_q} d^3q (q_i - \bar{q}_i)(q_j - \bar{q}_j). \quad (8)$$

Evidently, if the inertia and deformation tensors are aligned then the tidal torque is zero. Numerical simulations indeed show that these two tensors are mostly aligned and the contribution to the torque comes from statistical fluctuations in the misalignment (Porciani et al. 2002a,b). Thus, from expression (6), in the linear regime angular momentum increases linearly with time. The prediction of the linear theory was shown to be marginally affected by going to higher-order terms in Lagrangian perturbation theory (Catelan & Theuns 1996a).

If the Lagrangian volume is spherical, then the moment of inertia is $I_{ij} = 4\pi\delta_{ij}q^2/15$, where δ_{ij} is the Kronecker delta, and hence the angular momentum vanishes. This remains valid also at the second order in Lagrangian perturbation theory (Catelan & Theuns 1996b). However, the angular momentum of a Eulerian spherical volume does indeed grow only at second order (Peebles 1969). The discrepancy between these two results was shown to be due to the fact that the growth of the angular momentum of a Eulerian sphere at second order is not due to tidal torques but due to the convective transport of the angular momentum across the surface of the sphere (White 1984).

The subtlety in the generation of angular momentum comes from the fact that in an expanding universe the vortical modes decay and, using the Kelvin circulation theorem, we can show that in a dissipationless system vorticity cannot be generated; however, angular momentum can indeed be generated (Peebles 1973). Such motion, which is mainly a shearing flow and not a vortical flow, soon becomes complicated and vorticity can be generated. Furthermore, a minute amount of velocity dispersion in the initial flow would indeed lead to the generation of vorticity which would not show in cold dark matter (CDM) simulations where the velocity dispersion is put equal to zero. A small vorticity can also be obtained in the averaged density-weighted streams after shell crossing (Pichon & Bernardeau 1999). Moreover, a collisionless system with a non-isotropic velocity dispersion can also generate vorticity (Ruzmaikin 1975).

Although TTT provides a good description of the growth of angular momentum in the linear regime, as compared with numerical simulation, it is clearly an oversimplified description of the dynamical process of spin acquisition. The angular momentum of haloes in this model is overestimated by a factor of 3 compared to simulations, with a large scatter. Also, the direction of the spin vector disagrees with numerical experiments, with errors typically of about 57° (Lee & Pen 2000). TTT predictions for the spin parameter are for all the matter which at $z=0$ is found in a given halo and does not

predict the spin of any particular halo progenitor. Here, we follow the evolution of the angular momentum of the most massive progenitor; a procedure more adequate for modelling galaxy formation (Somerville & Primack 1999; Vitvitska et al. 2002).

Alternative semi-analytical models for the acquisition of angular momentum by haloes exist; for example, the model in which the spin is built up randomly by mass accretion and merger events (Maller et al. 2002; Vitvitska et al. 2002). The evolution of the angular momentum in this scenario is rather different from that expected from TTT, in which the halo spin grows linearly at very early times and essentially stops later. The evolution of the spin parameter of the major halo progenitor in such an alternative picture presents sharp increases during important merger episodes and a tendency to decline during periods of gradual accretion or capture of small lumps of matter. The analytical approach of the random walk theory predicts that the distribution of the spin parameter is a lognormal, with mean and dispersion that depend neither on the progenitor mass nor on the redshift.

3 THE SIMULATIONS

The N -body simulation analysed uses adaptive particle-particle/particle-mesh (AP³M) code HYDRA (Couchman, Thomas & Pearce 1995). We ran a Λ CDM simulation with $h = 0.65$, $\Omega_m = 0.3$, $\Omega_\Lambda = 0.7$ and $\sigma_8 = 0.9$. The simulation was performed in a periodic box of side $30 h^{-1}$ Mpc with 256^3 particles (hence with mass resolution of $2.051 \times 10^8 M_\odot$). The simulation started at $z = 50$ and ended at the present time $z = 0$.

Halo catalogues at different redshifts were prepared by using a FOF algorithm (Davis et al. 1985), with a linking length of $b = 0.15$ in units of the mean interparticle separation. Only structures with at least 50 particles were retained in the different catalogues, corresponding to a halo mass of about $1.03 \times 10^{10} M_\odot$. Haloes with masses higher than $10^{13} M_\odot$ (about 49 000 particles) were excluded from our study, because they have many substructures and are likely to be representative of groups or clusters of galaxies. Once a structure is identified, the total energy of each particle is computed, with respect to the centre of mass, and those with positive energy are removed. The procedure is repeated with the new centre of mass, computed according to its usual definition, until no unbound particles are found. We comment that our halo-finding algorithm differs from those using the spherical virial radius around the most bounded particle. Most of the haloes characterized by this procedure are not virialized, having a virial ratio $2T/|W|$ around 1.4–1.8, at $z \sim 3$. As we shall discuss in a forthcoming paper (Peirani, Mohayaee & de Freitas Pacheco, in preparation), haloes reach a state of relaxation only by now, depending strongly on their evolutionary history. The typical halo dimension was estimated calculating the gravitational radius, $r_g = GM^2/|W|$, where W is the total gravitational energy of the system.

We have identified 8728 haloes at $z = 0$ and out of this number we have prepared a sample of 780 haloes which have never undergone a major merger event, and their masses have always increased by accretion or by capture of small lumps of matter. We also selected 561 haloes which had at least one major merger episode in their history, corresponding to an increase of their masses at least by a factor of 1/3 in the event. Because this limit, generally adopted in the literature, is rather arbitrary, we have also examined how our results are modified if we decrease the above mass-fraction threshold to 1/6. In this case, the accretion catalogue is reduced to 607 haloes, whereas the merger sample is increased to 734 haloes. Here, we present our results mainly for the first set of the catalogues, with

the mass-fraction threshold of 1/3; however, our results are not significantly modified by the other set of catalogues with the mass-fraction threshold of 1/6.

4 ANGULAR MOMENTUM EVOLUTION

4.1 Accretion effects

In order to study accretion effects, we have selected haloes which up to the present time have not undergone any major merger event. This means that these haloes have not captured any other objects with masses larger than 1/3 (1/6) of their own masses. These haloes are mostly in filaments and their masses evolve only by a continuous accretion process or by the capture of small lumps of matter. The accreted matter comes from different directions and not only from the main axis, because filaments are much wider than the typical halo dimensions. The evolution of the selected haloes satisfying these conditions has been followed from $z = 3.5$ until $z = 0$, using the following algorithm. Because each particle in the simulation can be identified, it is possible to obtain the constitution of each halo at each time-step. If more than 70 per cent of the particles of a given halo are found in another halo at the subsequent time-step, then we assume that both objects are the same. This scheme allows the tracing of the evolution of the most massive progenitor. In order to follow the halo evolution, the considered redshift interval ($3.5 \geq z \geq 0$) was divided into 28 steps from which positions and velocities of each particle were stored (specifically at 0.0, 0.04, 0.09, 0.15, 0.20, 0.26, 0.33, 0.40, 0.48, 0.57, 0.67, 0.79, 0.92, 1.08, 1.26, 1.49, 1.6, 1.7, 1.77, 1.9, 2.0, 2.15, 2.3, 2.5, 2.68, 3.0, 3.2 and 3.51).

The mass distribution of these 780 haloes (or the 607 haloes for the catalogues with the mass-fraction threshold of 1/6) was calculated at different times, and statistical parameters, such as the mean and the median of the logarithm of mass as well as the root mean square (rms) deviation, were computed. We emphasize that all of the scaling relations obtained in this paper use the median of the logarithm of the variable (which all vary over several decades) rather than the variable itself, because otherwise the statistical distribution would not have a fair representation. Both the mean and the median increase with time, indicating an average growth of about a factor of 5 in the considered time interval. As we shall see later and as expected, merging produces on average much more massive haloes.

In Fig. 1 we have plotted the variation of the median of the logarithm of the mass of the haloes, as a function of time. The simulated data are well fitted by the two power laws

$$M_{\text{acc}} \propto \begin{cases} t^{0.91} & \text{for } z > 1.8 \\ t^{0.58} & \text{for } z < 1.8 \end{cases} \quad (9)$$

where M_{acc} is the median of the halo mass distribution at a given instant of time. If we consider the mass-fraction threshold of 1/6 instead of 1/3 to discriminate between the two catalogues, these results are not significantly modified; the transition between the two scaling regimes still occurs near $z \sim 1.8$ and the exponent at higher redshifts becomes 0.89, while for $z < 1.8$ the exponent is 0.55.

It is worth mentioning that this behaviour compares with the evolution of individual haloes (Vitvitska et al. 2002), indicating a fast growth of the mass for $z > 1.5$ –2.0, followed by a phase where the accretion rate is slower. The median mass of the distribution fits the relation $M_{\text{acc}}(z) = M_{\text{acc}}(0) e^{-2z/(1+z_*)}$, where $M_{\text{acc}}(0)$ is the present halo mass and z_* is a characteristic redshift at which the halo mass is a certain fraction of the present mass (Wechsler et al. 2002; Zhao et al. 2003). We found from our fit $z_* = 4.0$, indicating

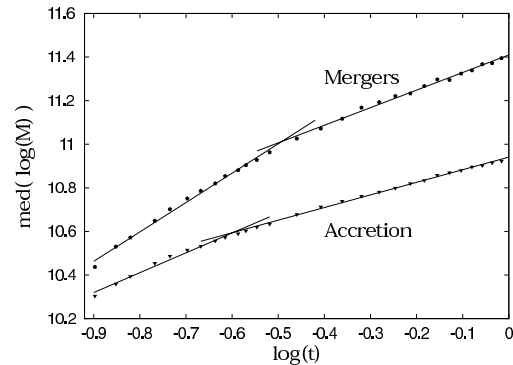


Figure 1. The evolution of the median of the logarithm of mass for the haloes that grow by merger and those which grow by accretion. Two scaling regimes are observed. Time is given in units of H_0^{-1} .

that at that redshift the median mass was about five times smaller than now.

As we have seen in Section 2, tidal torques are effective until the density perturbation attains the turnaround time, when they are expected to reach the maximum angular momentum. However, for lumps of matter that are continuously growing, the turnaround time is ill-defined because they do not simply follow the evolution of the spherical model. In particular, in the process of virialization, the inner mass shells cross the centre and we would expect an important energy transfer from bulk to random motions, due to collective effects. In fact, this mechanism contributes to the relaxation of the halo towards a complete equilibrium state, which is however delayed by the continuous accretion of matter. Faced with this complex situation, some empirical approaches have been suggested in the literature to define the moment of the first shell crossing. Here, we take the time of maximum velocity dispersion to define such an instant (Sugerman et al. 2000). It is worth mentioning that it was found that, on average, the magnitude of the angular momentum, J , still grows almost linearly ($J \propto t^{0.85}$) between turnaround and the first shell-crossing time, as defined above (Sugerman et al. 2000). We have estimated the latter for several haloes of different masses, M , and obtained that the first crossing time varies approximately with mass as

$$t_c = 0.112(M/10^{11})^{0.41}. \quad (10)$$

In this equation the time is in units of H_0^{-1} and masses are in solar units. We stress that here the halo masses correspond to the instant of shell crossing. At $z = 3.5$, when we start to follow the evolution of the haloes, the shell-crossing time of the median of the mass distribution corresponds to a redshift of about $z \sim 6$. Assuming roughly that the crossing time is twice the turnaround time (this is correct only in the spherical model), the latter is around $z \sim 8$ –9. In Fig. 2 we show the estimated redshift of shell crossing by our procedure as a function of the halo mass. This result implies that the variations observed in the angular momentum of our simulated haloes for $z < 3.5$ are probably not due to the tidal field of nearby lumps of matter, but are due to the transfer of angular momentum through accretion of mass.

Variations of the angular momentum when haloes are considered individually are rather erratic and are correlated with variations of the mass accretion rate. This behaviour is illustrated in Fig. 3, where the rate of variation of the modulus of the angular momentum is plotted in parallel with the mass accretion rate for two haloes from our

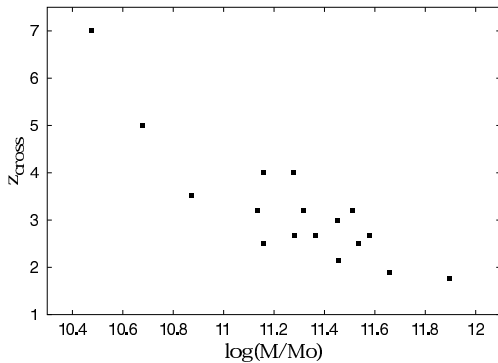


Figure 2. The redshift corresponding to the first shell-crossing time (defined as the time of maximum velocity dispersion) as a function of the halo mass at that redshift.

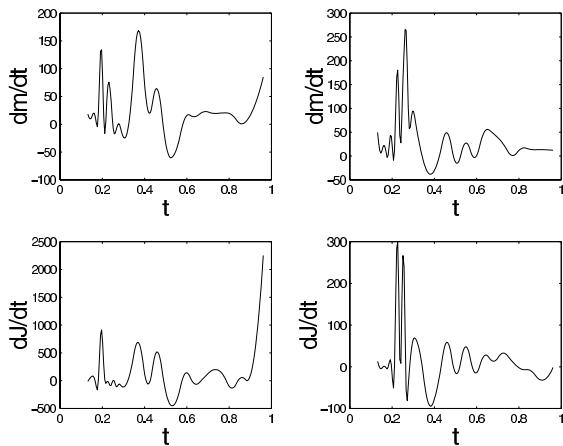


Figure 3. Two examples of the evolution of the angular momentum and mass accretion rates. Time is given in units of H_0^{-1} . In both cases, there is a strong correlation between the two quantities. Example 1 corresponds to panels on the left while example 2 corresponds to panels on the right.

catalogues. Notice that positive and negative rates can be observed in both cases, but not always producing effects in the same sense, because they depend on the relative orientation of the halo spin with respect to the angular momentum vector of the accreted matter. This figure illustrates that accretion affects considerably the angular momentum history of the haloes. It is worth mentioning that the FOF mechanism may introduce some artefacts such as bridges between nearby haloes, which may cause sudden variations in the mass accretion history. However, our procedure always checks if particles are physically bounded to the halo or not, and in this way we reduce the possibility that spurious effects would influence our results.

In spite of the erratic variations of the spin when individual haloes are considered, on average, an increase of the angular momentum is observed. Fig. 4 shows the median value of angular momentum distribution, $\text{med}(\log J)$, as a function of time. Again, two scaling regimes are noticed with a characteristic redshift of $z \sim 1.8$. A best fit to the data shows that

$$J_{\text{acc}} \propto \begin{cases} t^{1.50} & \text{for } z > 1.8 \\ t^{1.07} & \text{for } z < 1.8 \end{cases} \quad (11)$$

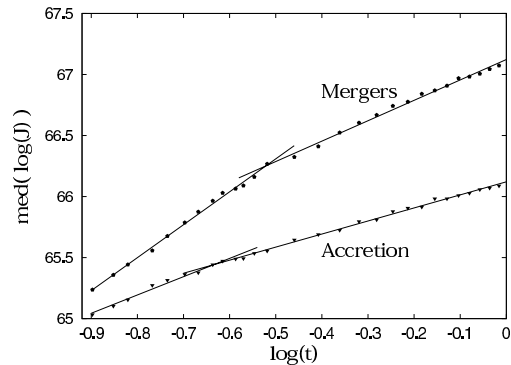


Figure 4. The evolution of the median of the logarithm of the angular momentum, $\text{med}(\log J)$, with time for the haloes which grow by accretion and haloes which have undergone at least one merger. The growth continues well after the first shell-crossing time which is at about $z \sim 6(t \sim 0.065/H_0)$.

The results considering the mass-fraction threshold of 1/6 are once again quite similar; the exponent is 1.34 for $z > 1.8$ and 0.97 for $z < 1.8$. From $z = 3.5$ to $z = 0$, haloes gain, on average, one order of magnitude in the mean angular momentum by such a mechanism.

4.2 Merger effects

In order to compare the effects of merging on the angular momentum history of haloes, we have selected 561 haloes which have at least had one merger event in which the mass-fraction threshold is greater than 1/3. As before, to evaluate the consequences of this threshold on the results, another merger catalogue including 734 haloes was also studied, in which the threshold was lowered to 1/6.

In Fig. 1 we show how the median of the logarithm of mass evolves for these haloes. We comment that, compared to haloes which grow by accretion, the median grows faster, as expected, and we equally find two regimes and a characteristic redshift of $z \sim 1.5$, namely

$$M_{\text{mer}} \propto \begin{cases} t^{1.35} & \text{for } z > 1.5 \\ t^{0.81} & \text{for } z < 1.5 \end{cases} \quad (12)$$

Here, again, M_{mer} corresponds to the median of the mass distribution at a given redshift. No significant modifications are noticed if the mass-fraction threshold is taken equal to 1/6 in order to classify the two catalogues; the exponent is 1.25 for $z > 1.5$ and decreases to 0.75 for $z < 1.5$.

In Fig. 4 we have plotted the median ($\log J$) of the angular momentum distribution as a function of time, which can be compared with the evolution of the haloes evolved only by accretion. Again, two regimes of growth are found with a transition at $z \sim 1.5$:

$$J_{\text{mer}} \propto \begin{cases} t^{2.70} & \text{for } z > 1.5 \\ t^{1.67} & \text{for } z < 1.5 \end{cases} \quad (13)$$

Notice the rapid rate of growth of the angular momentum due to merging for $z > 1.5$ and, in spite of increasing at a lower rate after the transition, the growth is still faster than the almost linear variation obtained for the accretion sample in the same evolutionary phase. No significant modifications are obtained changing the mass-fraction threshold to 1/6; the exponents become equal to 2.52 and 1.54, respectively, before and after the characteristic redshift at $z \sim 1.5$. In the redshift interval $3.5 > z \geq 0$, the average angular momentum grows by a factor of 80, which clearly suggests

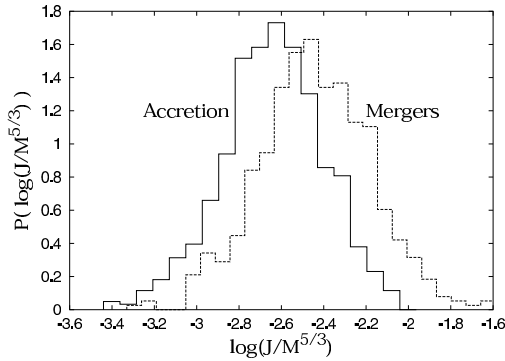
926 *S. Peirani, R. Mohayaee and J. A. de Freitas Pacheco*

Figure 5. The distribution of the angular momentum, normalized by $M^{5/3}$, for haloes that have grown by merging (mass ratio 1/3) and those which never had a major merger event. The mean of the distribution is larger for haloes which have undergone major merger events.

that angular momentum is transferred much more efficiently than accretion. However, a simple comparison such as that we have just made is not sufficient to explain this phenomenon. In fact, because the angular momentum scales with mass as $M^{5/3}$ (see below) and haloes which have grown by merging are more massive, this effect must be taken into account when comparing both samples. In this case, it is more convenient to compare the distribution of the quantity $\log(J/M^{5/3})$. In Fig. 5 the distributions for the two samples at $z=0$ are compared and we can see that merging events give a larger contribution to the final angular momentum of haloes, irrespective of the mass variations.

In the context of the present study, an interesting question, which we have also considered, was the radial redistribution of the specific angular momentum during accretion or after a merger episode. In the accretion process, the specific angular momentum is distributed almost linearly with the distance to the centre ($j_{\text{dm}} \propto r$), and the amplitude at the periphery may increase or decrease with time, according to the relative orientations of the halo spin and that of the matter stream being captured. In the upper panel of Fig. 6, the radial distribution of the specific angular momentum is shown at three different redshifts, for a typical case where there is a small decrease of the maximum value, in spite of the increasing halo dimensions. However, notice that the distribution becomes more and more smooth, which is a general trend of the evolution when accretion dominates. The situation is rather different after an important merger event, and this is illustrated in the lower panel of Fig. 6. After the merger episode, the maximum specific angular momentum increases, which is a quite general situation. In the subsequent phases, the specific angular momentum is redistributed, decreasing in the central regions and increasing in the halo outskirts. We return to this problem in Section 5, when the formation of a disc galaxy is discussed. However, to characterize well these effects, higher-resolution simulations are needed.

4.3 The evolution of the spin parameter

Previous works have shown that the spin parameter λ , obtained from simulations, has a lognormal distribution (Barnes & Efstathiou 1987; Ryden 1988; Cole & Lacey 1996; van den Bosch 1998)

$$P(\lambda)d\lambda = \frac{1}{\sigma_\lambda \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\ln^2(\lambda/\lambda_0)}{2\sigma_\lambda^2}\right] \frac{d\lambda}{\lambda}, \quad (14)$$

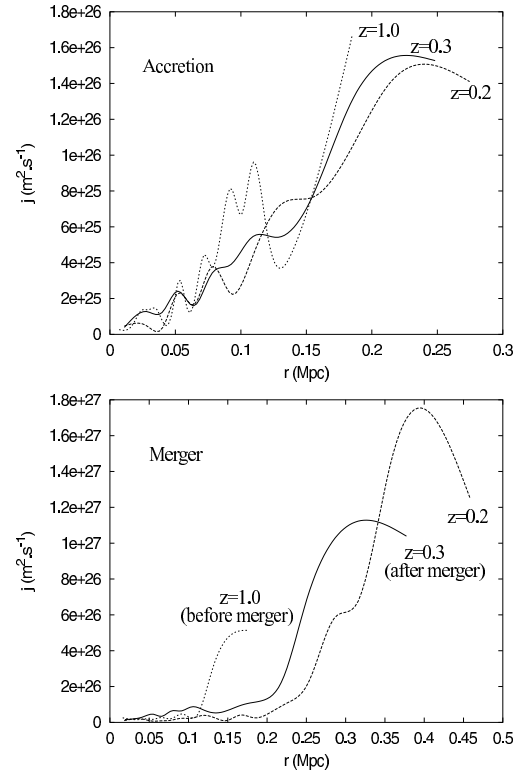


Figure 6. The distribution of the specific angular momentum for a typical halo of 12 000 particles at $z=0$ in the accretion case (upper panel) and of 30 000 particles at $z=0$ in the merger case (lower panel). In the merger case, there is a general trend of transfer of angular momentum from the central regions to the periphery.

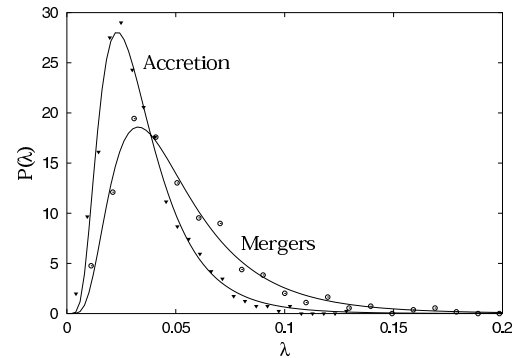
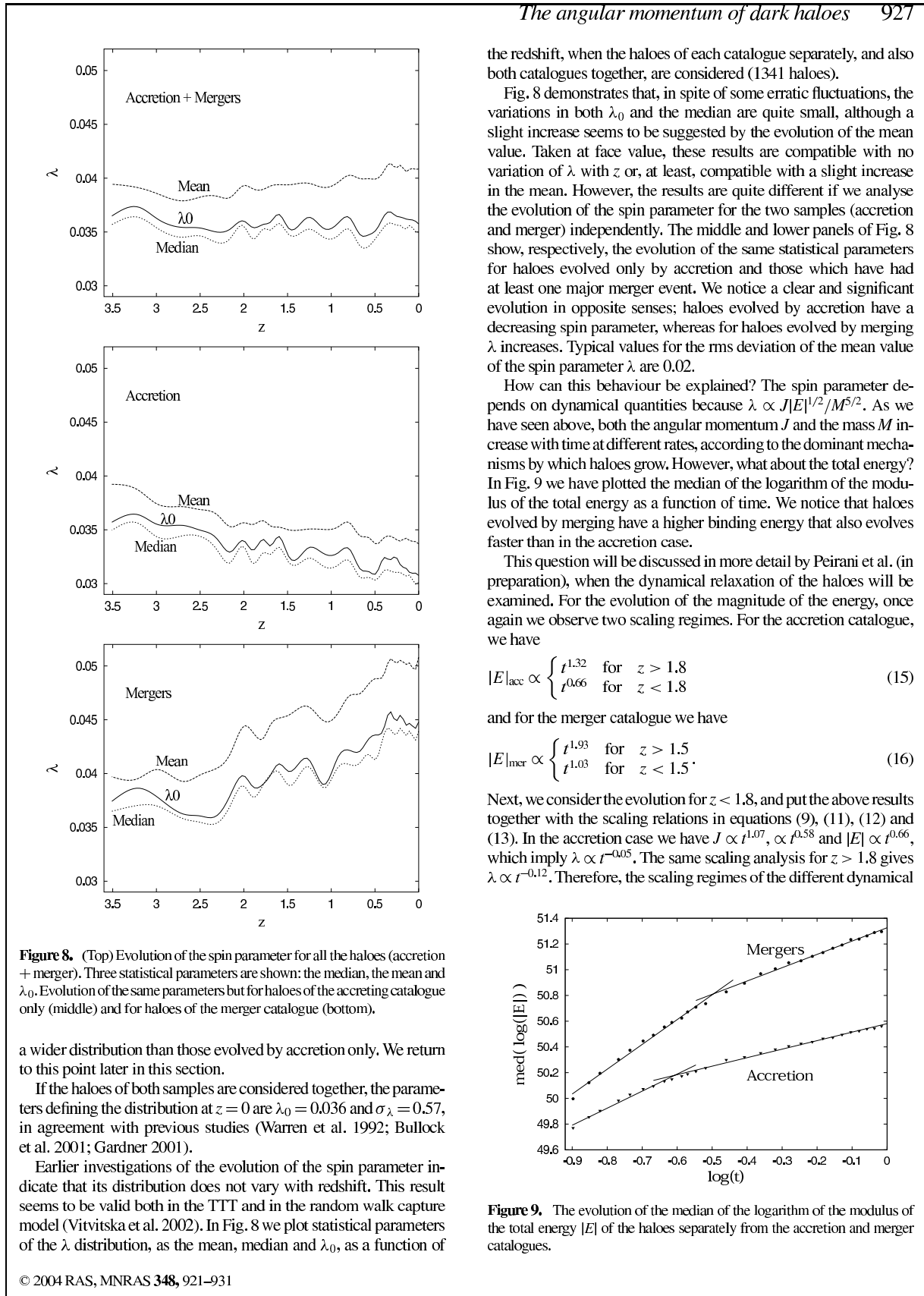


Figure 7. The distribution of the spin parameter for haloes that grow by merger and those which grow by accretion at $z=0$. The average spin parameter is higher for haloes which underwent merger events than for haloes which have growth by accretion only.

which seems to be a universal result, independent of the cosmological model. In Fig. 7 we show the distribution of the spin parameter at $z=0$ for the two catalogues considered here. An inspection of this plot confirms again that haloes which have undergone important merger episodes have, on average, a larger spin parameter and



928 *S. Peirani, R. Mohayaee and J. A. de Freitas Pacheco*

variables lead to a decrease of the spin parameter. In the case of merging, for $z < 1.5$, $J \propto t^{1.67}$, $M \propto t^{0.81}$ and $|E| \propto t^{1.03}$, implying $\lambda \propto t^{0.16}$, or an increase of the spin parameter with time (for $z > 1.5$ we have $\lambda \propto t^{0.29}$), in agreement with the results of our simulations. Thus, in order to explain the evolution of the spin parameter, the scaling regimes of the three dynamical quantities J , M and E need to be considered.

A similar analysis may be performed in the case of the variation of the spin parameter with the halo mass. The total energy scales with mass as $|E| \propto M^\kappa$ and the angular momentum as $J \propto M^\gamma$. From a theoretical point of view, both exponents should be equal to $5/3$, and consequently the spin parameter should not depend on the mass. From our simulations, we have calculated these exponents and have verified that: (i) they practically do not vary with the redshift and are quite close to the expected theoretical value; (ii) no variation is also detected when the results of both samples are compared, because for haloes evolved by accretion the mean values are $\kappa = 1.647 \pm 0.006$ and $\gamma = 1.647 \pm 0.034$, while for haloes having experienced merger events the mean values are $\kappa = 1.624 \pm 0.011$ and $\gamma = 1.672 \pm 0.023$. These results imply $\lambda \propto M^{-0.02}$, consistent with a very small dependence on the halo mass. Using simulations with lower mass resolution (128^3 particles), we have checked if the scale parameters κ and γ depend on the initial conditions, as claimed by Barnes & Efstathiou (1987) and no differences were noticed either using a Λ CDM or a CDM model.

5 FORMATION OF DISC GALAXIES

Mestel (1963) proposed that the distribution of matter in a collapsed disc galaxy could be determined, if each element of the protogalaxy conserves its specific angular momentum. Previous, N -body/SPH simulations have shown that the scalelength and specific angular momentum of simulated discs are one order of magnitude smaller than observed, the so-called ‘angular momentum catastrophe’ (Navarro & Benz 1991; Navarro & White 1994). More recent simulations by van den Bosch et al. (2002) seem to confirm that both gas and dark matter have similar angular momentum distributions, but their spin vectors are, in general, misaligned.

In this section, in spite of not being the major goal of this work, we explore the formation of disc galaxies in connection with the results of our simulations on the angular momentum of haloes. The bulge formation will not be considered here, because it may be considered as a separate system, once its collapse time-scale is probably as short as that of ellipticals of comparable mass. Moreover, they host in general a supermassive black hole whose role in the bulge formation is not yet well established (see, for instance, Silk 2002). From a dynamical point of view, it has been suggested that if the globular cluster system and the bulge of our Galaxy have similar dynamics, then the bulge would have a specific angular momentum about a third that of the disc (Frenk & White 1980).

In the hierarchical scenario, galaxies are expected to be formed inside dark matter haloes. As discussed above, haloes may initially acquire angular momentum by tidal torques until they reach the turnaround phase. Then the tidal field decreases and the angular momentum increases as a consequence of accretion and merging episodes. In spite of the fact that our simulations include only dark matter, we would expect that mechanisms affecting the intrinsic angular momentum of such a component will also act on baryons. In this case, we would expect that the specific angular momentum of the gas (baryons) is proportional to that acquired by the dark matter, namely, $j_b = \beta j_{\text{dm}}$, where $\beta \sim 1$ is a parameter describing the efficiency of torques on the gas component.

Table 1. Possible halo progenitors of the Galaxy.

z	r_g (kpc)	$\log(M/M_\odot)$	$\log J$ ($\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$)
Halo 1: growth by accretion only			
5.00	35.5	11.371	66.017
1.77	112.4	12.130	67.780
0.92	144.2	12.285	67.905
0.48	183.0	12.354	68.253
0.00	247.6	12.492	68.778
Halo 2: growth by merger in $2 > z > 1$			
5.00	39.0	11.556	66.720
1.77	137.7	12.324	68.389
0.92	197.3	12.510	68.971
0.48	226.3	12.550	68.569
0.00	278.1	12.628	68.867

Here a simple picture is developed, based on our simulations, to describe the resulting baryonic disc structure. We have chosen two examples to illustrate a possible evolutionary history of our own Galaxy. Both haloes have masses at $z = 0$ comparable to that of our Galaxy, but have evolved differently. The first has grown without having any major merger episode, while the second captured some small satellites (with masses less than $1/3$ of the mass of the main halo) between $2.0 > z > 1.0$. In Table 1 we give the main evolutionary characteristics of both examples.

The total angular momentum of the galactic (baryonic) disc is estimated to be $J_b \approx 2.0 \times 10^{67} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ (see, for instance, Fall & Efstathiou 1980). As we will see below, the baryonic to dark matter mass ratio in our Galaxy is taken to be $f_b \approx 0.034$ (which is obtained from tuning the model to roughly match the rotation curve of the Milky Way). Thus, if both components have the same specific angular momentum, the required total angular momentum of the halo must be (at least) $J_{\text{dm}} \approx 5.8 \times 10^{68} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$. Simple inspection of Table 1 shows that the first example attains the necessary angular momentum only by the present time, unable to form a disc 10–11 Gyr old. For the second example, thanks to the capture of small haloes, the required angular momentum is attained at $z \sim 1.6$, corresponding to an age of 10.4 Gyr, according to our adopted cosmological parameters. In what follows we consider the history of the second example as representative of the halo in which the Milky Way is embedded.

The buildup of the disc is gradual, following the growth of the halo mass and the increase of the angular momentum. If we suppose arbitrarily that the gas starts to settle down towards the equatorial plane, according to its specific angular momentum, at $z = 5$, the halo has a mass of about $3.6 \times 10^{11} M_\odot$ and a gravitational radius of only 39 kpc. The halo is not yet completely relaxed, because its virial ratio is about 1.42.

Instead of studying the radial distribution of the specific angular momentum, we consider the distribution in concentric cylindrical shells at a distance l from the spin axis J . This approach is more adequate to study an axisymmetric disc, and can be justified by the results of Bullock et al. (2001), who have concluded that the distribution of the angular momentum in cells tends to be more cylindrical than spherical, with a weak dependence on the colatitude θ . Moreover, this has the advantage that the integral

$$J_{\text{dm}} = \int_0^{R_{\text{dm}}} 2\pi j_{\text{dm}}(l) \Sigma_{\text{dm}}(l) l dl \quad (17)$$

gives the modulus J_{dm} of the total angular momentum of the halo (dark matter). In this equation, $\Sigma_{\text{dm}}(l)$ is the column density at a distance l from the spin axis and R_{dm} is the halo radius.

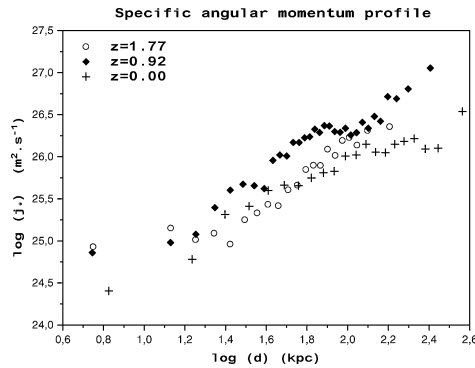


Figure 10. The specific angular momentum j_{dm} of dark matter calculated in concentric cylindrical shells as a function of the distance to the spin axis and at different redshifts.

In Fig. 10 we show the profile of the specific angular momentum of dark matter, which can be quite well fitted by a power law $j_{\text{dm}}(l) = kl^\alpha$. The exponent α varies with the redshift, but typically is in the interval 0.9–1.5. These profiles compare quite well with those obtained by Bullock et al. (2001), who tested the cylindrical symmetry by similar plots.

The gas is initially supposed to be distributed as the dark matter. It is worth mentioning that if this is the case and both components have initially the same specific angular momentum ($\beta = 1$), then the ratio between the spin parameter of dark matter λ_{dm} to that of the baryons λ_{b} , is approximately $\lambda_{\text{dm}}/\lambda_{\text{b}} \approx f_{\text{b}}$. Notice that, in this case, the initial spin parameter of the gas can be almost one order of magnitude higher than that of dark matter and not equal. However, it should be emphasized that this conclusion depends on the adopted definition of the spin parameter. If we define $\lambda' = j/\sqrt{2}R_{\text{vir}}V_{\text{vir}}$, where R_{vir} and V_{vir} are, respectively, the virial radius and the circular rotation velocity at that point (see, for instance, Bullock et al. 2001), the ratio of $\lambda'_{\text{dm}}/\lambda'_{\text{b}}$ will be equal to unity if both components have the same specific angular momentum. Here we keep the original definition (Peebles 1969).

Because the gas cools, the quasi-equilibrium situation cannot be maintained and the disc will be built up from the successively infalling shells. If a dynamical equilibrium situation is reached after the collapse, the dimension of the disc is fixed by the maximum value of the specific angular momentum. Supposing $\beta = 1$, the rotational equilibrium can be expressed as

$$j_{\text{dm}}(l) = j_{\text{b}}(y) = y \sqrt{\frac{GM_{\text{dm}}(y)}{y} + y \frac{\partial \phi_{\text{b}}(y)}{\partial y}} \quad (18)$$

where y is the distance to the spin axis in the disc after the collapse and $M_{\text{dm}}(y)$ is the dark matter mass inside a radius y . $\phi_{\text{b}}(y)$ is the gravitational potential of baryons, supposed to be distributed in a thin disc and given by the equation

$$\phi_{\text{b}}(y) = -2\pi G \int_0^\infty dk J_0(ky) \int_0^\infty dx \Sigma_{\text{b}}(x) J_0(kx) x \quad (19)$$

where $J_n(x)$ is the Bessel function of order n and $\Sigma_{\text{b}}(y)$ is the projected baryon mass density of the disc.

In order to derived the resulting density distribution $\Sigma_{\text{b}}(y)$, we have adopted the following procedure.

(i) From our simulations, we compute not only the specific angular momentum profile but also the total dark matter mass inside a given radius r , the total projected mass inside a distance l from

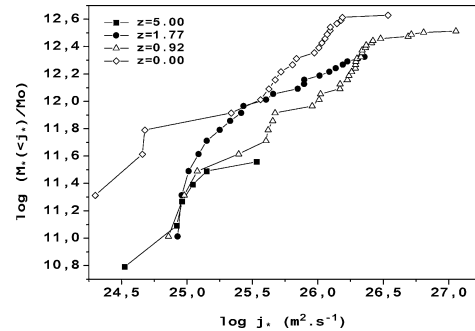


Figure 11. The distribution of the projected dark matter mass with a maximum specific angular momentum j_{dm} .

the spin axis or, equivalently, the total projected mass with specific angular momentum less than j_{dm} . The latter distribution at different redshifts is shown in Fig. 11 and, generically, is represented by $M_{\text{dm},p} = g(j_{\text{dm}})$, where the extra subscript ‘p’ means the projected mass.

(ii) Using the condition of dynamical equilibrium, the baryon mass in the disc inside a distance y from the axis is

$$M_{\text{b},p}(y) = f_{\text{b}} g(j_{\text{b}}(y)) \quad (20)$$

and the derivative of this equation gives the projected baryon density

$$\Sigma_{\text{b}}(y) = \frac{1}{2\pi y} \left(\frac{dM_{\text{b},p}(y)}{dy} \right). \quad (21)$$

(iii) Because in the beginning the baryon distribution throughout the disc is not known, we start our calculations supposing that the gravitational field is essentially due to the dark matter. Then, an initial projected density is calculated and the corresponding gravitational potential (equation 19), which is introduced in the dynamical equilibrium equation. The process is repeated until the required convergence precision is attained.

If we start at redshift $z = 5$, a quite well-known result is obtained. The halo does not have sufficient angular momentum and the resulting disc is quite small, with a radius of about 5 kpc. As the halo grows, its angular momentum increases and the outer layers acquire a higher specific angular momentum. If the gas follows the same trend, a larger disc can be built up. Fig. 12 shows the resulting projected density profile. The projected mass density decreases exponentially with a scalelength of 3.4 kpc between 1–10 kpc. Beyond 12 kpc the density decreases more slowly but still exponentially, with a

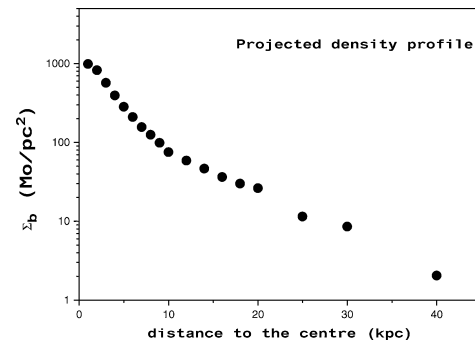


Figure 12. The resulted mass density profile of the baryonic disc.

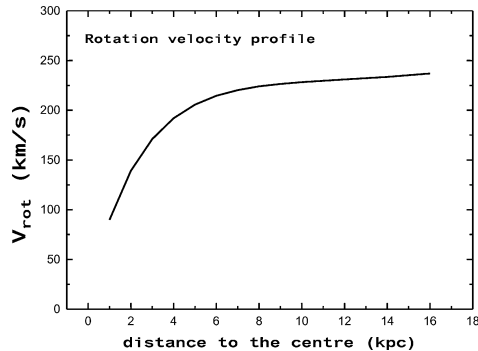
930 *S. Peirani, R. Mohayaee and J. A. de Freitas Pacheco*

Figure 13. Theoretical rotational velocity profile, including the contribution of baryonic and dark matter.

scaleshift of about 8.4 kpc. The present extension of the disc is approximately 40 kpc, where a density cut-off is obtained and its total mass (baryonic) is about $1.45 \times 10^{11} M_{\odot}$. The rotation curve imposes a strong constraint on the baryon fraction, which should be equal to $f_b = 0.034$, in order that the rotation velocity be about 230 km s^{-1} at a distance of 8–9 kpc from the spin axis (see Fig. 13).

The required baryon fraction is a factor of 4.5 lower than the mean cosmic value, but not incompatible with the ratio estimated for the Galaxy and the value adopted by Bullock et al. (2001) in their own calculations of the disc structure. Recent hydrodynamical calculations by van den Bosch, Abel & Hernquist (2003) considered the effects of pre-heating on galaxy formation. In particular, a fraction of the pre-heated gas may become unbound, yielding a final baryon to dark matter ratio smaller than the mean cosmic value.

As we have mentioned above, if baryons and dark matter have the same specific angular momentum and distribution, we would expect that the spin parameter ratio between both components is $\lambda_{\text{dm}}/\lambda_b \approx f_b$. Once the disc structure is calculated, the total energy can be computed. For an exponential disc, $E = -5.8G\Sigma_0^2\Lambda^3$, where Σ_0 is the central projected mass density and Λ is the scale of length. Using the values derived from our model, we obtain $|E| = 5.5 \times 10^{51} J$ and a spin parameter $\lambda_b = 0.49$. In this case, taking into account the derived baryon mass fraction, the expected halo spin parameter is $\lambda_{\text{dm}} \approx 0.017$. It is worth mentioning that the value derived from our simulations, when the halo (and the disc) reached about 90 per cent of its final mass, is $\lambda_{\text{dm}} = 0.018$, in agreement with our prediction.

6 CONCLUSIONS

We have studied the effects of accretion and merger on the dynamical evolution of dark matter haloes, specifically on their angular momentum. The difference between accretion and merger could essentially be semantical, because the criterion for separating the two cases is somehow arbitrary. In this work, accretion should be understood as a ‘continuous and almost smooth variation’ of the halo mass, while this variation in the merging case is ‘sudden and significant’. When a halo mass changes by more than a third of its present value then we consider the event a merger and otherwise accretion. In this manner, we have built and studied two separate merger and accretion catalogues. We have demonstrated that our results are only marginally modified if the mass-fraction threshold of $1/3$ is reduced by a factor of 2.

We found that, in both cases (accretion and merger), there are two distinct phases of mass growth: an early and a fast phase, followed by a late phase of slow mass growth (e.g. in agreement with Zhao et al. 2003). The transition occurs at $z \sim 1.5$ – 1.8 (later than the value of $z \sim 3$ found by Zhao et al. 2003). The mass growth in both phases is well represented by power laws. The exponents not only vary from one phase to another, but also change between the merger and the accretion catalogues. It is worth mentioning that, in the hierarchical picture, if the power spectrum of the initial fluctuations is of the form $|\delta_k|^2 \propto k^n$, in the linear regime the characteristic masses grow as $m \propto t^{4/(n+3)}$ (Peebles 1980). In this case, for a Harrison–Zel’dovich spectrum, the masses at the early phases grow almost linearly with time, an evolution close to that found from our simulations for haloes in the merger catalogue. A similar exponent was also found by Toth & Ostriker (1992), i.e. $M \propto t^{1.3}$, who considered the halo mass evolution in the hierarchical picture, using a standard CDM power spectrum.

The algorithm used in this work is adequate to follow the evolution of the more massive halo progenitor, either in the accretion or merger case. Therefore, our procedure is more suitable to test the evolution of the angular momentum, for example according to the random walk capture scenario (Vitvitska et al. 2002). It should be emphasized that, unlike the present work, in that model no distinction between accretion and merger is made and essentially the effects of a cumulative capture of satellites by the progenitor is considered.

When considered individually, haloes show erratic variations of the angular momentum strongly correlated (positively or negatively) with mass variations (Fig. 3). This correlation reinforces the fact that even after the first shell-crossing the angular momentum varies, and the reason is mainly the transfer of orbital angular momentum to the halo spin due to accretion and merger. Previously, a different evolution for individual haloes in the simulations was found; in general, the angular momentum decays after the first shell crossing (Sugerman et al. 2000). It was then understood that such a trend is probably due to the redistribution of the angular momentum to bound particles outside the overdensity cut-off generated in the identification of the objects included in their catalogue. Thus, unless all bound particles of a halo are identified, the apparent decay of the angular momentum at late times can arise as a numerical artefact.

The angular momentum distributions calculated at different redshifts indicate that the median and mean values increase with time. Two regimes again are identified in both samples, with a transition at $z \sim 1.5$ – 1.8 , consistent with the behaviour observed in the mass growth. The two regimes of growth are again well represented by power laws (equation 11) and are quite different from the linear variation expected from TTT. The present mass weighted distribution of the angular momentum (Fig. 5) and the distribution of the spin parameter (Fig. 7) indicate that haloes which have undergone merger episodes gain more angular momentum, confirming some previous investigations (Gardner 2001).

The distinction between the two cases (accretion and merger) allows us to establish an important characteristic of the temporal behaviour of the spin parameter. The median, the mean and λ_0 increase with time for haloes which have undergone major merger episodes, while a decrease is obtained for the accretion catalogue. We have shown that such a behaviour can be understood taking into account the different scaling laws followed by the dynamical variables defining the spin parameter. When no distinction is made, i.e. all haloes are considered together, the statistical parameters of the λ distribution are practically independent of the redshift, apart from the mean which shows a slight increase with time. This result is consistent with studies in which no separation concerning the halo

growth history is made (see, for instance, Lemson & Kauffmann 1999).

Concerning the possible dependence of the spin parameter on the halo mass (Barnes & Efstathiou 1987), we found that for $z < 3.5$ the angular momentum and total energy scale with mass approximately as $M^{2/3}$, i.e. the expected theoretical exponent. This result is valid in both Λ CDM and CDM cosmologies. In this case, the spin parameter should be practically independent of the halo mass and of its previous growth history, because the same result was found for both catalogues.

We have also developed a simple model for disc formation based on considerations of the specific angular momentum distribution. The basic assumptions are the equality between the specific angular momentum of dark matter and baryons, and rotational equilibrium after the collapse. However, the distribution of the dark matter mass with the specific angular momentum was calculated here in a cylindrical symmetry, centred along the spin axis. Two possible progenitors of our own galactic halo were chosen based on their present mass. The first example concerns a halo evolved under accretion only, which is unable to acquire enough angular momentum to explain the observed value of the galactic disc. In the second example, the halo was taken from the merger catalogue where it has captured a few satellites in the redshift interval $2 > z > 1$ and the required angular momentum is reached at $z \sim 1.6$. The disc is built up gradually, the inner 5 kpc is formed around $z \leq 5$, and the outskirts attain dimensions of about 30 kpc and 60 per cent of the total mass at $z \sim 1.6$, corresponding to an age of about 10.4 Gyr. Only 17 per cent of the total mass was accreted in the last 5 Gyr. This evolutionary path is probably not unique, because other haloes with different histories can also form discs with similar characteristics. However, the general picture agrees with the work by Helmi et al. (2003), who also consider that the galactic halo was formed gradually, with more than 60 per cent of the mass already present at around 11 Gyr ago. The resulting projected mass density is exponential within the first 10 kpc, having a scale of length equal to 3.4 kpc (Fig. 12). The spin parameter of the disc is $\lambda_b \sim 0.49$, in agreement with the relation $\lambda_{\text{dm}}/\lambda_b \approx f_b$, expected if the specific angular momenta of baryons and dark matter are equal.

Finally, to conclude, it is important to notice that most disc galaxies have masses in the range $10^{10} - 5 \times 10^{11} M_{\odot}$. Considering that the angular momentum of baryonic and dark matter scales as $M^{5/3}$, this translates into the fact that the haloes associated with galaxies in that mass interval should be in the range 3×10^{66} up to $2 \times 10^{69} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$. If discs have ages comparable to our own galactic disc, i.e. have been formed around $z \sim 1.6$, our simulations indicate that only 22 per cent of the associated haloes have acquired, at that redshift, the required angular momentum. If we neglect the eventual loss of spirals that have merged to form ellipticals, the estimated fraction is about a factor of 3 less than the present observed value. This is perhaps the 'true' angular momentum problem.

ACKNOWLEDGMENTS

We thank the referee for the useful comments which have contributed to improve the text of this paper. SP acknowledges

a PhD fellowship from Université de Nice Sophia-Antipolis (UNSA). RM is supported by a Marie Curie fellowship HPMF-CT 2002-01532.

REFERENCES

- Barnes J., Efstathiou G., 1987, *ApJ*, 319, 575
 Bullock J. S., Dekel A., Kolatt T. S., Kravtsov A. V., Klypin A. A., Porciani C., Primack J. R., 2001, *ApJ*, 555, 240
 Catelan P., Theuns T., 1996a, *MNRAS*, 282, 436
 Catelan P., Theuns T., 1996b, *MNRAS*, 282, 455
 Cole S., Lacey C., 1996, *MNRAS*, 281, 716
 Couchman H. M. P., Thomas P. A., Pearce F. R., 1995, *ApJ*, 452, 797
 Davis M., Efstathiou G., Frenk C. S., White S. D. M., 1985, *ApJ*, 292, 371
 Doroshkevich A., 1970, *Astrofizika*, 6, 581
 Fall S. M., Efstathiou G., 1980, *MNRAS*, 193, 189
 Frenk C. S., White S. D. M., 1980, *MNRAS*, 193, 295
 Gardner J. P., 2001, *ApJ*, 557, 616
 Helmi A., White S. D. M., Springel V., 2003, *MNRAS*, 339, 834
 Hoyle F., 1949, in Burgers J. M., van der Hulst H. C., eds, *Problems of Cosmological Aerodynamics*. Central Air Documents Office, Dayton, OH
 Lee J. H., Pen U.-L., 2000, *ApJ*, 532, L5
 Lemson G., Kauffmann G., 1999, *MNRAS*, 302, 111
 Maller A. H., Dekel A., Somerville R., 2002, *MNRAS*, 329, 423
 Mestel L., 1963, *MNRAS*, 126, 553
 Navarro J. F., Benz W., 1991, *ApJ*, 380, 320
 Navarro J. F., Steinmetz M., 1997, *ApJ*, 478, 13
 Navarro J. F., Steinmetz M., 2000, *ApJ*, 538, 477
 Navarro J. F., White S. D. M., 1994, *MNRAS*, 267, 401
 Navarro J., Frenk C. S., White S. D. M., 1995, *MNRAS*, 275, 720
 Peebles P. J. E., 1969, *ApJ*, 155, 393
 Peebles P. J. E., 1973, *PASJ*, 25, 291
 Peebles P. J. E., 1980, in *Large-Scale Structure of the Universe*. Princeton Series in Physics, Princeton University Press, Princeton, NJ
 Pichon C., Bernardeau F., 1999, *A&A*, 343, 663
 Porciani C., Dekel A., Hoffmann Y., 2002a, *MNRAS*, 332, 325
 Porciani C., Dekel A., Hoffmann Y., 2002b, *MNRAS*, 332, 339
 Ruzmaikin A. A., 1975, *SvAL*, 1, 95
 Ryden B. S., 1988, *ApJ*, 329, 589
 Silk J., 2002
 Somerville R. S., Primack J. R., 1999, *MNRAS*, 310, 1087
 Sugerman B., Summers F. J., Kamionkowski M., 2000, *MNRAS*, 311, 762
 Toth G., Ostriker J. P., 1992, *ApJ*, 389, 5
 van den Bosch F. C., 1998, *ApJ*, 507, 601
 van den Bosch F. C., 2001, *MNRAS*, 327, 1334
 van den Bosch F. C., Burkert A., Swaters R. A., 2001, *MNRAS*, 326, 1205
 van den Bosch F. C., Abel T., Croft R. A. C., Hernquist L., White S. D. M., 2002, *ApJ*, 576, 21
 van den Bosch F. C., Abel T., Hernquist L., 2003, *MNRAS*, 346, 177
 Vitvitska M., Klypin A., Kravtsov A. V., Wechsler R. H., Primack J. R., Bullock J. S., 2002, *ApJ*, 581, 799
 Warren M. S., Quinn P. J., Salmon J. K., Zurek W. H., 1992, *ApJ*, 399, 405
 Wechsler R. H., Bullock J. S., Primack J. R., Kravtsov A. V., Dekel A., 2002, *ApJ*, 568, 52
 White S. D. M., 1984, *ApJ*, 286, 38
 Zhao D. H., Mo H. J., Ping Y. P., Bücher G., 2003, *MNRAS*, 339, 12

This paper has been typeset from a $\text{\TeX}/\text{\LaTeX}$ file prepared by the author.

C.3 Indirect search for dark matter : Prospects for GLAST

PHYSICAL REVIEW D **70**, 043503 (2004)

Indirect search for dark matter: Prospects for GLAST

Sébastien Peirani,* Roya Mohayaee,† and José A. de Freitas Pacheco‡
Observatoire de la Côte d'Azur, BP 4229, F-06304, Nice Cedex 4, France

(Received 19 January 2004; revised manuscript received 29 March 2004; published 4 August 2004)

Possible indirect detection of neutralino, through its γ -ray annihilation product, by the forthcoming GLAST satellite from our galactic halo, M31, M87, and the dwarf galaxies Draco and Sagittarius is studied. γ -ray fluxes are evaluated for two representative energy thresholds, 0.1 and 1.0 GeV, at which the spatial resolution of GLAST varies considerably. Apart from dwarfs, which are described either by a modified Plummer profile or by a tidally truncated King profile, fluxes are compared for halos with central cusps and cores. It is demonstrated that substructures, irrespective of their profiles, enhance the γ -ray emission only marginally. The expected γ -ray intensity above 1 GeV at high galactic latitudes is consistent with the residual emission derived from EGRET data if the density profile has a central core and $m_\chi \leq 50$ GeV, whereas for a central cusp only a substantial enhancement would explain the observations. From M31, the flux can be detected above 0.1 and 1.0 GeV by GLAST only if $m_\chi \leq 300$ GeV and if the density profile has a central cusp, a case in which a significant boost in the γ -ray emission is produced by the central black hole. For Sagittarius, the flux above 0.1 GeV is detectable by GLAST provided the neutralino mass is below 50 GeV. From M87 and Draco the fluxes are always below the sensitivity limit of GLAST.

DOI: 10.1103/PhysRevD.70.043503

PACS number(s): 95.35.+d

I. INTRODUCTION

The nature of dark matter (DM) remains a major unresolved problem in astroparticle physics. Main evidences for dark matter come from astrophysical observations. The rotation curve of a typical spiral galaxy flattens or slowly rises beyond the optical radius which includes most of the galaxy's luminosity [1,2]. The flattening of the rotation curves indicates the presence of DM at large radii (a few tens of kpc): a result which is confirmed, up to scales of 30 kpc, by the study of close binary systems [3]. Among other evidences is the confinement of hot x-ray coronae around giant ellipticals which requires a massive dark halo [4,5]. At the center of spirals or giant ellipticals, kinematical data indicate a large ratio of the baryon to dark matter density (B/DM) [6–8]. On the contrary, for dwarf galaxies it seems that the presence of a substantial amount of DM in the very central regions is required to explain the kinematical data [9]. On large scales, the average mass to light ratio (M/L) for galaxy clusters [10], the infall of the Local Group towards the Virgo cluster [11], the velocity dispersion of galaxies [12], and the angular power spectrum of the cosmic microwave background (CMB) radiation [13] have been long providing evidences for dark matter. Various CMB experiments and distances to type-Ia supernovae favor a flat universe of total density parameter $\Omega_\gamma \approx 1$ and the matter density parameter $\Omega_m \approx 0.30$ [14,15]. The total baryonic contribution, fixed either by the primordial nucleosynthesis of light elements or by the secondary acoustic peaks observed by CMB experiments such as WMAP, is $\Omega_b \approx 0.04$ [13], indicating that on large scales gravitational forces are mainly due to nonbaryonic matter. In view of all these evidences, the inevitable

question arises: what is dark matter made of?

Most dark matter candidates which arise in the standard model of particle physics are excluded by the present observational constraints. For instance, neutrinos (ν) which decouple relativistically from the primordial plasma and have a high relic abundance are the primary hot dark matter (HDM) candidates. However, in a HDM universe, small-scale structures, of typical galaxy sizes, are erased by relativistic streaming, hence neutrinos are ruled out as DM candidates. Moreover, WMAP data set a robust upper limit $\Omega_\nu h^2 < 0.0076$ to their density [13]. Supersymmetric (SUSY) extensions of the standard model lead to many more new DM candidates such as s-neutrinos, axions, gravitinos, photinos and cryptions [16]. Presently, the most plausible SUSY dark matter candidate is neutralino (χ) which is the lightest supersymmetric particle. Neutralino is stable and hence is a candidate relic from Big Bang, if R -parity quantum number, introduced to avoid a too rapid decay of proton, is conserved as is the case in the minimal supersymmetric extension of the standard model (MSSM). Neutralino is an electrically neutral Majorana fermion whose mass m_χ can range from a few GeV to a few hundreds of TeV. A lower limit of about $m_\chi \sim 30$ GeV has been set by the LEP accelerator [17], while an upper limit of $m_\chi \sim 340$ TeV is favored theoretically to preserve unitarity [18].

In the past few years, major experiments have gone underway for the *direct* or *indirect* detection of dark matter particles [19]. Direct-detection experiments, such as DAMA, EDELWEISS, CRESST, and IGEX are among many others [20], which basically measure the energy (up to tens of keV) deposited at the detector by the elastic scattering of dark matter particles from the detector nuclei. Direct detection experiments also use the annual modulation of the signal due to the orbital motion of the Earth around the Sun in their DM search. Clearly, the event rate, the search strategy and data analysis strongly depend on the spatial distribution of dark matter and its dynamics in the galactic halo, which are not,

*Electronic address: peirani@obs-nice.fr

†Electronic address: roya@obs-nice.fr

‡Electronic address: pacheco@obs-nice.fr

unfortunately, well understood. For instance, it is not established if dark matter halos are dynamically relaxed structures or not. Whether dark matter is homogeneously distributed with isotropic velocity distribution or whether there are inhomogeneities such as local streams, e.g., like that manifested through the tidal arms of the Sagittarius dwarf [21,22] is not entirely clear. The leading trail of Sagittarius could be showering matter down upon the Solar System, affecting the local halo density and perturbing the velocity distribution [23]. The presence of very high density structures such as caustics, if survived up to the present day, could also have dramatic effects on direct searches [24]. Moreover, dark halos are generally not at rest and have considerable angular momentum [25], whose vector direction is probably not the same as those of the present spin axes of (baryonic) disks [26]. If this was the case for the Galaxy, then significant variations in the modulation of the signal would be expected. All of these are just a few of many uncertainties about properties of DM in the halos which overshadow the search experiments.

The indirect detection experiments search for products of self-annihilation of neutralinos such as energetic leptons, hadrons, and also particles which would emerge in the followup hadronization and fragmentation processes. In addition to γ -ray lines generated through the annihilation channels $\chi\bar{\chi} \rightarrow \gamma\gamma$ and $\chi\bar{\chi} \rightarrow Z^0\gamma$, the annihilation of two neutralinos also produces a γ -ray continuum as a consequence of the neutral pion decay. Besides these energetic γ 's, neutrinos are also produced either in quark jets ($b\bar{b}$ interactions) or in the decay of τ leptons and gauge bosons. Neutrinos produced in the former process are less energetic than those produced in the latter. Neutralinos can be decelerated by scattering off nuclei and then accumulating at the center of the Earth and or at the center of the Sun (or inside any other gravitational potential well), thus increasing the annihilation rate. However, so far different experiments designed to detect decay products like high-energy neutrinos have only managed to set upper limits on fluxes coming from the Earth's center or from the Sun [27].

The γ -ray emission on the other hand is expected, for instance, from the galactic center and other massive dark matter halos. Since the annihilation rate depends on the square of the local density, the distribution of DM in the halo is of crucial importance. The degree of clumpiness, the density profile of a dark matter halo, and in particular whether it has a central cusp or not, as well as the presence or absence of a central supermassive black hole (SMBH), could influence the annihilation rate. Other events such as the infall of small satellites, which are not totally disrupted by tidal forces, can locally enhance the γ -ray emission [28].

The prediction of γ -ray fluxes requires two separate inputs: that coming from particle physics for issues such as the interaction cross section and the number of photons per annihilation, and the input from astrophysics for problems such as the spatial distribution of dark matter in potential sources.

Most studies on indirect DM detection explore various decay channels of neutralino annihilation in the huge parameter space of MSSM, consisting of 91 real parameters and 74

TABLE I. Reduced intensity in the direction of the galactic center.

Profile	$\int \rho^2 ds$ ($\text{GeV}^2 \text{cm}^{-5}$)	Reference
Moore	3.3×10^{26}	[33]
NFW	2.8×10^{25}	[35]
Core	3.0×10^{22}	[35]
Cusp	2.4×10^{22}	[36]
NFW	5.2×10^{25}	[34]
SWTS	1.8×10^{24}	[34]

phases (most of them can be absorbed by field redefinitions [29]). In the effective MSSM model, where the low-energy parameters are constrained by accelerator data, seven free parameters still remain (the higgsino mass parameter μ , the gaugino mass parameter M_2 , the ratio of the Higgs vacuum expectation values $\tan \beta$, the mass of the CP-odd Higgs boson m_A , the scalar mass parameter m_0 and the trilinear soft SUSY-breaking parameters A_b and A_t). The computation of SUSY particle spectrum is therefore a difficult and sometimes uncertain procedure, which is often done using publicly available numerical codes like SUSPECT able to explore the full parameter space [30]. In this work, we take a different approach and assume that the number of photons produced per annihilation, Q_γ , can be evaluated under the assumption that the $\chi\bar{\chi}$ annihilation process is similar to a QCD jet. In this picture, the evaluation of Q_γ is rather simple since it depends only on one scale parameter, the neutralino mass.

The astrophysical aspect of the neutralino flux calculation, which concerns the dark matter distribution, remains rather uncertain. Numerical simulations suggest that the density in the central regions of dark halos varies as $\rho \propto 1/r^\beta$, where β takes on values such as $\beta=1$ [31] or $\beta=3/2$ [32]. However, as we mentioned earlier, a cusp profile is not always supported by the observational data such as the rotation curves of bright galaxies [1]. Moreover, in order to avoid the inevitable divergence of the γ -ray emission rate calculated from these cusp profiles, various assumptions about the central density or cutoff radius are always made (see, for example, Refs. [28,33,34]). As a consequence, the value of the square of the density integrated along the line of sight in the direction of the galactic center performed by different authors varies by as much as four orders of magnitude (see Table I). The density profile and the M/L ratio also depends on the type of the galaxy, e.g., as compared to normal spirals, dwarfs seem to have a much higher M/L ratio and do not seem to have a central cusp. Thus, as far as the selection of a suitable source is concerned, many factors such as the possible density profile of the source, the level of background contamination, the distance to the source, and the M/L ratio should be taken into account. Different studies have considered the galactic center direction as a privileged source due to its high column density. However, the γ -ray emission from our halo is highly contaminated by the local background, mostly produced by cosmic ray interactions with the interstellar environment. Background contamination is less

significant for sources outside the galactic plane and extragalactic sources which subtend a small solid angle at the detector. Because of their proximity, the galactic center and the nearby dwarfs, Draco and Sagittarius, offer unique sites for dark matter detection. Due to their considerably large dark matter content, M31 and, in particular, M87 are also potential γ -ray sources. These are the sources that we shall consider in this paper. We have calculated γ -ray fluxes from the Milky Way, M31, and M87 using two different density profiles: the first one is a very steep but nondiverging central profile based on very recent numerical simulations [37], while the second is a core profile (Plummer profile) chosen because the energy distribution, the density, and the potential are known in a closed form. The Plummer profile also leads to a finite mass and the density does not diverge at the center. For Draco, we have used a density profile resulting from a dynamical model whereas a King profile was adopted for Sagittarius. In addition to these computations, we have simulated halos with clumps in order to verify how substructures affect the predicted γ -ray fluxes and have found that clumpiness enhances the predicted emission only marginally, in disagreement with some previous claims [33,38] and in agreement with others [34].

Unlike most previous studies which estimate fluxes mainly for atmospheric Cherenkov telescopes (ACT's) such as CELESTE and VERITAS, in this work, we consider the possibility of detection by the future Gamma-ray Large-Area Space Telescope (GLAST), which has various obvious advantages over ACT's, the more important of which are as follows: (i) lower energy threshold, allowing to probe neutralino masses above 10 GeV, (ii) the background is mainly due to the diffuse extragalactic emission, and (iii) the spatial resolution varies with the threshold energy, allowing us to probe the halo density profile.

Our results suggest that GLAST may detect M31 at energies above 0.1 and 1.0 GeV if the neutralino mass is less than 300 GeV and only if the profile is cusped. Core profiles require neutralino masses lower than upper limits established by accelerator data. Thus GLAST can put constraints not only on the neutralino mass but also on the density profile, combining the different spatial resolution at different energies. According to our computations, in spite of having a very massive halo, emission from M87 cannot be detected either above 0.1 or 1.0 GeV. However, for M87, there are enough evidences for the presence of a central SMBH [39,40] which can form a central dark matter "spike" and which would consequently boost the γ -ray flux by a factor of about 200, producing a detectable signal.

For the dwarf spheroids Draco and Sagittarius, we evaluate the flux and demonstrate that γ -ray emission from Draco is below the sensibility limit of GLAST, whereas Sagittarius can be detected above 0.1 GeV energy threshold, if the neutralino mass is ≤ 50 GeV.

This paper is organized as follows. In Sec. II, we discuss the γ -ray emission and the flux equation. The annihilation rate and the number of photons produced per annihilation event are discussed in Sec. III. In Sec. IV we discuss the astrophysical parameters required for the flux calculation. In Sec. V, we present our numerical results for emission from

the galactic halo, M31, M87, Draco, and Sagittarius. In Sec. VI, we demonstrate how clumpiness of halos would effect the γ -ray flux. In Sec. VII we study flux enhancement effects due to the central SMBH in M31 and M87, and finally in Sec. VIII, we summarize our results and conclude our work.

II. γ -RAY FLUX

Let us assume that dark matter halos are constituted by neutralinos: the lightest supersymmetric particle in many SUSY models (for a review of SUSY dark matter, see Ref. [41]). Neutralino is a linear superposition,

$$\chi = a_{\tilde{B}}\tilde{B} + a_{\tilde{W}}\tilde{W} + a_{\tilde{H}_1}\tilde{H}_1 + a_{\tilde{H}_2}\tilde{H}_2, \quad (1)$$

of four mass eigenstates where \tilde{B} and \tilde{W} are gauginos (the superpartners of electroweak gauge bosons) and $H_{1,2}$ are higgsinos. If the sum $a_{\tilde{B}}^2 + a_{\tilde{W}}^2 > 0.9$, the neutralino is *gaugino* type, while it is *higgsino* type if that sum is less than 0.1.

We further assume that in the early Universe, neutralinos were in thermal equilibrium with the primordial plasma and that their present density was fixed at the freezeout, i.e., at the temperature T_* when they decoupled from the other particle species. At freezeout, the annihilation rate is comparable to the expansion rate of the Universe and, moreover, neutralinos are nonrelativistic ($kT_* \ll m_\chi c^2$). After decoupling, neutralinos can annihilate via the following channels:

$$\chi\bar{\chi} \rightarrow l\bar{l}, q\bar{q}, W^+W^-, Z^0Z^0, H^0H^0, Z^0H^0, W^\pm H^\mp \quad (2)$$

into leptons and antileptons ($l\bar{l}$), quarks and antiquarks ($q\bar{q}$), charged (W^\pm and H^\pm) and neutral (H^0 and Z^0) bosons, respectively.

The decay of neutral pions formed in the hadronization process is the dominant source of continuum γ rays. Besides the continuum emission, two annihilation channels may produce γ -ray lines. The first is $\chi\bar{\chi} \rightarrow \gamma\gamma$, where the photon energy is $\sim m_\chi$ and the second is $\chi\bar{\chi} \rightarrow Z^0\gamma$, where the photon energy satisfies $\epsilon_\gamma = m_\chi - m_{Z^0}^2/(4m_\chi)$. The latter process is only important for neutralino masses higher than ~ 45 GeV.

Since neutralinos are Majorana particles, their density is equal to that of antineutralinos and hence the annihilation rate per unit volume is

$$\varepsilon_{\chi\bar{\chi}} = \langle \sigma_{\chi\bar{\chi}} v \rangle \left(\frac{\rho_\chi}{m_\chi} \right)^2, \quad (3)$$

where $\langle \sigma_{\chi\bar{\chi}} v \rangle$ is the thermally averaged annihilation reaction rate, m_χ is the neutralino mass, and ρ_χ is the neutralino matter density. If the source is spatially extended, the radiation intensity $I_\gamma(r_p)$, measured at a given projected distance r_p from the center, is

$$I_\gamma(r_p) = \frac{\langle \sigma_{\chi\bar{\chi}} v \rangle}{4\pi m_\chi^2} Q_\gamma \mathcal{I}, \quad (4)$$

where

$$\mathcal{I} = \int \rho_\chi^2(\sqrt{s^2 + r_p^2}) ds \quad (5)$$

is the *reduced intensity*, Q_γ is the number of photons above a certain energy threshold produced per annihilation, and the integral is carried along the line of sight. The flux f_γ within a solid angle $\Delta\Omega$ subtended by the detector ($d\Omega = 2\pi r_p dr_p / D^2$ for a small angular distance) is

$$f_\gamma = \int I_\gamma d\Omega = \frac{2\pi}{D^2} \int I_\gamma(r_p) P(r_p) r_p dr_p, \quad (6)$$

where D is the distance to the source and $P(r_p)$ is the point-spread function (PSF) of the detector. In the case of GLAST, we adopt a Gaussian PSF [$P(r_p) = e^{-r_p^2/2\sigma^2}$] whose width depends on the energy. The GLAST project specification gives the width at which 68% of the signal is included, which yields $\sigma(0.1 \text{ GeV}) \approx 1.05^\circ$ and $\sigma(1 \text{ GeV}) \approx 0.17^\circ$.

III. NEUTRALINO ANNIHILATION RATE: VALUES OF $\langle\sigma_{\chi\bar{\chi}}v\rangle$ AND Q_γ

In order to compute the γ -ray flux from Eq. (6), different physical and astrophysical parameters should be calculated. First is the average annihilation rate, which will be estimated under the assumptions already mentioned, i.e., that neutralinos are initially in thermal equilibrium and decouple at T_* , when the annihilation rate equals the expansion rate. The latter is determined by the Friedmann equation relating the Hubble parameter to the total energy density. As we shall see, neutralinos decouple at temperatures in the range 0.4–70 GeV, depending on their assumed mass. Once neutralinos decouple, their comoving number remains almost constant, but their concentration with respect to photons changes, since other particles which decouple later, produce a “reheating” of the photons due to entropy conservation. In this case, the ratio between the temperature after and before a given decoupling depends on the variation of the effective number of degrees of freedom as $(g_{eff,bef}/g_{eff,aft})^{1/3}$, where

$$g_{eff}(T) = \frac{1}{2} \sum \left(g_B + \frac{7}{8} g_F \right) \quad (7)$$

and the sum is over all bosons B and fermions F present in the primordial plasma. For temperatures above 0.4 GeV and below 80 GeV one would expect that quarks and gluons are present and that the gauge bosons (W^\pm and Z^0) have already disappeared. In this case, the main particles contributing to g_{eff} are photons, gluons, the three leptons, and their antiparticles (the tauon decouples at $T_* \sim 1.8 \text{ GeV}$), as well as their associated neutrinos and antineutrinos, the six quarks, and their antiquarks.

Under these conditions one obtains (see, for instance, Ref. [42]) the *balance equations*

$$\Omega_\chi h_{65}^2 = \frac{6.88 \times 10^7}{g_{eff}(T_*)} m_\chi(\text{GeV}) y^{3/2} e^{-y}, \quad (8)$$

$$\langle\sigma_{\chi\bar{\chi}}v\rangle = \frac{8.82 \times 10^{-36} \sqrt{g_{eff}(T_*)}}{g_\chi m_\chi(\text{GeV})} y^{-1/2} e^y \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}, \quad (9)$$

where $y = m_\chi c^2 / kT_*$ and h_{65} is the Hubble parameter in units of $65 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. From these equations, once the density parameter is fixed, the decoupling temperature and the annihilation rate per particle can be computed for a given neutralino mass. Here we adopt the cosmologically accepted value of $\Omega_\chi = 0.26$ and assume that the neutralino mass lies in the range $10 \leq m_\chi \leq 2000 \text{ GeV}$. In this case, the decoupling temperature parameter y varies within the interval $22.5 \leq y \leq 28.2$, corresponding to the temperature range mentioned above. The thermally averaged annihilation reaction rate varies very little, $(7.7\text{--}9.5) \times 10^{-27} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ and is comparable to values adopted in other studies [28,43].

A major difficulty in the calculation of the number of γ 's per annihilation stems from the unclear details of the hadronization and gamma-ray emission in the large-dimensional parameter space of SUSY models. Here, we use an approximation to the numerically computed QCD fragmentation functions taken from [44,45]. We assume that hadronization and subsequent γ -ray emission is similar to the decay of QCD jets and that the annihilation of two neutralinos results in two jets, each of energy $\sim m_\chi$. Using the fragmentation function of jets into photons, neutrinos, and baryons, which is known to a good approximation up to a few TeV [44,46], the number of photons per annihilation and per jet produced in the energy interval $x, x+dx$ is

$$\frac{dQ_\gamma}{dx} = \frac{5}{8} \left(\frac{16}{3} - 2\sqrt{x} - \frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{2}{3}x^{-3/2} \right), \quad (10)$$

where the dimensionless energy is defined as $x = \epsilon_\gamma / (m_\chi)$, with ϵ_γ being the photon energy. Therefore the total number of photons per annihilation event above the threshold energy $\epsilon_{\gamma,th}$ is simply given by

$$Q_\gamma = 2 \int_{x_{th}}^1 \frac{dQ_\gamma}{dx} dx, \quad (11)$$

where the factor 2 takes into account the formation of two jets rather than one, due to momentum conservation.

In Fig. 1 we show the photon production rate $\langle\sigma_{\chi\bar{\chi}}v\rangle Q_\gamma$ in $\text{cm}^3 \text{ s}^{-1}$ for two threshold energies (0.1 and 1.0 GeV) as a function of the neutralino mass. The rates, in spite of our simplifying assumptions, are in good agreement with estimates derived from SUSY numerical codes [28,43]. This is not surprising since the parameters required in SUSY codes are chosen to match the expected relic density. We have taken a reversed approach, i.e., we fix the relic density first and then compute the annihilation rate using the balance equations (8) and (9). As a consequence, both procedures should give comparable results, but our method has the advantage of using only one free parameter, the neutralino mass.

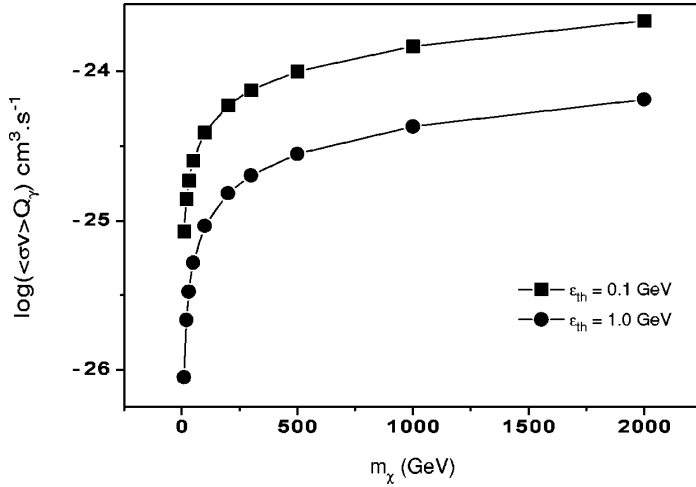


FIG. 1. The variation with the neutralino mass of the photon production rate per annihilation above the energy thresholds $\epsilon_{\gamma,th}$, 0.1 and 1.0 GeV.

IV. ASTROPHYSICAL PARAMETERS: VALUES OF \mathcal{I}

In the previous section, we have evaluated the annihilation rate $\langle \sigma_{\chi\bar{\chi}} v \rangle$ and the total number of photons per annihilation event above a given energy threshold Q_γ . In this section, we evaluate the reduced intensity \mathcal{I} , given by Eq. (5) whose value is needed for the evaluation of the γ -ray flux (6). The integral in Eq. (5) is often evaluated assuming a density profile of the general form,

$$\rho(r) = \frac{\rho_*}{(r/r_*)^\beta (1 + r/r_*)^\gamma}, \quad (12)$$

where ρ_* and r_* are the characteristic density and radius. If $\beta=1$ and $\gamma=2$, one obtains the so-called Navarro-Frenk and White (NFW) profile [31], while if $\beta=\gamma=1.5$ one obtains the so-called Moore profile [32]. Clearly, when integrated along the line of sight passing through the center, as required by expression (5), both of these two profiles diverge. Various tricks are used to overcome this difficulty. One can impose a finite central density such as $\rho_\chi = m_\chi H_0 / \langle \sigma_{\chi\bar{\chi}} v \rangle$, since denser regions will be depleted by high neutralino annihilation rates [33]. High resolution simulations are also used to study the behavior of the density profile in the very central regions of halos. However, even the *highest* resolution simulations are presently unable to resolve the very inner structure of halos and different extrapolations are needed to obtain the central density. In order to illustrate this point, Table I compares different values of density squared along the direction of the galactic center given by the expression (5) estimated by several authors. In fact, these reduced intensities correspond to values *averaged* over a given solid angle representative of the spatial resolution of the detector.

Simple inspection of Table I shows that the integral (5) may vary by four orders of magnitude according to the assumed profile. Consequently, severe uncertainties overshadow the value of the predicted γ -ray flux.

Rather recently, the inner structure of dark halos in Λ CDM cosmology was revisited [37] and the new “ α profile,”

$$\rho(r) = \rho_* \exp\left\{-\frac{2}{\alpha} \left[\left(\frac{r}{r_*}\right)^\alpha - 1\right]\right\}, \quad (13)$$

fitting the numerical results was proposed, which has several advantages over Eq. (12). First, the total mass and the central density are finite which solve the aforementioned divergence problem in the evaluation of the central intensity. Second, the logarithmic slope decreases inwards more gradually than NFW or Moore profiles. According to simulations, the parameter α is restricted to be in the range 0.1–0.2 and here we adopt for M31 and the Milky Way the suggested value of $\alpha=0.17$ [37]. The two remaining parameters, ρ_* and r_* , can be estimated if the total halo mass and one other physical quantity such as the maximum circular velocity are known. However, the rotation curve within the effective radius *is not dominated by dark matter* [25] and so the maximum rotation velocity is not a robust quantity. The halo of M31, as we shall see, is probably similar to our own halo which implies that the dark matter energy density at a distance of about 8–9 kpc from the center should be comparable to that observed in the solar vicinity, i.e., 0.4 GeV cm^{-3} . We use this value together with the total mass of M31 to fix the parameters ρ_* and r_* .

Present observational data constraining the mass of the halo of M31 are rather poor. For instance, the rotation curve seems to be well explained with just the baryonic matter in the bulge and the disk, whose mass distributions are traced by the blue light [47]. This does not exclude the existence of a dark matter halo whose contribution to the gravitational force, and hence its effect on the rotation curve, would be more relevant only at distances larger than few tens of kpc. Direct estimates of the halo mass of M31 are based on the peculiar motion of the Local Group (LG) and on the kinematics of its satellites. A new solution for the solar motion, which includes the 32 probable members of the Local Group

and assumes virial equilibrium, leads to a total mass for the LG of $(2.3 \pm 0.6) \times 10^{12} M_{\odot}$ [48]. Using the projected mass method [49,50], the contribution of the M31 subgroup (including only seven satellites) to the total mass of the LG amounts to $(13.3 \pm 1.8) \times 10^{11} M_{\odot}$ [48]. A similar result $(12.3_{-6.0}^{+18} \times 10^{11} M_{\odot})$ was obtained [51], including 10 satellites, 17 distant globular clusters, and 9 halo planetary nebulae, while a firm upper bound of $24 \times 10^{11} M_{\odot}$ was derived from a similar analysis including 15 satellites and new radial velocity data [52]. Using the kinematical data on these 15 satellites and the projected mass estimator [50], we have obtained a mass of $(1.5 \pm 0.5) \times 10^{12} M_{\odot}$ for M31. Other indirect estimates based on disk formation and cusp dark matter halo expected for Λ CDM cosmology predict a mass of $1.6 \times 10^{12} M_{\odot}$ [53]. We adopt the value $1.5 \times 10^{12} M_{\odot}$, which is compatible with all of these different estimates.

Subsequently, using the mass of M31 and also the local density of 0.4 GeV cm^{-3} which we argued for earlier in this section, we obtain the two parameters defining the α profile (13): $\rho_* = 4.5 \times 10^{-25} \text{ g cm}^{-3}$ and $r_* = 11.6 \text{ kpc}$. We emphasize that these parameters give, in terms of the total potential energy $|W|$, a gravitational radius of $r_g = GM^2/|W| \approx 250 \text{ kpc}$, which is a typical value that we have found in our numerical simulations for halos of similar masses [25].

Since the high B/DM ratios observed in the central regions of galaxies is contradictory with a cusp in the DM density profile, we have also considered a profile with a central core to represent the dark matter distribution inside halos. We assumed a Plummer density profile,

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{[1 + (1/3)(r/r_0)^2]^{5/2}}, \quad (14)$$

and since the central density and total mass are finite, the distribution function depends only on the total energy [$f(E) = K|E|^{7/2}$] and the gravitational potential can also be obtained in a closed form. Using the two constraints mentioned earlier in this section, we obtain the two parameters defining the profile (14) in the case of M31: $\rho_0 = 2.8 \times 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$ and $r_0 = 12.2 \text{ kpc}$.

For M87, the properties of the gaseous x-ray corona were determined in Ref. [54]. From the density and temperature profiles of the hot gas, the total mass inside a given radius r can be computed under the assumption of hydrostatic equilibrium. After correction for the contribution of baryons (stars and gas) to the gravitational forces, the dark matter distribution can be evaluated [54]. Remarkably, such a distribution can be well represented by an α profile with the parameters $\alpha = 0.20$, $\rho_* = 1.07 \times 10^{-25} \text{ g cm}^{-3}$, and $r_* = 79.9 \text{ kpc}$. Integration of this profile gives a mass of $9.7 \times 10^{12} M_{\odot}$ inside a radius of 100 kpc, in agreement with other estimates [54]. However, we cannot exclude that at distances less than a few kpc, such a profile would be inconsistent with observations.

These parameters, summarized in Table II (for dwarf spheroidals see details in Sec. V), will be used in our predictions of the expected γ -ray flux from neutralino annihilation in M31 and M87. In Fig. 2 we show the expected intensity

TABLE II. Values of the parameters used in the density profiles.

M31		
cusp:	$\alpha = 0.17$	$\rho_* = 4.5 \times 10^{-25} \text{ g/cm}^3$ $r_* = 11.6 \text{ kpc}$
core:		$\rho_0 = 2.8 \times 10^{-24} \text{ g/cm}^3$ $r_0 = 12.2 \text{ kpc}$
M87		
cusp:	$\alpha = 0.20$	$\rho_* = 1.07 \times 10^{-25} \text{ g/cm}^3$ $r_* = 79.9 \text{ kpc}$
Draco		
Modified Plummer profile:		
		$\beta = -0.34$ $\gamma = -1.03$ $\rho_0 = 3.8 \times 10^{-23} \text{ g/cm}^3$
Sagittarius		
King profile:		
		$r_1 = 2 \text{ kpc}$ $r_c = 0.55 \text{ kpc}$ $\rho_0 = 2.2 \times 10^{-24} \text{ g/cm}^3$

profile for M31 and M87 as a function of the angular distance to the center. These profiles were derived numerically from Eq. (4), for an energy threshold of 0.1 GeV and $m_{\chi} = 50 \text{ GeV}$. The comparison uses only density profiles with central cusps, defined by the parameters discussed above. Note that although M31 has a less massive halo, its central brightness is expected to be higher than that of M87.

V. NUMERICAL RESULTS

A. Flux from the galactic halo

It is instructive to compare our results with previous estimates of the reduced intensity (5) in the direction of the galactic center. In our work, the integral of the density squared along the line of sight is $1.6 \times 10^{26} \text{ GeV}^2 \text{ cm}^{-5}$ if the α profile (13) is adopted. This compares quite well with the value of Ref. [33], based on extrapolation from high-resolution simulations, but is one order of magnitude higher than those given in a few of the previous works [34,35], where NFW profiles were adopted. Using the core profile, this integral (5) is equal to $1.2 \times 10^{23} \text{ GeV}^2 \text{ cm}^{-5}$, considerably smaller than estimates for profiles with central cusps as would be expected, but still one order of magnitude higher than some others which also consider a core profile (see, for example, Ref. [35] whose estimate of \mathcal{I} is given in Table I).

In the energy range 0.1–1.0 GeV, cosmic-ray interactions give a substantial contribution to the γ -ray emission originated from the galactic disk. The electron component produces high-energy photons either by inverse Compton scattering or bremsstrahlung, while protons produce γ photons via the decay of neutral pions generated in collisions with interstellar matter. In a previous work which uses EGRET data, at high galactic latitudes a significant residual intensity of 10^{-7} – $10^{-6} \text{ photons cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ above 1 GeV is claimed even after correction for the expected background of

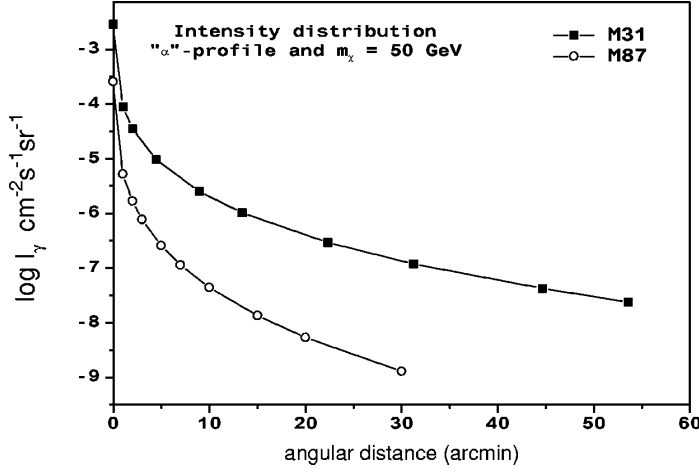


FIG. 2. Intensity profiles for M31 and M87 for photon energies above 0.1 GeV. Intensities were computed using the cusp density profile (13) and $m_\chi = 50$ GeV.

cosmic rays and the diffuse extragalactic emission [55]. These residual intensities although marginal have rather interesting implications for the halo density profile. We computed the expected intensity, averaged over cells of $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ as considered in Ref. [55], in the direction $b=90^\circ$. Table III gives the expected intensity as a function of the neutralino mass for the α profile (with a central cusp) and the Plummer profile (with a central core).

The results summarized in Table III show that at high latitudes, contrary to what is obtained in the direction of the galactic center, the Plummer profile produces an intensity *higher* than that derived from the α profile. This is easily understood since the latter profile gives a larger mass concentration near the center while the former has a shallower mass distribution. Furthermore, Table III shows that intensities derived from the α profile are always below the EGRET residual intensity. In this case, an important intensity enhancement by clumps is necessary to explain the EGRET residuals [33,38]. Intensities derived from the Plummer profile are comparable to EGRET values if $m_\chi < 50$ GeV, a limit not inconsistent with the lower bound derived from LEP. As we shall see in Sec. VI, the enhancement of the γ -ray emission produced by subhalos is rather small, with boost not exceeding a factor of 2. Presently, a firm conclusion cannot be made since the EGRET residuals are in the sensibility limit of the instrument. This situation is expected to improve greatly with the forthcoming GLAST.

TABLE III. Intensity (in photons $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1}$) above 1 GeV in the direction $b=90^\circ$.

m_χ (GeV)	α profile	Plummer profile
30	1.1×10^{-8}	1.9×10^{-7}
50	6.4×10^{-9}	1.1×10^{-7}
100	2.8×10^{-9}	4.9×10^{-8}
200	1.1×10^{-9}	2.1×10^{-8}
300	6.8×10^{-10}	1.2×10^{-8}
500	3.4×10^{-10}	6.1×10^{-9}

B. Fluxes from M31 and M87

The detection of γ rays with energies around 50 GeV from M31 was considered by the CELESTE Collaboration [56]. Their study shows that the annihilation signal could be detectable by CELESTE for $m_\chi \geq 200$ GeV, if the M31 halo is very clumpy and/or if there is a strong accretion onto a central supermassive black hole [56].

M87, the giant elliptical galaxy at the center of the Virgo cluster, is also a potential source of γ rays produced by $\chi\bar{\chi}$ annihilation [57]. If it is simply assumed that the neutralino mass is 1 TeV and that the photon production rate above the threshold energy of 50 GeV is $\langle\sigma_{\chi\bar{\chi}}v\rangle Q_\gamma = 1.5 \times 10^{-24} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$, the predicted γ -ray flux from M87 would be below the sensibility of the present ACT's [57]. However, detection by the new generation of ACT's like VERITAS would be possible if there is an enhancement by a factor 40 due to the clumpiness of the halo [57]. In this work, we consider the possibility of detection by GLAST, which has various obvious advantages over the atmospheric Cherenkov telescopes, which we have mentioned in Sec. I.

The photon production rate above a given energy is

$$R_\gamma = \langle\sigma_{\chi\bar{\chi}}v\rangle Q_\gamma = \frac{4\pi f_{\gamma,\min}}{\int P(r_p) d\Omega \int \rho_\chi^2 ds} m_\chi^2, \quad (15)$$

where $f_{\gamma,\min}$ is the minimum flux above a certain photon energy detectable by GLAST and we have used Eqs. (4) and (6). Values of $f_{\gamma,\min}$ varies from one γ -ray experiment to another, and here we use the sensibility curves summarized in Ref. [58]. The production rate R_γ given by the above expression represents the minimum required value for the production of a detectable signal. In Fig. 3 we plot the minimum photon production rate and the photon production rate derived in Sec. III as a function of the neutralino mass, for an energy threshold of 0.1 GeV. The required minimum production rates are shown for both the α profile and the Plummer profile. Numerical calculations were performed adopting a distance of 770 kpc for M31.

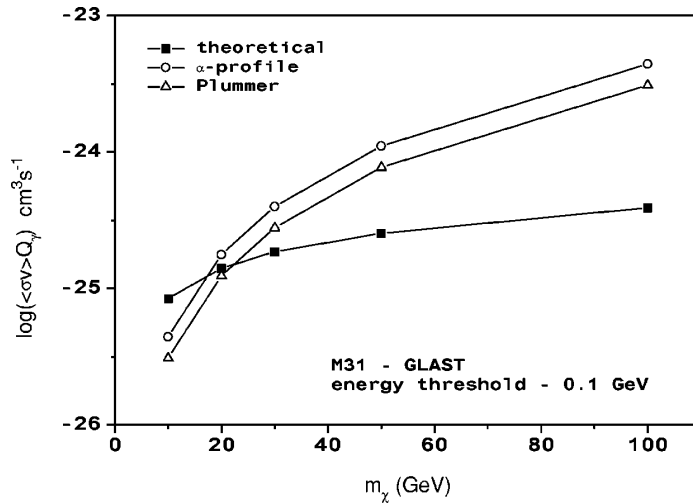


FIG. 3. Minimum photon production rate required for detection derived from Eq. (15) and theoretical estimates as a function of the neutralino mass for an energy threshold of 0.1 GeV (see Fig. 1). Minimum production rates are shown for the halo of M31 with cusp (α profile) and core (Plummer) profiles.

Figure 3 demonstrates that detectable fluxes from M31 can be produced by both density profiles if $m_\chi \leq 25$ GeV. In fact, the relatively large acceptance angle of GLAST at 100 MeV, includes a substantial fraction of the halo, reducing the expected differences due to different density profiles. The situation is rather different when the threshold energy is 1.0 GeV (Fig. 4). In this case, the detector acceptance angle is considerably reduced and only a central cusp would lead to enough projected mass to produce a detectable flux if $m_\chi \leq 20$ GeV. These mass limits are slightly smaller than the lower bound derived from LEP [17], but masses as low as 6 GeV have been derived from WMAP data in the frame of an effective MSSM model without gaugino-mass unification at the GUT scale [59]. In Sec. VII we discuss how these limits are changed by the presence of a central SMBH.

In spite of its extremely massive halo, the predicted fluxes from M87 are about one order of magnitude below the sensibility limit of GLAST in the range 0.1–1.0 GeV, due to its large distance (17 Mpc) from us and in spite of the fact that

a substantial fraction of a far halo would lie within the acceptance angle of the detector. As in the case of M31, the central SMBH strengthens considerably the emission, producing a detectable signal, as we shall shortly demonstrate in Sec. VII.

C. Fluxes from dwarf spheroidals

Accumulating radial velocity data on stars of dwarf spheroidal (dSph) in the past years, have been providing convincing support for large M/L ratios and hence a substantial amount of dark matter in these galaxies. The possibility of detecting γ -ray emission from dSph's due to neutralino annihilation has been considered in some recent works [35,57], most of which emphasize on the energy range covered by ACT's. In the photon energy range of around 0.1 GeV, the acceptance angle of GLAST covers a considerable fraction of the galaxy, hence increasing the amplitude of the received signal.

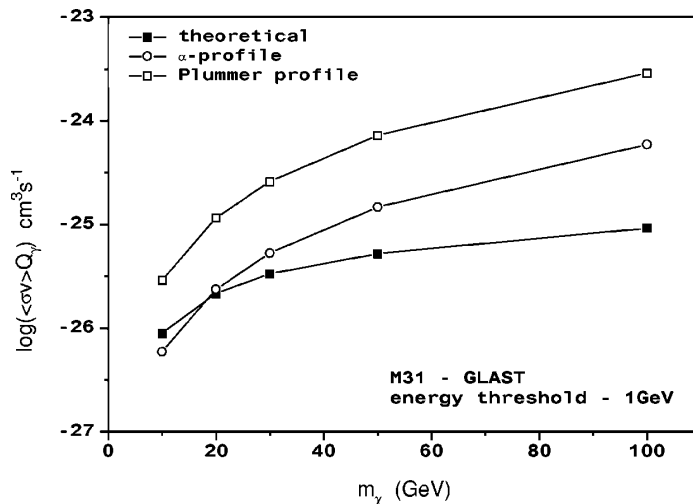


FIG. 4. Minimum photon production rate required for detection [Eq. (15)] and theoretical estimates as a function of the neutralino mass (see Fig. 1) for an energy threshold of 1.0 GeV. Minimum production rates are shown for the halo of M31 with cusp (α profile) and core (Plummer) profiles.

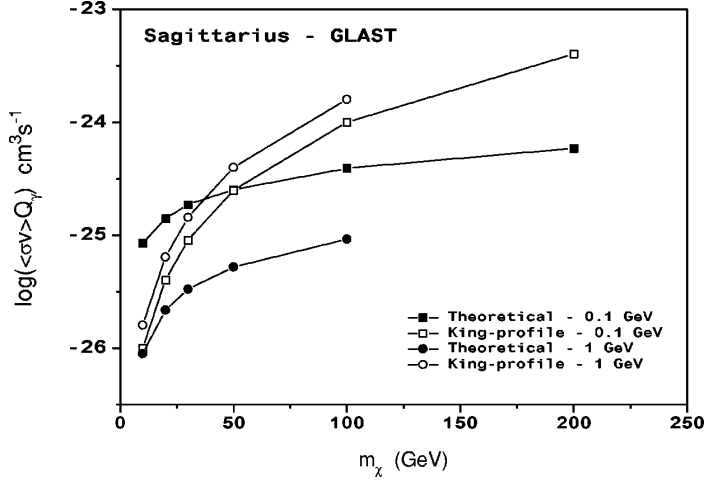


FIG. 5. Minimum photon production rates [Eq. (15)] and theoretical rates (Fig. 1) for energies above 0.1 and 1.0 GeV as a function of the neutralino mass.

Once again, the predicted flux depends on the dark matter density profile of dSph's. The light distribution in these systems is well described by isotropic King models [60]. However, in the case of Draco the velocity dispersion rises slightly with the increasing radius, ruling out the possibility that the DM distribution is similar to that of light [61]. The observed velocity dispersion profile can be reproduced by models in which the dark matter distribution is significantly more extended than light, having also a tangential anisotropy in the velocity dispersion [61]. These models are based on a modified Plummer potential and density family, characterized essentially by three parameters: r_0 , β , and γ . The first defines the core or the scale radius, the second determines the mass distribution ($\beta=1$ implies that DM follows light), and the third measures the velocity anisotropy.

The potential is given by [62]

$$\phi(r) = \phi_0 \left(1 + \frac{r^2}{r_0^2} \right)^{\beta/2}, \quad (16)$$

where ϕ_0 is related to the central matter density by the equation $\rho_0 = 3|\beta|\phi_0/(4\pi Gr_0^2)$. The central density can also be explicit in terms of the projected central velocity dispersion σ as [62]

$$\rho_0 = \frac{\sigma^2}{\pi^{3/2} G r_0^2} F(\beta, \gamma), \quad (17)$$

where $F(\beta, \gamma) = (5 + \beta - \gamma)\Gamma(5/2 + \beta/2)/\Gamma(2 + \beta/2)$.

According to Ref. [61], the best parameters describing the Draco system are: $r_0 = 9'.6$ (0.2 kpc at a distance of 72 kpc), $\beta = -0.34$ and $\gamma = -1.03$ (implying tangential velocity anisotropy). Since the observed central projected velocity dispersion is 8.5 km s^{-1} , from Eq. (17) one obtains for the central density $\rho_0 = 3.8 \times 10^{-23} \text{ g cm}^{-3}$.

We have used this modified Plummer model and the parameters above to estimate the γ -ray flux from Draco. If we adopt $m_\chi = 30 \text{ GeV}$, corresponding to the lower limit derived from accelerator data, the expected γ -ray flux from Draco

above 0.1 GeV is about $1.3 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, which is about one order of magnitude less than the sensibility of GLAST at this energy threshold. Higher neutralino masses will give still lower fluxes. A similar result is obtained for 1.0 GeV energy threshold.

The situation is more complicated in the case of Sagittarius since this dSph is partially disrupted by the tidal forces. Up to now, the different proposed models are not able to reproduce adequately the age and the observed structure of this dSph. Most of the models suggest that the system is disrupted after one to two orbits while observations indicate ten or more.

Numerical simulations aiming to describe the merger history of this dwarf assumed either a Plummer [22] or a King profile [63] for the progenitor. These studies suggest that the mass of the core is in the range $(5-20) \times 10^8 M_\odot$ [22,63,64].

Here we model the mass distribution of Sagittarius by an isotropic King profile, since no significant velocity dispersion gradient is detected across the main body of the galaxy. The tidal radius is ill defined in this system, but it should be smaller than 4 kpc in order to account for the 2-3-Gyr-old M giants which were formed in the core and then escaped through the tidal boundary. If we take respectively for the tidal and core radii $r_t = 2 \text{ kpc}$ and $r_c = 0.55 \text{ kpc}$, the total mass is about $1.8 \times 10^9 M_\odot$, consistent with simulations by Ref. [63]. Since the central projected velocity dispersion is 11.4 km s^{-1} [64], the resulting central density is $\rho_0 = 0.03 M_\odot \text{ pc}^{-3}$. In Fig. 5 we show the minimum photon production rate required for detection and the theoretical rate as a function of the neutralino mass. Emission from Sagittarius can be detected by GLAST above 0.1 GeV, if the neutralino mass is $\leq 50 \text{ GeV}$, but not above 1 GeV, due to the small acceptance angle at these energies.

VI. EFFECTS OF CLUMPS ON THE FLUX

Numerical N -body simulations show that dark matter halos contain a large number of self-bound substructures, which correspond to about 5-15% of their total mass

[65,66]. These substructures are the consequence of the capture of small satellites, which have not yet been disrupted by tidal forces. Since the γ -ray emissivity depends on the square of the density, these substructures enhance the γ -ray flux relative to that expected for a smooth halo. However, whether this enhancement is significant or not is still a matter of debate. In some simulations, an important enhancement of γ -ray flux due to clumpiness was reported for emission from our halo [33], while other numerical simulations seem to have indicated only a very small boost of the signal [34]. The enhancement due to clumps not only depends on the density profile of the clumps but also on their number density. The predicted number of massive substructures exceed the number of observed satellites of the Milky Way or M31, by at least one order of magnitude, which has been causing severe problems for Λ CDM model. For instance, a number of subhalos with masses above $10^8 M_\odot$ as high as 500 has been assumed in recent works [28].

Here, to study the effects of clumpiness and the effects of the density profile of clumps on the flux, we have made many different experiments with many *test halos* that we have produced numerically. In this way, we have been able to study the effects of clumpiness for halos with very high resolution and with various different profiles. Our test halos have the characteristic parameters of M31, with typical mass of $M_h = 1.5 \times 10^{12} M_\odot$, constituted by 5×10^7 particles, corresponding to a mass resolution of $3 \times 10^4 M_\odot$. In the first experiment, the particles are distributed in a spherical volume of radius 250 kpc, comparable to the gravitational radius expected for halos of such a mass (see Ref. [25]), according to the α profile. This will be our *reference halo*. In the next trials, we consider halos with substructures. The number of clumps N_{cl} in the mass range $m - m + dm$ is assumed to obey [34,65]

$$dN_{cl} = \frac{A}{m^{1.78}} dm. \quad (18)$$

The normalization constant A is calculated by requiring the total mass in the clumps to be 10% of the halo mass and by assuming subhalo masses in the range $10^{5.5} - 10^{9.25} M_\odot$. The minimum number of particles in the clumps is about 14, while the more massive ones have 45 000 particles. These figures correspond to mass bins built as described below. In spite of the low number of particles in the small clumps, our results are not seriously affected, since most of the flux enhancement is due to the massive structures. For numerical convenience, the number of clumps was calculated from Eq. (18) within logarithmic bins of width equal to 0.25.

Clumps were distributed according to the (normalized) probability distribution $p(r)d^3r = [\rho(r)/M_h]d^3r$, where $\rho(r)$ is assumed to have an α profile, which gives the probability to find a clump at a distance r within the volume element d^3r . The stripping process caused by tidal forces seems to reduce the density of a clump at all radii and, in particular, in the central regions, producing a density profile with a central core [67]. This result was further confirmed by simulations which found that the inner structure of subhalos

are better described by density profiles shallower than NFW [34]. However, other simulations seem to indicate that the central regions of clumps are well represented by power-law density profiles, which remain unmodified even after important tidal stripping [68]. To test the importance of these differences for the flux, we allow for both of these possibilities: we simulate both test halos with clumps having a central core $\rho(r) \propto 1/(r_0+r)^2$ or NFW profile and study how our results would change from one to the other (see Fig. 6).

We recall that the γ -ray intensity (4) depends on the integral along the line of sight of the square of the density. We define the enhancement factor to be the ratio between the reduced intensity calculated for halos with substructures to that calculated for our reference halo (with no substructure). The numerical evaluation of intensities was performed by dividing the halo volume in a large number of small cubes. The cube volume varies logarithmically, being smaller in the central regions in order to increase the accuracy in the particle density. For angular distances $\theta > 1^\circ$, the number of cubes is about 10^6 whereas near the center ($\theta < 1^\circ$) this number increases up to 15×10^6 . We have checked our algorithm for computing the reduced intensity \mathcal{I} by comparing from direct integration of Eq. (13). Errors are of the order of 2–3% if the integration is carried along line of sights far from the center, but can reach values of up to 10% if the integration is performed along directions close to the center, due to resolution problems. Intensities were calculated in steps of $\Delta\theta = 0.1^\circ$ and $\Delta\psi = 1.0^\circ$, with θ and ψ being, respectively, the angular distance to the center and the azimuthal angle around the center of the galaxy.

In Fig. 7 we show the *maximum* enhancement factor as a function of the angular distance to the center of M31 for some selected trials. In the upper panel clumps have profiles with central cores whereas in the lower panel a profile with central cusp was adopted. We notice that, up to distances of about $4^\circ - 5^\circ$, higher than the resolution of GLAST, independent of the clump profile, the enhancement is very small (about 10%), in agreement with the previous results (see, e.g., Ref. [34]). Larger enhancements may be obtained at the outskirts of the halo and, in this case, clumps with central cusps produce a strengthening almost one order of magnitude higher than clumps with cores. However, two points must be emphasized: (i) these enhancements are local and when convolved with the PSF of the detector, they will be attenuated; (ii) as shown in Fig. 2, at 1° from the center the intensity has already decreased by almost four orders of magnitude. Thus, at the halo boundaries, even with an enhancement factor of 40–50, the expected flux received by a detector pointing away from the center will be below the detectability limit.

VII. EFFECTS OF CENTRAL SUPERMASSIVE BLACK HOLES

Fast-growing observational evidences indicate that most elliptical galaxies and bulges of spirals harbor SMBH's at their centers. In particular, recent spectroscopic data suggest the existence of SMBH's in M31, M87, and in the Milky Way [69]. These kinematical data, if interpreted in terms of

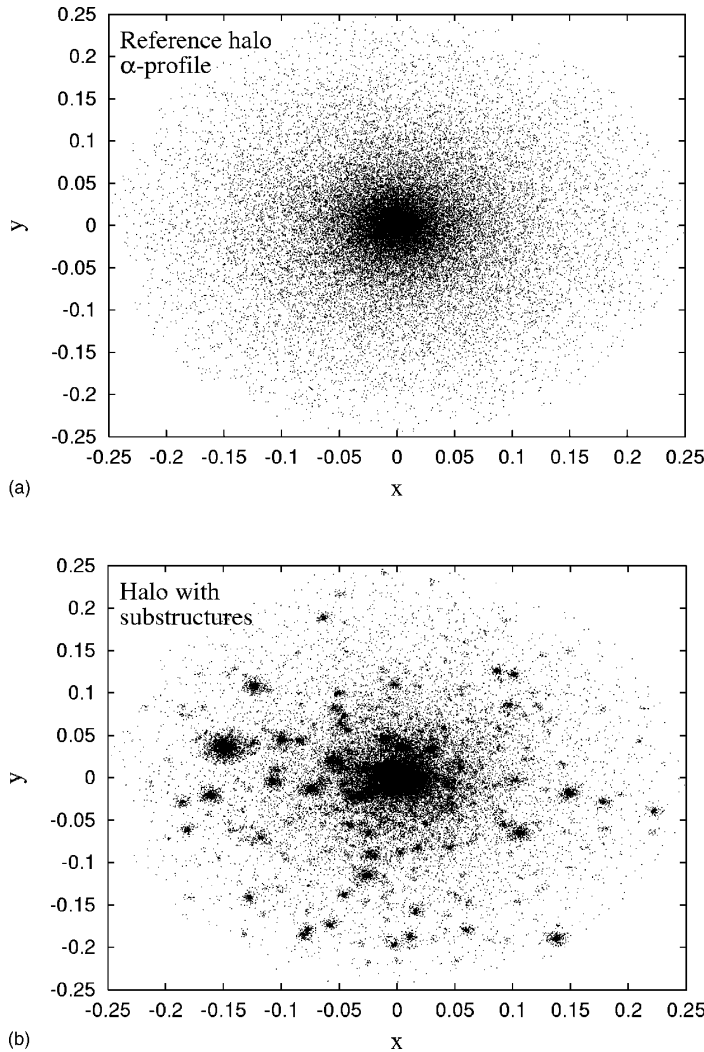


FIG. 6. Two-dimensional thin slices of the halos containing 5×10^7 particles, which we have numerically modeled to study effects of clumpiness on the γ -ray emission. The top panel shows one of our reference halos, which has the characteristics of M31, with an α profile and no substructures. The bottom slice shows a halo with 10% of its mass distributed in substructures which, in the particular two-dimensional plot shown here, have NFW profiles. The number of substructures is taken from the power law (18) and their centers are distributed according to an α profile. The clumps are highlighted by reducing the number of points of the background halo particles.

Keplerian motions, indicate a mass of $4.5 \times 10^7 M_\odot$ for the SMBH in the center of M31 [69] and of about $2.8 \times 10^9 M_\odot$ for that in the center of M87 [39,40]. Kinematical data on stars very near Sagittarius A, the radio source supposed to be in the galactic center, represent the best evidence in favor of the existence of a SMBH in the Milky Way [70], whose mass is $2.6 \times 10^6 M_\odot$.

If a black hole grows inside a dark matter halo, supposed to be constituted by a dissipationless fluid, the density around it also grows since the gravitational attraction of the black hole causes a shrinking of the orbits inside the sphere of influence, whose radius is given by $r_{\text{bh}} = GM_{\text{bh}}/\sigma^2$, where σ is the initial one-dimensional velocity dispersion of dark matter. If the growth is adiabatic [71], that is if $t_p \ll M_{\text{bh}}/\dot{M}_{\text{bh}} \ll t_R$, where t_p is the orbital time scale, \dot{M}_{bh} the black hole accretion rate, and t_R the relaxation time scale, then a central spike will be formed inside the sphere of influence, having a central cusp profile of the form

$$\rho_{\text{sp}} = \frac{A}{r^\gamma}. \quad (19)$$

The value of the exponent γ depends on the initial state of the matter distribution. On the one hand, if the initial density profile has a central core, then the resulting spike is a power-law with $\gamma = 3/2$ [71,72]. On the other hand, an initial power-law profile with an exponent γ_0 will produce a steeper density profile with an exponent $\gamma = 2 + 1/(4 - \gamma_0)$ [73].

The adiabatic scenario is questionable: first because the predicted accretion rates are considerably higher than the current estimates [74] and second because massive galaxies like M31, M87, and the Milky Way have most probably experienced several merging episodes [25], which may have perturbed or even destroyed the central spike. Nevertheless, we will assume in our calculations that there is a putative spike formed around the SMBH under adiabatic conditions.

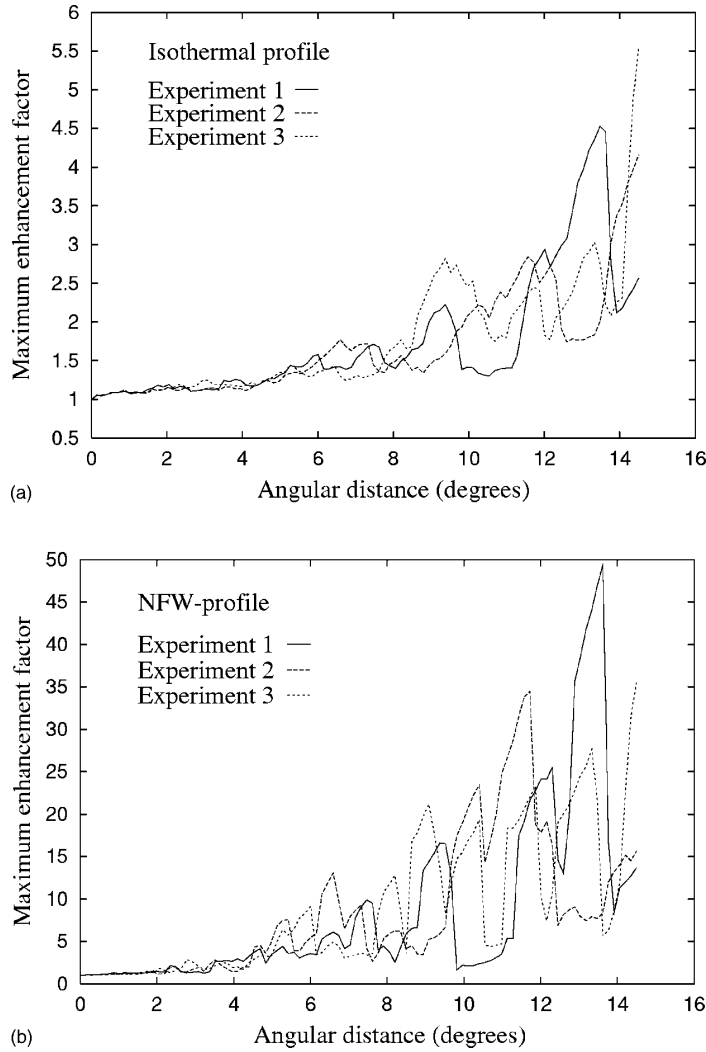


FIG. 7. Plots show the variation of the enhancement factor as a function of the angular distance (in degrees) from the center, for halos with characteristics of M31. Clumps have either an isothermal (top plot) or a NFW profile (bottom plot). In each case, three different simulations are shown to illustrate statistical fluctuations.

For M31, previous simulations [56] give a spike profile $\rho_{\text{sp}} \propto r^{-1.5}$ which is formed in less than 10^6 yr. According to [56] this profile gives a small enhancement of about 45%, with respect to a NFW profile, of the γ -ray emission from M31. Here we adopt the following procedure. We assume a smooth transition at r_{bh} from the spike to the background profile ρ_{h} , which is given either by the α profile or by the Plummer profile, i.e.,

$$\frac{A}{r_{\text{bh}}^\gamma} = \rho_{\text{h}}(r_{\text{bh}}), \quad (20)$$

a condition which allows us to determine the constant A . Since the power-law profile diverges at the center, we must introduce a cutoff radius r_{min} fixed either by the self-annihilation rate or by capture into the black hole. Using the former condition, the cutoff radius is given by

$$r_{\text{min}} = \left(\frac{A \langle \sigma_{\chi\chi} \bar{v} \rangle t_{\text{bh}}}{m_\chi} \right)^{1/\gamma}, \quad (21)$$

where t_{bh} is the age of the SMBH, here taken to be equal to 10^{10} yr. For M31 the radius of the sphere of influence is about 7.7 pc. We have first considered a profile with a central core given by the Plummer profile for the background, which results in a spike profile, $\rho_{\text{sp}} \propto r^{-1.5}$. The γ -ray flux was computed as before from Eq. (6), using Eq. (19) in the interval $r_{\text{min}} \leq r \leq r_{\text{bh}}$ and the Plummer profile (14) for $r > r_{\text{bh}}$. No significant enhancement is obtained whether the threshold energy is taken at 0.1 GeV or at 1.0 GeV. However, a different result is obtained if we use the α profile (13) as the background profile. The spike profile is much steeper ($\gamma \approx 2.3$), causing a more rapid increase of the density towards the center and an important enhancement of the γ -ray flux. The strengthening of the signal is about a factor of 38 at 0.1 GeV and increases up to a factor of 55 at 1 GeV, due to the

higher spatial resolution of GLAST at higher energies. As a consequence, if the halo of M31 has a profile with a central cusp, the γ -ray emission can be detected by GLAST at 0.1 GeV if $m_\chi \leq 300$ GeV and at 1.0 GeV if $m_\chi \leq 500$ GeV. These limits are considerably larger than those derived in Sec. V and open new possibilities to impose bounds on the neutralino mass and/or on the dark matter distribution.

The effects of a central spike are more dramatic in M87, since this galaxy has an extremely massive central black hole. The radius of influence of this SMBH is about 97 pc. As we have seen in Sec. IV, the dark matter profile of M87 can be quite well represented by the α profile (13). Thus the central spike has also a profile $\rho_{sp} \propto r^{-2.3}$, but the greater dark matter mass inside the sphere of influence produces an enhancement larger than that obtained for M31. The boost factor is about 200 at 0.1 GeV and 234 at 1.0 GeV. These large factors lead to detectable signals either at 0.1 GeV if $m_\chi \leq 60$ GeV or at 1.0 GeV if $m_\chi \leq 100$ GeV.

VIII. CONCLUSIONS

Observational results favor a universe whose main matter content is nonbaryonic and dark. Presently, the most plausible DM candidate is neutralino; the lightest stable supersymmetric electrically neutral Majorana fermion. The possibility that neutralinos might be detected indirectly through their annihilation products such as γ rays and neutrinos are explored by increasingly more sophisticated experiments which mainly search for energetic neutrinos from the center of the Earth or the Sun and for γ rays from the galactic halo and various extragalactic sources. Although, the goal of DM detection has not yet been achieved, upper bounds have been set on parameters such as neutralino mass.

In this work, the γ -ray emission from neutralino annihilation has been studied. Our aim has been to use the results of indirect search experiments mainly GLAST to constrain the neutralino mass and the halo density profiles as best as possible. Hence we have used a simple description of the annihilation process in which the only free parameter is the neutralino mass. We have estimated the photon production rate by fixing the present relic neutralino density to its equilibrium value at the decoupling temperature ($\Omega_\chi = 0.26$) favored by the latest CMB data and by assuming a QCD jet description of the annihilation process. Photon production rates above 0.1 and 1.0 GeV are in the range 10^{-26} up to 10^{-24} ph cm³ s⁻¹ for the considered range of masses ($10 \leq m_\chi \leq 2000$ GeV), consistent with results derived from supersymmetric codes such as DarkSUSY and SUSPECT. The mass interval that is explored here is compatible with the lower bound (~ 30 GeV) given by the accelerator data and with the recent upper limit (~ 800 GeV) set by the elastic scattering of neutralinos from protons, including constraints imposed by new measurements of the anomalous magnetic moment of the muon ($g_\mu - 2$) [75].

The DM density profile, was studied in the light of the different spatial resolution of the future experiment GLAST at different energies. Two different dark matter density profiles were adopted in our calculations: a profile with central cusp, in agreement with results of numerical simulations and

one with a central core, more representative of the observational data on rotation curves of bright spirals. These profiles are characterized by two parameters determined by the halo mass and by the mass density of dark matter at a given distance to the center of the halo (in the case of the Milky Way and M31) or using data on the x-ray emissivity (in the case of M87). For dSphs, a modified Plummer profile, able to account for the observed raising velocity dispersion profile, was adopted for Draco whereas a King profile was assumed for Sagittarius.

We have studied, by generating and experimenting with many different numerically simulated halos, the effect of clumpiness on the γ -ray emission from M31 and conclude that the enhancement is less than a factor of 2 for detectors centered on the object and having acceptance solid angles of $10^{-5} - 10^{-3}$ sr⁻¹. The local enhancement factor can be as large as 40–50 at the boundaries of halos with central cusps. However, the absolute fluxes expected for a detector pointing away from the center will be, in general, below the limit of detectability. These conclusions are in agreement with studies on the clumpiness effects either in the galactic halo [34,76] or in M31 [77], where maximum enhancement factors of about a factor of 3 were obtained.

Our calculations show that if the dark matter halo of the Milky Way has a density profile with a central core, then the expect γ -ray intensity above 1 GeV in the direction $b = 90^\circ$ and averaged over a solid angle of $0.5^\circ \times 0.5^\circ$, is comparable to the EGRET bounds [55], if $m_\chi \leq 50$ GeV. However, a profile with a central cusp gives an expected intensity at least one order of magnitude smaller, requiring an important enhancement due to the halo clumpiness to explain the data. This could be an additional argument in favor of high baryon-to-dark matter ratios in the central regions of bright galaxies, in agreement with analyses of rotation curves.

Different spatial resolution at different energies of GLAST permits us to obtain information either on the neutralino mass or on the dark matter distribution in the halos. Combining the information on both energy thresholds, four possibilities arise which are written below.

For M31, including effects of the spike produced by the central SMBH, the following situations may occur:

(i) If no detection is made at either energies then one may draw the conclusions that $m_\chi \geq 20$ GeV *and* that the profile has a central core.

(ii) If detection is made at both energy thresholds then the profile has a central cusp *and* $m_\chi \leq 300$ GeV.

(iii) If detection is made at 0.1 GeV but not at 1.0 GeV then we may conclude that the profile has a central core *and* $m_\chi \leq 20$ GeV.

(iv) Detection at 1.0 GeV but not at 0.1 GeV would result from a central cusp in the density profile *and* $300 \leq m_\chi \leq 500$ GeV.

A similar analysis for M87 yields

(i) If no detection is made at either energies then one may draw the conclusions that the α profile is not valid at the center where the density profile probably has a core or $m_\chi \geq 100$ GeV.

(ii) If detection is made at both energy thresholds then the α profile is a good representation of the dark matter distri-

bution near the center and $m_\chi \leq 60$ GeV.

(iii) If detection is made at 0.1 GeV but not at 1.0 GeV then we may conclude that profile has a central core but no limits can be set on the neutralino mass unless a specific density profile is adopted.

(iv) Detection at 1.0 GeV but not at 0.1 GeV would indicate that the α profile is acceptable and $60 \leq m_\chi \leq 100$ GeV.

Because of their high dark matter content and their relative proximity the dSph Draco and Sagittarius are among the most favorable sources of γ rays resulting from neutralino annihilation. However, we conclude that in spite of its large M/L ratio, the expected signals from Draco will not be de-

tectable in the energy range of GLAST. On the contrary, our results suggest that an emission detectable by GLAST above 0.1 GeV is expected for Sagittarius, if the neutralino mass is below 50 GeV, a limit compatible with the LEP lower bound.

ACKNOWLEDGMENTS

S.P. acknowledges financial support from Université de Nice Sophia-Antipolis (UNSA). R.M. was supported by Marie Curie Grant No. HPMF-CT 2002-01532. We thank F. Stoehr and S. Profumo for their useful comments, which have improved this manuscript.

- [1] P. Palunas and T.B. Williams, *Astron. J.* **120**, 2884 (2000).
- [2] Y. Sofue and V. Rubin, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **39**, 137 (2001).
- [3] J.A. de Freitas Pacheco and S. Junqueira, *Astrophys. Space Sci.* **149**, 141 (1988).
- [4] W. Forman, C. Jones, and W. Tucker, *Astrophys. J.* **293**, 102 (1985).
- [5] G. Fabbiano, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **27**, 87 (1989).
- [6] V.G. Ortega and J.A. de Freitas Pacheco, *Astron. J.* **106**, 899 (1993).
- [7] V.G. Ortega, G.L. Vieira, and J.A. de Freitas Pacheco, *Astrophys. Space Sci.* **262**, 271 (1999).
- [8] R.P. van der Marel, J.J. Binney, and R.L. Davies, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **245**, 582 (1990).
- [9] H. Hoekstra, T.S. van Albada, and R. Sancisi, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **323**, 453 (2001).
- [10] R.G. Carlberg, H.K.C. Yee, and E. Ellingson, *Astrophys. J.* **478**, 462 (1997).
- [11] M. Davis and P.J.E. Peebles, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **21**, 109 (1983).
- [12] R. Bruno and J.A. de Freitas Pacheco, *Publ. Astron. Soc. Pac.* **24**, 173 (1992).
- [13] D.N. Spergel *et al.*, *Astrophys. J., Suppl. Ser.* **148**, 175 (2003).
- [14] S.J. Perlmutter *et al.*, *Astrophys. J.* **517**, 565 (1999).
- [15] A. Riess *et al.*, *Astron. J.* **116**, 1009 (1998).
- [16] J.R. Ellis, J.L. Lopez, and D.V. Nanopoulos, *Phys. Lett. B* **247**, 257 (1990).
- [17] G. Abbiendi *et al.*, *Eur. Phys. J. C* **14**, 187 (2000).
- [18] K. Griest and M. Kamionkowski, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 615 (1990).
- [19] J.L. Feng, K.T. Matchev, and F. Wilczek, *Phys. Rev. D* **63**, 045024 (2001).
- [20] M. Loidl, astro-ph/0207308.
- [21] H.J. Newberg *et al.*, *Astrophys. J. Lett.* **596**, L191 (2003).
- [22] S. Majewski *et al.*, *Astrophys. J.* **599**, 1082 (2003).
- [23] K. Freese, P. Gondolo, and H. Jo Newberg, astro-ph/0309279.
- [24] P. Sikivie, I.I. Tkachev, and Y. Wang, *Phys. Rev. D* **56**, 1863 (1997).
- [25] S. Peirani, R. Mohayaee, and J.A. de Freitas Pacheco, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **348**, 921 (2004).
- [26] F.C. van den Bosch, T. Abel, R.A.C. Croft, L. Hernquist, and S.D.M. White, *Astrophys. J.* **576**, 21 (2002).
- [27] J. Ahrens *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 251101 (2003); *Phys. Rev. D* **66**, 032006 (2002).
- [28] A. Tasitsiomi and A. Olinto, *Phys. Rev. D* **66**, 083006 (2002).
- [29] D.J. Chung *et al.*, hep-ph/0312378.
- [30] A. Djouadi, J.-L. Kneur, and G. Moultaka, *Astrophys. J.* **591**, 499 (2003).
- [31] J.F. Navarro, C.S. Frenk, and S.D.M. White, *Astrophys. J.* **462**, 563 (1996).
- [32] B. Moore, F. Governato, T. Quinn, J. Stadel, and G. Lake, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **310**, 1147 (1999).
- [33] C. Calcáneo-Roldán and B. Moore, *Phys. Rev. D* **62**, 123005 (2000).
- [34] F. Stoehr, S.D.M. White, V. Springel, G. Tormen, and N. Yoshida, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **345**, 1313 (2003).
- [35] N.W. Evans, F. Ferrer, and S. Sarkar, astro-ph/0311145.
- [36] J.R. Ellis *et al.*, *Eur. Phys. J. C* **24**, 311 (2002).
- [37] J.F. Navarro *et al.*, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **349**, 1039 (2004).
- [38] L. Bergstrom, J. Edsjo, P. Gondolo, and P. Ullio, *Phys. Rev. D* **59**, 043506 (1999).
- [39] R.G. Harms *et al.*, *Astrophys. J. Lett.* **435**, L35 (1994).
- [40] F. Maccheto *et al.*, *Astrophys. J.* **489**, 579 (1997).
- [41] G. Jungman, M. Kamionkowski, and K. Griest, *Phys. Rep.* **267**, 195 (1996).
- [42] E.W. Kolb and M.S. Turner, in *The Early Universe* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1990).
- [43] P. Salati, *Phys. Lett. B* **571**, 121 (2003).
- [44] C. Hill, D. Schramm, and T. Walker, *Phys. Rev. D* **36**, 1007 (1987).
- [45] U.F. Wichoski, J.H. MacGibbon, and R.H. Brandenberger, *Phys. Rev. D* **65**, 063005 (2002).
- [46] C. Hill, *Nucl. Phys.* **B224**, 469 (1983).
- [47] R. Braun, *Astrophys. J.* **372**, 54 (1991).
- [48] S. Courteau and S. van den Bergh, *Astron. J.* **118**, 337 (1999).
- [49] J.N. Bahcall and S. Tremaine, *Astrophys. J.* **244**, 805 (1981).
- [50] J. Heisler, S. Tremaine, and J.N. Bahcall, *Astrophys. J.* **298**, 8 (1985).
- [51] N.W. Evans and M.I. Wilkinson, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **316**, 929 (2000).
- [52] N.W. Evans, M.I. Wilkinson, P. Guhathakurta, E.K. Grebel, and S.S. Vogt, *Astrophys. J. Lett.* **540**, L9 (2000).
- [53] A. Klypin, H. Zhao, and R.S. Somerville, *Astrophys. J.* **573**, 597 (2002).

INDIRECT SEARCH FOR DARK MATTER: PROSPECTS . . .

PHYSICAL REVIEW D **70**, 043503 (2004)

- [54] J.C. Tsai, *Astrophys. J. Lett.* **413**, L59 (1993).
- [55] D.D. Dixon *et al.*, *New Astron.* **3**, 539 (1998).
- [56] A. Falvard *et al.*, in *Proc. Symp. Astronomy, Cosmology and Fundamental Physics*, ESO-CERN-ESA, p. 438.
- [57] E.A. Baltz, C. Briot, P. Salati, R. Taillet, and J. Silk, *Phys. Rev. D* **61**, 023514 (2000).
- [58] C.M. Hoffman, C. Sinnis, P. Fleury, and M. Punch, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 897 (1999).
- [59] A. Bottino, F. Donato, N. Fornengo, and S. Scopel, *Phys. Rev. D* **68**, 043506 (2003).
- [60] I. King, *Astron. J.* **67**, 471 (1965).
- [61] J.T. Kleyna, M.I. Wilkinson, N.W. Evans, and G. Gilmore, *Astrophys. J. Lett.* **563**, L115 (2001).
- [62] M.I. Wilkinson, J. Kleyna, N.W. Evans, and G. Gilmore, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **330**, 778 (2002).
- [63] A. Helmi and S.D.M. White, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **323**, 529 (2001).
- [64] R.A. Ibata, R.F.G. Wyse, G. Gilmore, M.J. Irwin, and N.B. Suntzeff, *Astron. J.* **113**, 634 (1997).
- [65] B. Moore *et al.*, *Astrophys. J. Lett.* **524**, L19 (1999).
- [66] A. Klypin, V.A. Kravtsov, O. Valenzuela, and F. Prada, *Astrophys. J.* **522**, 82 (1999).
- [67] E. Hayashi, J.F. Navarro, J.E. Taylor, J. Stadel, and T. Quinn, *Astrophys. J.* **584**, 541 (2003).
- [68] S. Kazantzidis, L. Mayer, C. Mastropietro, J. Diemand, J. Stadel, and B. Moore, astro-ph/0312194.
- [69] J. Kormendy and K. Gebhardt, *Proceedings of the 20th Symposium on Relativistic Astrophysique*, edited by H. Martel and J.C. Wheeler, astro-ph/0105230.
- [70] A.M. Ghez, M. Morris, E.E. Becklin, A. Tanner, and T. Kremernek, *Nature (London)* **407**, 349 (2000).
- [71] P. Young, *Astrophys. J.* **242**, 1232 (1980).
- [72] P.J.E. Peebles, *Gen. Relativ. Gravit.* **3**, 61 (1972).
- [73] P. Gondolo and J. Silk, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1719 (1999).
- [74] A. Klypin, H. Zhao, and R.S. Somerville, astro-ph/0110390.
- [75] Y.G. Kim, T. Nihei, L. Roszkowski, and R.R. de Austri, *J. High Energy Phys.* **12**, 034 (2002).
- [76] S.M. Koushiappas, A.R. Zentneer, and T.P. Walker, *Phys. Rev. D* **69**, 043501 (2004).
- [77] L. Pieri and E. Branchini, *Phys. Rev. D* **69**, 043512 (2004).

C.4 Indirect search for dark matter

Gravitation & Cosmology, Vol. 11 (2005), No. 1-2 (41-42), pp. 1-6
 Proceedings of the International Conference on Cosmoparticle Physics "Cosmion-2004"
 © 2005 Russian Gravitational Society

INDIRECT SEARCH FOR DARK MATTER

J.A. de Freitas Pacheco¹ and S. Peirani²

Observatoire de la Côte d'Azur, BP4229, F06304, Nice Cedex 4, France

Received 16 December 2004

Possible dark matter candidates are reviewed as well as the indirect search methods based on annihilation or decay channels of these particles. Neutralino is presently the best particle candidate, and its annihilation produces high-energy neutrinos, antiprotons, positrons and γ rays. To date, only upper limits on neutrino fluxes from the center of the Earth or the Sun were established by different experiments. Antiprotons detected by the BESS collaboration, if issued from the follow-up hadronization of the annihilation process, exclude neutralino masses higher than 100 GeV. The EGRET γ -ray residual emission, seen at high galactic latitudes, above 1 GeV could be explained by neutralino annihilations if (i) the dark matter profile is "cored" and (ii) the neutralino mass is ≤ 50 GeV. Sterile neutrinos in the keV mass range are a possible candidate to constitute warm dark matter. These particles may provide an adequate free streaming mass able to solve *some* difficulties present in the cold dark matter scenario at small scales and could also explain the natal kick of pulsars. MeV particles, dubbed *light* dark matter, proposed to explain the extended 511 keV line emission from the galactic center will also be discussed.

Косвенные поиски темной материи

Ж.А. де Фрейтас Пашеко, С. Пейрани

Дан обзор возможные видов темной материи и косвенных методов ее поиска, основанных на анализе каналов распада или аннигиляции соответствующих частиц. Указано, что среди таких частиц наилучшим кандидатом является нейтралينو, аннигиляция которого порождает нейтрино, антипротоны, позитроны и гамма-лучи высоких энергий. В настоящее время известны только верхние экспериментальные пределы потоков нейтрино из центров Земли и Солнца. Антипротоны, обнаруженные коллаборацией BESS, если они порождаются адронизацией процесса аннигиляции, исключают массы нейтралино выше 100 ГэВ. Остаточное гамма-излучение EGRET с энергиями выше 1 ГэВ, видимое на высоких галактических широтах, может объясняться аннигиляцией нейтралино, если (а) профиль темной материи имеет ядро и (б) масса нейтралино — менее 50 ГэВ. Частицами теплой темной материи могут быть стерильные нейтрино с массами в диапазоне кэВ. Эти частицы могут обеспечить достаточно мощные свободные потоки массы, нужные для решения *некоторых* проблем, имеющихся в сценарии холодной темной материи на малых масштабах, а также объяснить начальные скорости пульсаров. Обсуждаются также частицы МэВ-диапазона, называемые *легкой* темной материей, предложенные для объяснения эмиссии расширенной линии 511 кэВ галактическим центром.

1. Introduction

Baryons represent only a minor percentage ($\sim 4\%$) in the matter-energy budget of the Universe, the remaining and major part being probably in the form of some kind of "exotic" matter. Data on angular power spectrum of temperature fluctuations of the cosmic microwave background radiation derived from WMAP and on the luminosity-distance of type Ia supernovae [1,2,3], indicate that the "exotic" matter has in fact two components: one, which acts as a "repulsive" force, labeled *dark energy* and another, which is responsible for gravitational forces at large scales, dubbed *dark matter*. The

former corresponds to about 70% whereas the latter corresponds to about 26% of the total matter-energy content of the universe. The dark energy component, sometimes identified as the "cosmological constant" (Λ) term, first introduced by Einstein, is responsible for the observed acceleration of the expansion of the Universe [2, 3]. Due to conceptual problems associated with the so-called Λ term, different alternatives have been explored. The most popular one, christened "quintessence", uses a scalar field ϕ with a suitable potential $V(\phi)$ to make the vacuum energy density vary with time. However, the possible nature of dark energy will not be discussed in this paper, whose main purpose is to find answers to the question: *what is dark matter made of?*

Among particles issued from the Standard Model,

¹e-mail: pacheco@obs-nice.fr

²e-mail: peirani@obs-nice.fr

the only particle which has an important relic density is the neutrino. However, recent observational constraints imposed by WMAP [1] imply that their total mass density should satisfy $\Omega_\nu h^2 < 0.0076$, considerably less than the amount of gravitational mass present in the universe ($\Omega_m h^2 = 0.13 \pm 0.02$). Moreover, neutrinos are relativistic at the freeze-out and due to their relativistic streaming, small-scale structures are erased, diffculting the formation of galaxies and ruling out neutrinos as a dark matter candidate.

Axions and massive Higgs-like bosons have also been proposed in the past as dark matter candidates. Presently, we do not know either the relic abundance or the interaction type besides gravitation to which these particles are subjected. Very massive boson fields may have played an important rôle in the formation of the present observed large structure of the universe, since they may experience gravitational instability [4]. Moreover, boson condensates could have been “seeds” of primordial black holes [5], which may grow by accreting dark and baryonic matter and are probably present today in the center of most of galaxies. One of the difficulties to form these bosonic configurations is that if there is no efficient cooling mechanism to get rid of the excess kinetic energy, the gravitational collapse leads to a diffuse virialized cloud, but not a compact object. This outstanding problem was considered in reference [6], where the authors showed that, in fact, there is a dissipationless cooling mechanism, similar to the violent relaxation of collisionless stellar systems, which leads to the formation of compact bosonic configurations. Limits on the density of these objects in the galactic halo were discussed in [5].

Proposed extensions of the Standard Model or Supersymmetric (SUSY) theories lead naturally to a series of candidates, which may be point-like or not. In the former case examples are sneutrinos, axinos, gravitinos, photinos, neutralinos, while in the latter, Q-balls are one interesting possibility [7,8], since their self-interaction cross section may be of the order of 20 mb or larger. These values are required for self-interacting dark matter halo models, in order to remove the central density cusp predicted by simulations, but not seen in the rotation curve of luminous galaxies [9]. Superheavy particles dubbed “cryptons”, with masses around 10^{14-15} GeV, which could have been produced non-thermally in the very early universe, have also been proposed as a possible dark matter candidate [10]. If the decay timescale τ_X of “cryptons” is in the range $0.066 \leq H_0 \tau_X \leq 1.0$, then estimates of the relic density of these particles can be made. The reasoning is the following: high energy neutrinos can be produced by the decay of “cryptons”. Non-zero mass very energetic neutrinos may annihilate interacting with cosmic background antineutrinos, producing Z^0 gauge bosons at the resonant energy $E_r = M_Z^2/2m_\nu$. If the neutrino mass is $m_\nu \sim 0.07$ eV, the resonant energy is $\sim 6 \times 10^{13}$ GeV. The Z^0 decay

produces about 30% of very high energy protons and 70% of γ 's. Since the flux of UHE protons are constrained by observations, the resulting density of cryptons should be in the range $6 \times 10^{-10} < \Omega_X < 1.6 \times 10^{-6}$ [5], several orders of magnitude less than the value derived from WMAP data [1].

Presently, the most plausible SUSY dark matter candidate is the neutralino (χ), which is the lightest supersymmetric particle. The neutralino is stable and hence is a candidate relic from the Big Bang, if R-parity quantum number, introduced to avoid a too rapid proton decay, is conserved as is the case in the Minimal Supersymmetric Extension of the Standard Model (MSSM). The neutralino is an electrically neutral Majorana fermion whose mass m_χ can range from a few GeV to few hundreds of TeV. A lower limit of about 30 GeV has been set by the LEP accelerator [11], while an upper limit of 340 TeV is favored theoretically to preserve unitarity [12].

2. Neutralino detection

2.1. Direct methods

Direct detection of dark matter particles is based on the possibility of measuring the recoil energy (few up to few tens of keV) of a nucleon after an elastic collision with a putative WIMP. Since the interaction cross section is quite small ($\leq 10^{-6}$ pb), large detector masses are required in order to obtain a significant event rate. The expected low event rate demands a very low radioactive and cosmic ray background, which is one of the major difficulties of a direct search for dark matter particles (see reference [13] for a recent review on direct experiments). Direct detection experiments also use the annual modulation of the signal due to the orbital motion of the Earth around the Sun as a signature. It should be emphasized that the search strategy and data analysis depend on the *assumed* spatial distribution of dark matter and its dynamics in the galactic halo, which are not well understood yet. For instance, it is not established if dark matter halos are presently relaxed structures or not. Whether dark matter is homogeneously distributed with isotropic velocity distribution or whether there are local inhomogeneities such as local streams, e.g., like that manifested through the tidal arms of the Sagittarius dwarf, is not entirely clear. Moreover, dark halos are generally not at rest and have considerable angular momentum [14], whose vector direction is generally not coincident with that of the present spin axes of baryonic disks. All of these are just a few of many uncertainties about properties of dark halos which overshadow the interpretation of direct experiments.

2.2. Indirect dark matter searches

Indirect methods search for products of self-annihilation of neutralinos such as energetic leptons, hadrons and

particles emerging in the follow up hadronization and fragmentation processes, according to the channels:

$$\chi\bar{\chi} \rightarrow \bar{u}u, q\bar{q}, W^+W^-, Z^0Z^0, H^0H^0, Z^0H^0, W^\pm H^\mp \quad (1)$$

High energy neutrinos are produced either in quark jets ($b\bar{b}$ interactions) or in the decay of τ leptons and gauge bosons. Neutrinos produced in the former process are less energetic than those produced in the latter. Neutralinos can be decelerated by scattering off nuclei and then accumulating at the center of the Earth and/or at the center of the Sun (or inside any other gravitational potential well), thus increasing the annihilation rate.

Searches for neutrinos resulting from the above processes in the center of the Earth have been performed by different experiments as MACRO [15], Baksan [16], Super-Kamiokande [17] and AMANDA [18,19]. So far, these experiments have only managed to set upper limits on neutrino fluxes coming from the center of the Earth or from the Sun. However, many uncertainties still exist in estimates of the capture rate of WIMPs by the Earth. New detailed numerical simulations of the diffusion process suffered by WIMPs inside the solar system indicate that the velocity distribution is significantly suppressed below 70 km/s [20] (and references therein). As a consequence, the capture and the annihilation rates are substantially reduced if the WIMP mass is higher than ~ 100 GeV. This suppression will make the detection of neutrinos resulting from the annihilation of neutralinos in the center of the Earth much harder when compared with previous estimates [20].

Besides high energy neutrinos, antiprotons [21,22] and positrons [23,24] are produced in the annihilation process too. Antiprotons are the consequence of the hadronization of quarks and gluons whereas positrons are mainly the result of the decay of charged gauge bosons.

Antiprotons (and positrons) are also expected to be generated by interactions of cosmic rays with interstellar matter. However, the energy spectrum of secondary antiprotons falls steeply for energies less than a few GeV, which could favor the distinction between production by cosmic ray interactions and neutralino annihilation. Antiprotons with energies in the range 0.18-1.4 GeV were detected by the balloon borne experiment BESS [25]. Uncertainties on the parameters characterizing our diffusive halo (scale of the confinement region, dependence of the diffusion coefficient on energy, etc.) difficult analyses of such data. In spite of these unsolved problems, the present data seem to exclude neutralino masses higher than 100 GeV [22]. Concerning cosmic positrons, data obtained by the High-Energy Antimatter Telescope (HEAT)[26] suggest a possible flux excess around 10 GeV. It was shown that such an excess cannot be explained by annihilation of dark matter particles, unless a substantial number of substructures are present in the galactic halo at a rather unlikely amount [27].

Energetic γ -rays are also produced during the neutralino annihilation process. Since this is one of the most interesting possibilities for indirect detection of supersymmetric matter, we will analyze this aspect in some more detail in the next section.

3. γ -rays from dark halos

The decay of neutral pions formed in the hadronization process is the dominant source of continuum γ -rays. Besides the continuum emission, two annihilation channels may produce γ -ray lines. The first is $\chi\bar{\chi} \rightarrow \gamma\gamma$, where the photon energy is $\sim m_\chi$ and the second is $\chi\bar{\chi} \rightarrow Z^0\gamma$, where the photon energy satisfies $\varepsilon_\gamma = (m_\chi - m_Z^2/4m_\chi)$. The latter process is only important if the neutralino mass is higher than ~ 45 GeV.

The prediction of γ -ray fluxes require two independent inputs: that coming from particle physics for issues such as the interaction cross section and the number of photons per annihilation, and the input from astrophysics for problems such as the spatial distribution of dark matter in potential sources.

Here we present some results and predictions based on our previous work [28]. For the sake of completeness, we summarize here the main assumptions of these calculations (the reader is referred to [28] for more details): a) neutralinos are initially supposed to be in thermal equilibrium with the cosmic plasma; b) they are non-relativistic at decoupling and their relative abundance at the freezing point should provide a relic density, corresponding to $\Omega_m \approx 0.26$; c) the number of photons per annihilation is estimated from fragmentation functions of QCD jets of energy $\sim m_\chi$. Under these simplified conditions, the neutralino mass is the only free parameter. For masses in the range $10 \leq m_\chi \leq 2000$ GeV, the decoupling temperature varies within the interval 0.4 - 70 GeV and the thermally averaged annihilation reaction rate $\langle \sigma_{\chi\bar{\chi}} v \rangle$ varies very little, namely, $(7.7 - 9.5) \times 10^{-27} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$, if the "s-wave" term only is considered.

The galactic center is a privileged potential source of γ -rays due to its proximity and high column density. However, the γ -ray emission from this direction is highly contaminated by the local background, mostly produced by cosmic ray interactions with the interstellar environment. In the energy range 0.1 - 1.0 GeV, cosmic ray electrons produce high-energy photons either by inverse Compton scattering or bremsstrahlung, while the proton component produces γ -photons via the decay of neutral pions generated in collisions with interstellar matter.

EGRET data analyses suggest that, at high galactic latitudes, there is a residual intensity of $10^{-7} - 10^{-6} \text{ ph cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$ above 1 GeV, even after correction for the expected background of cosmic rays and the diffuse extragalactic emission [29]. The expected γ -ray intensity

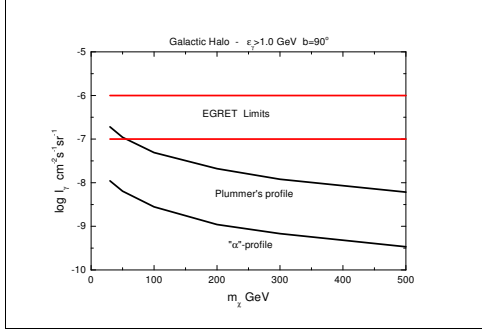


Figure 1: Predicted γ -ray intensity above 1 GeV ($|b| = 90^\circ$) as a function of the neutralino mass and for two density profiles. EGRET limits are also given.

for energies above 1 GeV at $|b| = 90^\circ$ as a function of the neutralino mass is shown in fig. 1.

The expected γ -ray intensity is calculated from the equation

$$I_\gamma(r_p) = \frac{\langle \sigma_{\chi\chi} v \rangle}{4\pi m_\chi^2} Q_\gamma \mathcal{I}(r_p) \quad (2)$$

In the above equation, Q_γ is the number of photons produced per annihilation with energies higher than a given value [28] and $\mathcal{I}(r_p)$ is the *reduced intensity* at a given projected distance r_p from the center, defined as

$$\mathcal{I}(r_p) = \int \rho_\chi^2(\sqrt{s^2 + r_p^2}) ds \quad (3)$$

and the integral should be performed along the line of sight.

Two density profiles were considered in the calculations. The first, the recently proposed “ α ”-profile [30], which provides a *finite* central density and is able to fit adequately the inner structure of dark halos resulting from numerical simulations, namely,

$$\rho(r) = \rho_* \exp\left\{-\frac{2}{\alpha} \left[\left(\frac{r}{r_*}\right)^\alpha - 1\right]\right\} \quad (4)$$

The second is a Plummer profile, intended to represent better the baryon-to-dark matter ratio resulting from analyses of rotation curves of bright galaxies, e.g.,

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{[1 + (1/3)(r/r_0)^2]^{5/2}} \quad (5)$$

For the Galaxy, the parameters defining the aforementioned density profiles are [28]: $\rho_* = 0.0061 M_\odot \text{pc}^{-3}$, $r_* = 11.6$ kpc, $\alpha = 0.17$ (“ α ”-profile) and $\rho_0 = 0.038 M_\odot \text{pc}^{-3}$, $r_0 = 12.2$ kpc (Plummer profile).

Inspection of fig. 1 shows that the EGRET residual emission can be explained if the neutralino mass is less than 50 GeV, a value marginally consistent with

the LEP lower limit. Contrary to what is generally obtained when the galactic center direction is considered, at high latitudes the Plummer profile predicts an intensity *higher* than that derived from a “cuspy” density profile. This is easily understood since the latter profile gives a larger mass concentration near the center while the former has a shallower mass distribution. At high galactic latitudes, the predicted intensities from the “ α ”-profile are always below the EGRET residual values. In this case, an important enhancement by substructures in the halo is required. However, the expected enhancement factor, according to numerical simulations performed by [28], is rather small, not exceeding a factor of 2. Presently, a firm conclusion cannot be made since the EGRET residuals are in the sensibility limit of the instrument. The situation is expected to improve greatly with the forthcoming Gamma-ray Large-Area Space Telescope (GLAST).

The study of γ -ray emission with GLAST has some advantages over atmospheric Cherenkov telescopes: i) lower energy threshold, allowing to probe neutralino masses above 10 GeV; ii) the background is mainly due to the diffuse extragalactic emission, and iii) the spatial resolution varies with the threshold energy, permitting us to probe also the density profile.

Here we consider two energy thresholds: 0.1 and 1.0 GeV. Then, we compare the predicted γ -ray intensities for M31 and M87 as a function of the neutralino mass with the detectability limit of GLAST. Parameters defining the halo properties of these galaxies are the same as [28]. Both objects have probably a massive black hole in their centers [31], which boost significantly the γ -emission by producing a central density spike within their sphere of influence. This effect was included when γ -ray fluxes were computed.

The result of combining the information on both aforementioned energy thresholds is summarized in table 1. Columns two and three indicate if the galaxy is detected or not at the corresponding energy threshold and consequences for the expected density profile (column four): “cored” or “cuspy”. Finally, column five gives the neutralino mass range expected from a positive or negative detection by GLAST.

4. Warm dark matter...?

Presently, the cold dark matter paradigm explains successfully the large-scale structure in the galaxy distribution on scales of $0.02 < k < 0.15 \text{ h Mpc}^{-1}$ [32,33]. The dark matter power spectrum on these scales derived from large redshift surveys as, for instance, the Anglo-Australian 2-degree Field Galaxy Redshift Survey (2dFGRS), is also consistent with the Lyman- α forest data in the redshift range $2 < z < 4$ [34,35,36].

In spite of these impressive successes, there are still some discrepancies between simulations and observations at scales ≤ 1 Mpc. The first problem concerns

Table 1: Neutralino masses from positive or negative detection of M31 and M87 by GLAST

Object	$E_\gamma > 0.1$ GeV	$E_\gamma > 1.0$ GeV	profile	m_χ (GeV)
M31	no	no	cored	> 20
M31	yes	yes	cuspy	< 300
M31	yes	no	cored	< 20
M31	no	yes	cuspy	300-500
M87	no	no	cored	> 100
M87	yes	yes	cuspy	< 60
M87	yes	no	cored	-
M87	no	yes	cuspy	60-100

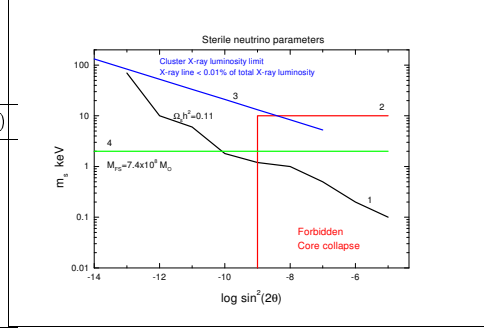


Figure 2: Allowed masses and mixing angles for sterile neutrinos

the sharp central density cusp of dark matter halos predicted by simulations not seen in the rotation curves of bright spiral galaxies [37,38]. The second difficulty is related to the large number of sub-halos seen in simulations but not observed [39,40], as in the case of our Galaxy or M31. Besides these difficulties, deep surveys ($z \geq 1-2$) as the Las Campanas Infrared Survey, HST Deep Field North and Gemini Deep Deep Survey (GDDS) are revealing an excess of massive galaxies with respect to predictions of the hierarchical scenario [41].

These problems could be lightened if dark matter particles had a free streaming (or Landau damping) length-scale higher than usually supposed. In this case, the smearing out of the small scale structure could bring simulations in better agreement with observations, solving some of the difficulties mentioned above [42]. Particles decoupling relativistically but having become non-relativistic *before* the matter-radiation equality, constitutes the so-called “warm” dark matter. These particles have a velocity dispersion higher than neutralinos when structures began to be formed, thus filtering density perturbations at a higher cut-off.

Sterile neutrinos are a possible “warm” dark matter particle candidate [43]. These particles are Standard Model singlet fermions, which couple to the conventional (“active”) neutrinos ($\nu_e \nu_\mu \nu_\tau$) solely via effective mass terms and are neutral under all Standard Model gauge forces. Very massive sterile neutrinos arise naturally in the so-called “see-saw” models in Grand Unified Theories (GUTs) [44].

Besides their interest for cosmology, sterile neutrinos have been proposed to solve the apparent discrepancies between the neutrino mass-squared differences (δm_ν^2) resulting from several experiments and now explained simply in terms of oscillations among the three active neutrinos [45]. The conversion of active into sterile neutrinos has also been invoked to solve “anemic” r-process nucleosynthesis in supernova ejecta, resulting from neutrino-driven shocks. Such a conversion reduces the electron number per baryon Y_e , favoring the nucleosynthesis of heavy (and neutron rich) elements [46].

In order to be an acceptable dark matter candidate, sterile neutrinos must satisfy some requirements: i) they must be able to produce the observed relic density; ii) their abundance should not alter the results of big-bang nucleosynthesis; iii) they should obey the constraints imposed by the core collapse of SN1987A and, finally, have a lifetime longer than H_0^{-1} . Some of these requirements have recently been reviewed in [47].

Taking into account different constraints, it is possible to define a region relevant for cosmology in the plane “mass-mixing angle” (Fig. 2). Based on calculations performed by [48], curves 1 and 2 define respectively the region where these parameters satisfy the condition $\Omega_m h_0^2 = 0.11$ and the region disfavored by considerations on the supernova core collapse. The resulting density of sterile neutrinos was estimated from non-equilibrium processes in the early universe, taking into account incoherent resonant and non-resonant scattering and an initial lepton asymmetry $L_\nu = 0.01$ [48].

Sterile neutrinos, if they do not feel Standard Model gauge interactions only, are labelled “weakly sterile” whereas if they do not feel *any* gauge interaction (including those beyond the Standard Model), they are dubbed “fully sterile”. In the former case, they can decay into lighter “active” neutrinos or radiatively, with a decay branch ratio $\Gamma(\nu_s \rightarrow \nu_a \gamma) / \Gamma(\nu_s \rightarrow 3\nu_a) = 27\alpha/8\pi$ and with the photon energy satisfying $\epsilon_\gamma \sim \frac{1}{2}m_{\nu_s}$. This X-ray line emission can be considered as a possible signature of the existence of keV-sterile neutrinos. Curve 3 in fig. 2 results from the assumption that in a typical cluster of galaxies of mass of about $10^{14} M_\odot$, the X-ray line flux produced by the decay of sterile neutrinos is of the order of 10^{-4} of the continuum emission due to the hot gas. Finally, curve 4 indicates the “free-streaming” mass ($M_{FS} = 7.4 \times 10^8 M_\odot$) for a 2 keV sterile neutrino. Lower sterile neutrino masses will excessively increase M_{FS} , destroying the agreement between theory and observations at large scales. According to fig. 2, masses up to 10-20 keV are still allowed, but then the

M_{FS} scale is so low that practically no differences from cold particle dynamics exist.

It is worth mentioning that sterile neutrinos in the mass range 1-20 keV and with comparable mixing angles could also be able to explain the origin of the natal kick of pulsars [49], which could be an additional point in favor of warm dark matter.

5. ... or Light dark matter ?

Recent observations with the spectrometer SPI on board of the space observatory INTEGRAL have not only confirmed past detections of the 511 keV line emission from the galactic center, but have also revealed the extended nature of the emission [50]. This emission is the indisputable signature of electron-positron pair annihilations. Possible astrophysical sources of positrons as neutron stars, black holes, novae, type Ia supernovae fall short of explaining the measured line intensity ($9.9 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$). Positrons can be generated in the neutralino annihilation process through different channels (see eq. 1). In particular, charged and neutral pions, produced roughly at the same number, will decay ultimately into e^+, e^- and photons respectively. Thus, if positrons in the galactic center are originated from $\chi\bar{\chi}$ annihilations, a γ -ray flux ($\epsilon_\gamma > 60 \text{ MeV}$) higher than EGRET upper limits would have been observed, which is not the case. As a consequence, several alternative scenarios involving either annihilation or decaying dark matter particles have been proposed to explain the 511 keV emission.

Decaying axinos, with masses in the range 1-300 MeV, in an R-parity violating model of supersymmetry could be possible candidates, producing positrons through the channels, $\tilde{a} \rightarrow \nu_\tau e^+ e^-$ or $\tilde{a} \rightarrow \nu_\mu e^+ e^-$ [51]. In this scenario, axinos constitute the major dark matter component and might be present in the galactic halo with a cusped density profile such as $dI_{gp}/dI_{gr} \sim 1.2$.

Weakly sterile neutrinos were also proposed as a source for positrons by means of the decay channel $\nu_s \rightarrow \nu_\alpha e^+ e^-$ [52]. In this case, masses of the sterile neutrino are in the range 1-50 MeV. A negative aspect of this scenario is that the required mixing angles consistent with the desired mass interval lead to cosmic densities of $\Omega_\nu h^2 \sim 10^{-6}$. Thus, it is not possible to explain simultaneously the 511 keV emission and the cosmic dark matter density.

A rather different approach was followed in [53]. New 0-spin MeV relic particles are postulated, feeling a force field carried by a new light gauge boson U . Positrons would be generated almost at rest via annihilation, e.g., $X\bar{X} \rightarrow e^+ e^-$. If the annihilation cross section is velocity dependent, then the required density profile of the galactic halo must have a central slope $dI_{gp}/dI_{gr} \sim 0.6$, in order to explain the observed 511 keV line emission data and be consistent with the relic dark matter den-

sity [54,55].

MeV thermal relic particles are expected to be coupled to the cosmic plasma at the epoch of big-bang nucleosynthesis and thus, they might contribute to the energy density and expansion rate. If, during nucleosynthesis, X-particles are mainly coupled to neutrinos, then their masses should be *higher* than 10 MeV in order not to alter the predicted abundances of ^2H , ^4He and ^7Li . If the coupling is essentially electromagnetic, X-particles in the mass range 4-10 MeV can even improve slightly the agreement between predicted and observed abundances [56].

6. Conclusions

New EROS data combined with previous microlensing observations were analyzed in [57], leading to an upper limit of about 10% for MACHOs in the mass range $10^{-6} - 0.3 M_\odot$, able to contribute to the total mass of the galactic halo. This result suggests that most of the halo dark matter must probably be under the form of elementary particles.

Supersymmetric particles are privileged candidates. Several experiments are underway for the direct detection of WIMP particles. Up today, only the DAMA collaboration claims for a positive detection of a modulated signal compatible with a particle mass of $52 \pm 10 \text{ GeV}$ and a WIMP-nucleon cross section of about 7×10^{-6} picobarn. No satisfactory explanations have been found to explain the nature of such a signal face to negative results of other experiments [58].

Searches for energetic neutrinos resulting from neutralino annihilations in the center of the Earth or in the center of the Sun impose only upper limits on the flux. The comparison of these limits with theoretical expectations is still quite doubtful, since uncertainties present in the calculations of the capture rate of WIMPs by the Earth were not completely removed yet [20]. Antiprotons in the energy range 0.18-1.4 GeV detected by BESS collaboration, if produced in the follow up hadronization of neutralino annihilations, imply masses $m_\chi < 100 \text{ GeV}$.

γ -rays resulting from π^0 decay, formed in the hadronization process, are a promising possibility of indirect detection of dark matter. Searches for very high energy photons via atmospheric Cherenkov telescopes such as VERITAS, CELESTE, MAGIC, have not revealed any positive signal yet. The quite uncertain EGRET residual emission seen at high galactic latitudes above 1 GeV could be explained by neutralino annihilations if: i) the dark matter profile is "cored" and ii) the neutralino mass is $\leq 50 \text{ GeV}$. Notice that this mass limit is compatible with those derived from antiproton data analysis and from LEP data. Detection or upper limits on γ -ray fluxes from potential sources as M31 or M87, at different energy thresholds by the forthcoming GLAST, will improve considerably the neutralino mass range and will

shed some light on their spatial distribution.

Difficulties with *cold* dark matter at small scales lead to searches for alternatives as *warm* particles, whose best candidate is a keV sterile neutrino. These particles provide an adequate free streaming mass able to solve *some* small scale problems and are not in conflict with X-ray data from clusters of galaxies. Moreover, they provide also a natural mechanism to explain the natal kick of pulsars. However, structures in a warm dark matter universe appear lately in comparison with a cold dark matter model, what could be a difficulty to form the early sources responsible for the reionization of the universe.

Finally, the extended nature of the 511 keV line emission from the galactic center evidenced by INTEGRAL observations, raised the possibility of the existence of MeV dark matter particles feeling a new gauge force field. These particles will not affect the primordial nucleosynthesis but, from a dynamical point of view, they will have the same difficulties at small scale as heavy particles.

Acknowledgement

S.P. acknowledges the University of Nice-Sophia Antipolis for the financial support

References

- [1] D. N. Spergel et al., *Astrophys. J. Supp.* **148**, 175 (2003).
- [2] S. Perlmutter et al., *Astrophys. J.* **517**, 565 (1999)
- [3] A. G. Riess et al., *Astron. J.* **116**, 1009 (1998)
- [4] M. Yu. Khlopov, B. A. Malomed and Ya. B. Zeldovich, *Month. Not. Roy. Astr. Soc.* **215**, 575, (1985)
- [5] J.A. de Freitas Pacheco and S. Peirani, *Int. J. Mod. Phys.* **D 13**, 1335 (2004)
- [6] E. Seidel and W.-M. Suen, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2516 (1994)
- [7] S. Coleman, *Nucl. Phys.* **B 262**, 293 (1985)
- [8] A. Kusenko, *Phys. Lett.* **B 405**, 108 (1997)
- [9] D. N. Spergel and P. J. Steinhardt, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3760 (2000)
- [10] K. Benakli, J.R. Ellis and D. V. Nanopoulos, *Phys. Rev. D* **59** 047301 (1999)
- [11] G. Abbiendi et al., *Eur. Phys. J. C* **14**, 187 (2000)
- [12] K. Griest and M. Kamionkowski, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 615 (1990)
- [13] G. Chardin, "Dark Matter Direct Detection Using Cryogenic Detectors", astro-ph/0411503
- [14] S. Peirani, R. Mohayaee and J.A. de Freitas Pacheco, *Month. Not. Roy. Astr. Soc.* **348**, 921 (2004)
- [15] M. Ambrosio et al., *Phys. Rev. D* **60**, 082002 (1999)
- [16] M. Boliev et al., in: "Proceedings of Dark Matter in Astro and Particle Physics", ed. H.V. Klapdor-Kleingrothaus and Y. Ramachers, World Scientific, Singapore (1997), p. 711
- [17] A. Habig et al., in: "Proceedings of the XVII International Cosmic Ray Conference", Hamburg (2001), p. 1558, hep-ex/0106024
- [18] J. Ahrens et al., *Phys. Rev. Lett.* **90**, 251101 (2003)
- [19] J. Ahrens et al., *Phys. Rev. D* **66**, 032006 (2002)
- [20] J. Lundberg and J. Edsjo, astro-ph/0401113
- [21] C. Jungman and M. Kamionkowski, *Phys. Rev. D* **49**, 2316 (1994)
- [22] F. Donato, N. Fornengo, D. Maurin, P. Salati and R. Taillet *Phys. Rev. D* **69**, 063501 (2004)
- [23] G. L. Kane, L.-T. Wang and J. D. Wells, *Phys. Rev. D* **65**, 057701 (2002)
- [24] E. A. Baltz and J. Edsjo, *Phys. Rev. D* **59**, 023511 (1999)
- [25] BESS Collaboration, H. Matsunaga et al., in: "Proceedings of the 25th International Cosmic Ray Conference", ed. M. S. Potgieter, B. C. Raubenheimer and D. J. van der Walt, World Scientific, Singapore, 1998
- [26] S. W. Barwick et al., *Astrophys. J.* **482**, L191 (1997)
- [27] D. Hooper, J. E. Taylor and J. Silk, *Phys. Rev. Lett.* ; hep-ph/0312076
- [28] S. Peirani, R. Mohayaee and J. A. de Freitas Pacheco, *Phys. Rev. D* **70**, 043503 (2004)
- [29] D. D. Dixon et al., *New Astron.* **3**, 539 (1998)
- [30] J. F. Navarro et al., *Month. Not. Roy. Ast. Soc.*
- [31] J. Kormendy and K. Gebhardt, in: "Proceedings of the 20th Symposium on Relativistic Astrophysics", ed. H. Martel and J. C. Wheeler; astro-ph/0105230
- [32] J. A. Peacock, "Large-Scale Structure and Matter in the Universe", astro-ph/0309238 (to be published by Royal Society)
- [33] O. Lahav, *Publ. Astron. Soc. Aus.* ??, ??? (2004), astro-ph/0404537
- [34] R. A. C. Croft et al., *Astrophys. J.* **581**, 20 (2002)
- [35] M. Viel, S. Matarrese, T. Theuns, D. Munshi and Y. Wang, *Month. Not. Roy. Ast. Soc.* **340**, L47 (2003)
- [36] M. Viel, M. G. Haehnelt and V. Springel, *Month. Not. Roy. Ast. Soc.* **354**, 684 (2004)
- [37] P. Palunas and T. B. Williams, *Astron. J.* **120**, 2884 (2000)
- [38] W. J. G. de Blok, S. S. McGaugh, A. Bosma and V. C. Rubin, *Astrophys. J.* (2001), astro-ph/0103102
- [39] B. Moore et al., *Astrophys. J.* **524**, L19 (1999)
- [40] A. Klypin, A. V. Kravtsov, O. Valenzuela and F. Prada, *Astrophys. J.* **522**, 82 (1999)
- [41] K. Glazebrook et al., *Nature* **430**, 181 (2004); astro-ph/0401037
- [42] P. Bode, J. Ostriker and N. Turok, *Astrophys. J.* **556**, 93 (2001)
- [43] S. Dodelson and L. M. Widrow *Phys. Rev. Lett.* **72**, 17 (1994)
- [44] M. Gell-Mann, P. Ramond and R. Slansky, in: "Supergravity", ed. P. van Nieuwenhuizen and D. Z. Freedman, North-Holland, Amsterdam, 1979

- [45] Q. R. Ahmad et al., *Phys. Rev. Lett.* **89**, 011301 (2002); R. Foot, hep-ph/0303005;
- [46] M. Patel and G. M. Fuller, "What are Sterile Neutrinos Good For ?", hep-ph/0003034
- [47] M. Cirelli, "Sterile Neutrinos in Astrophysical and Cosmological Sauce", astro-ph/0410122
- [48] K. Abazajian, G. M. Fuller and M. Patel, *Phys. Rev. D* **64**, 023501 (2001)
- [49] G. M. Fuller, A. Kusenko, I. Mocioiu and S. Pascoli, "Pulsar kicks from dark matter sterile neutrinos", astro-ph/0307267
- [50] P. Jean et al., *Astron. Astrophys.* ; astro-ph/0309484; G. Weidenspointer et al., "SPI Observations of Positron Annihilation Radiation from the 4th Galactic Quadrant"; astro-ph/0406178
- [51] D. Hooper and L.-T. Wao, "Evidence for Axino Dark Matter in the Galactic Bulge", *Phys. Rev. Lett.* , astro-ph/0402220
- [52] C. Picciotto and M. Pospelov, "Unstable Relics as a Source of Galactic Positrons", hep-ph/0402178
- [53] P. Fayet, *Phys. Lett. B* **95**, 285 (1980); idem, *Nucl. Phys. B* **187**, 184 (1981); idem, *Nucl. Phys. B* **347**, 743 (1990)
- [54] C. Boehm, D. Hooper, J. Silk, M. Casse and J. Paul, astro-ph/0309686
- [55] C. Boehm and P. Fayet, *Nucl. Phys. B* **683**, 219 (2004)
- [56] P. Serpico and G. Raffelt, "MeV-mass Dark Matter and Primordial Nucleosynthesis", astro-ph/0403417
- [57] P. Tisserand, PhD Thesis, Orsay University (2004)
- [58] A. Kurylov and M. Kamionkowski, *Phys. Rev. D* **69**, 063503 (2004)

C.5 Mass Determination of Groups of Galaxies : Effects of the Cosmological Constant

Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

New Astronomy 11 (2006) 325–330

New Astronomy

www.elsevier.com/locate/newast

Mass determination of groups of galaxies: Effects of the cosmological constant

S. Peirani *, J.A. de Freitas Pacheco

Observatoire de la Côte d'Azur, CASSIOPEE, B.P. 4229, F-06304 Nice Cedex 4, France

Received 15 March 2005; received in revised form 10 August 2005; accepted 26 August 2005

Available online 30 September 2005

Communicated by J. Silk

Abstract

The spherical infall model first developed by Lemaître and Tolman was modified in order to include the effects of a dark energy term. The resulting velocity–distance relation was evaluated numerically. This equation, when fitted to actual data, permits the simultaneous evaluation of the central mass and of the Hubble parameter. Application of this relation to the Local Group, when the dark energy is modeled by a cosmological constant, yields a total mass for the M31–Milky Way pair of $(2.5 \pm 0.7) \times 10^{12} M_{\odot}$, a Hubble parameter $H_0 = 74 \pm 4 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ and a 1-D velocity dispersion for the flow of about 39 km s^{-1} . The zero-velocity and the marginally bound surfaces of the Local Group are at about 1.0 and 2.3 Mpc, respectively, from the center of mass. A similar analysis for the Virgo cluster yields a mass of $(1.10 \pm 0.12) \times 10^{15} M_{\odot}$ and $H_0 = 65 \pm 9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. The zero-velocity is located at a distance of $8.6 \pm 0.8 \text{ Mpc}$ from the center of the cluster. The predicted peculiar velocity of the Local Group towards Virgo is about 190 km s^{-1} , in agreement with other estimates. Slightly lower masses are derived if the dark energy is represented by a fluid with an equation of state $P = w\rho c^2$ with $w = -2/3$. © 2005 Elsevier B.V. All rights reserved.

PACS: 98.62.Ck; 98.65.Bv; 98.65.Cw

Keywords: Local group; Virgo cluster; Hubble constant

1. Introduction

New and high quality data on galaxies belonging to nearby groups have improved considerably estimates of masses and mass-to-light ratios (M/L) of these systems. Searches on the POSS II and ESO/SERC plates (Karachentseva and Karachentsev, 1998, 2000) as well as “blind” HI surveys (Kilborn et al., 2002) lead to the discovery of new dwarf galaxies, increasing substantially their known population in the local universe. Moreover, in the past years, using HST observations, distances to individual members of nearby groups have been derived from magnitudes of the tip of the red giant branch by Karachentsev

and collaborators (Karachentsev, 2005 and references therein), which have permitted a better membership assignment and a more trustful dynamical analysis.

Previous estimates of M/L ratios for nearby groups were around $170 M_{\odot}/L_{B,\odot}$ (Huchra and Geller, 1982). However, virial masses derived from the aforementioned data are significantly smaller, yielding M/L ratios around $10\text{--}30 M_{\odot}/L_{B,\odot}$. If these values are correct, the local matter density derived from nearby groups would be only a fraction of the global matter density (Karachentsev, 2005). However, for several groups the crossing time is comparable or even greater than the Hubble time and another approach is necessary to evaluate their masses, since dynamical equilibrium is not yet attained in these cases.

Lynden-Bell (1981) and Sandage (1986) proposed an alternative method to the virial relation in order to estimate the mass of the Local Group, which can be extended to

* Corresponding author. Fax: +33 4 92 00 31 18.
E-mail addresses: peirani@obs-nice.fr (S. Peirani), pacheco@obs-nice.fr (J.A. de Freitas Pacheco).

other systems dominated either by one or a pair of galaxies. Their analysis is essentially based on the spherical infall model. If the motion of bound satellites is supposed to be radial, the resulting parametric equations describe a cycloid. Initially, the radius of a given shell embedding a total mass M expands, attains a maximum value and then collapses. At maximum, when the turnaround radius R_0 is reached, the radial velocity with respect to the center of mass is zero. For a given group, if the velocity field close to the main body, probed by satellites, allows the determination of R_0 , then the mass can be calculated straightforwardly from the relation

$$M = \left(\frac{\pi^2 R_0^3}{8GT_0^2} \right), \quad (1)$$

where T_0 is the age of the universe and G is the gravitational constant.

Data on the angular power spectrum of temperature fluctuations of the cosmic microwave background radiation derived by WMAP (Spergel et al., 2003) and on the luminosity-distance of type Ia supernovae (Riess et al., 1998; Perlmutter et al., 1999), lead to the so-called “concordant” model, e.g., a flat cosmological model in which $\Omega_m = 0.3$ and $\Omega_v = 0.7$. The later density parameter corresponds to the present contribution of a cosmological constant term or a fluid with negative pressure, dubbed “quintessence” or dark energy. The radial motion leading to the aforementioned $M = M(R_0, T_0)$ relation neglects the effect of such a term, which acts as a “repulsive” force. This repulsive force is proportional to the distance and its effect can be neglected if the zero-velocity surface is close to the center of mass. Turnaround radii of groups are typically of the order of 1 Mpc (Karachentsev, 2005), while the characteristic radius at which gravitation is comparable to the repulsion force is $R_s = 1.1M_{12}^{1/3}$ Mpc, where $M_{12} = M/(10^{12}M_\odot)$ and the Hubble parameter H_0 was taken equal to $70 \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$. This simple argument suggests that the effect of the cosmological term can not be neglected when deriving masses from the $M = M(R_0, T_0)$ relationship.

In this paper, we revisit the velocity–distance relationship when a dark energy term is included in the dynamical equations and calculate the resulting $M = M(R_0, H_0)$ relation. The presence of the dark energy term has been also invoked as a possible explanation for the smoothness of the local Hubble flow (Chernin, 2001; Teerikorpi et al., 2005) being a further reason to investigate its effects on the $M = M(R_0, T_0)$ relation. For a cosmological density parameter associated to the “vacuum” energy $\Omega_v = 0.7$ (our preferred solution), numerical computations indicate that the “zero-energy” surface, beyond which galaxies will never collapse onto the core, is located at about $2.3R_0$. In order to illustrate our results, some applications are made to the Local Group and the Virgo cluster. As we shall see, values of the Hubble parameter resulting from fits of the actual data to the velocity–distance relation including

a cosmological term, are in better agreement with recent estimates than those derived from the relation obtained either by Lynden-Bell (1981) or Sandage (1986). In Section 2, the relevant equations are introduced, in Sections 3 and 4 the results are applied to the Local Group and the Virgo cluster and finally, in Section 5 the concluding remarks are given.

2. The velocity–distance relation

The evolution of a self-gravitating zero-pressure fluid with spherical symmetry was first considered by Lemaitre (1933) and Tolman (1934). The Lemaitre–Tolman model describes quite well the dynamics of an extended halo around a bound central core, asymptotically approaching a homogeneous Friedmann background. In this situation, three main distinct regions can be distinguished: (i) the central core, in which the shell crossing has already occurred, leading to energy exchanges which transform radial into transverse motion; (ii) the zero-velocity surface, boundary which separates infalling and expanding bound shells and (iii) the “marginally” bound surface (zero total energy), segregating bound and unbound shells. Density profiles resulting from the Lemaitre–Tolman model were examined by Olson and Silk (1979) and application of this model to the velocity field close to the Virgo cluster were made by Hoffman et al. (1980), Tully and Shaya (1984), and Teerikorpi et al. (1992) among others.

If displacements of galaxies, here associated to the outer halo shells, develop mainly at low redshifts when the formation of the mass concentration around the core is nearly complete (see, for instance, Peebles, 1990), then the equation of motion for a spherical shell of mass m , moving radially in the gravitational field created by a mass M inside a shell of radius R , including the dark energy term is

$$\frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{GM}{R^2} - \frac{(1+3w)}{2}\Omega_v H_0^2 R \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+w)}, \quad (2)$$

where $M = 4\pi \int_0^R r^2 \rho_m dr$ and a is the scale parameter (the present value is taken as $a_0 = 1$). The latter satisfies the Hubble equation

$$\left(\frac{d \lg a}{dt}\right)^2 = H_0 \left[\Omega_m \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \Omega_v \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+w)} \right]. \quad (3)$$

Here, the common assumption that the dark energy can be modeled as being a fluid with an equation of state $P = w\varepsilon$ was adopted and in the two equations above, the dependence of the dark energy on the scale parameter was obtained by solving the energy conservation for such a component. Eq. (2) is intended to describe the motion of shells in the halo, excluding the central region where shell crossing effects have probably already occurred.

Defining the dimensionless variables $y = R/R_0$, $\tau = tH_0$ and $x = a/a_0$, Eqs. (2) and (3) can be rewritten as

$$\frac{d^2y}{d\tau^2} = -\frac{1}{2} \left[\frac{A}{y^2} + B \right] x^{-3(1+w)} \quad (4)$$

and

$$\frac{dx}{d\tau} = \sqrt{\frac{\Omega_m}{x} + \frac{\Omega_v}{x^{(1+3w)}}} \quad (5)$$

where we have introduced the parameters $A = 2GM/(H_0^2 R_0^3)$ and $B = (1 + 3w)\Omega_v$. These equations were solved numerically by adopting the following procedure. For a given redshift, the initial value of the scale parameter is derived as well as the corresponding instant of time from the Hubble equation. If initially, at high redshifts (here taken around $z \sim 100$), the dark energy term is negligible, then using a Taylor expansion of the standard Lemaitre–Tolman solution, when the angle parameter $\theta \ll 1$ (see, for instance, Peebles, 1980), the initial values of y and its derivative $dy/d\tau$ can be estimated. For a given value of w , the parameter A is varied until the condition defining the zero-velocity surface, e.g., $dy/d\tau = 0$ at $y = 1$ is satisfied. For the case $w = -2/3$, we have obtained $A = 3.414$ and for the particular case $w = -1$, representing a cosmological constant, $A = 3.658$. Therefore, the mass inside the zero-velocity radius R_0 is

$$M = 1.827 \frac{H_0^2 R_0^3}{G} = 4.1 \times 10^{12} h^2 R_0^3 M_\odot, \quad (6)$$

where $h = H_0/(100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1})$ and R_0 is in Mpc. In the case $w = -2/3$, the numerical coefficient is slightly smaller (1.705 instead of 1.827). Comparing with Eq. (1), we notice that the inclusion of the dark energy term represents, for a given R_0 , an increase of about 28–38% on the mass derived by such a procedure.

Once the parameter A is known, the velocity–distance relation, $v = v(R)$, for different shells at a given time is obtained by varying their energy. Shells with negative energy will expand, halt and fall back toward the center, while shells with positive energy expand forever, according to the aforementioned characterization of regions ii and iii. At a given time, there is a critical energy E_c which defines the zero-velocity radius. Shells having $E < E_c$ have already crossed the turnaround point and are collapsing. Consequently, they have negative velocities. Shells with $E > E_c$ are still expanding and thus have positive velocities.

For the case $w = -1$, which gives a good representation of actual data, as we shall see in the next sections, the resulting numerical values are quite well fitted by the relation

$$v(R) = -\frac{0.875H_0}{R^n} \left(\frac{GM}{H_0^2}\right)^{(n+1)/3} + 1.274H_0R \quad (7)$$

with $n = 0.865$. Notice that from the condition $v(R_0) = 0$, Eq. (6) is recovered. It is worth mentioning that solutions with negative energies are possible up to $R = 2.30R_0$, which defines the marginally bound surface. Beyond this critical radius, only unbound shells exist. The solution for $w = -2/3$ differs only marginally and will not be considered in further analyses.

For comparison, the velocity–distance relationship derived for the case $\Omega_v = 0$ is

$$v(R) = -1.038 \left(\frac{GM}{R}\right)^{1/2} + 1.196H_0R \quad (8)$$

which has a slightly flatter dependence on the distance than the precedent equation.

3. The local group

An immediate application of the velocity–distance relationship is the determination of the Local Group mass, concentrated mainly on M31 and the Milky Way, as well as the Hubble parameter itself as we shall see later. Moreover, the velocity–distance relation gives also an indication of the dispersion of the peculiar velocities over the Hubble flow. As we have already mentioned, the local velocity dispersion is known to be quite small (Giraud, 1986; Schlegel et al., 1994), a fact referred usually as the “coldness” of the local flow. An investigation of the dynamics of the Local Group and its environment by using numerical simulations was performed by Governato et al. (1997), who concluded that cold dark matter models ($\Omega_m = 1$ or $\Omega_m = 0.3$) are unable to produce candidates embedded in regions having “cold” flows.

As a first step, we have searched to check the accuracy of eqs. (6) and (7) by using numerical simulations. We have performed N-body simulations using the adaptive particle–particle/particle–mesh (AP^2M) code HYDRA (Couchman et al., 1995), with cosmological parameters $h = 0.65$, $\Omega_m = 0.3$, $\Omega_v = 0.7$ and $\sigma_8 = 0.9$. The simulation was performed in a periodic box of side $30h^{-1}$ Mpc including 256^3 particles, corresponding to a mass resolution of $2.05 \times 10^8 M_\odot$. The simulation started at $z = 49$ and ended at the present time. Halos were initially detected by using a friends-of-friends (FOF) algorithm and, in a second step, unbound particles were removed by an iterative procedure. Thus, all halos in our catalog are gravitationally bound objects. For further details, the reader is referred to Peirani et al. (2004).

In our mock halo catalog, several examples of pairs with physical characteristics similar to the MW–M31 pair can be found. However, most of them have nearby (within 3–5 Mpc) halos of comparable mass or even higher, which perturb considerably the velocity field. Here, for illustration purposes only, we consider one case in which the main halos have masses respectively equal to 9.85×10^{11} and 6.48×10^{11} solar masses and are separated by a distance of 0.69 Mpc, parameters comparable to those of the M31–MW pair. About 73 subhalos were detected within 3 Mpc of this pair, but satellites situated at distances larger than 2 Mpc are clearly perturbed by other nearby structures, since the velocity dispersion increases considerably at those distances. Velocities and distances with respect to the center of mass were computed for all these objects.

A simple fitting of these simulated data gives $R_0 = 0.98 \pm 0.20$ Mpc and using Eq. (6) with $h = 0.65$ (adopted in the simulations) a total mass of $(1.60 \pm 0.32) \times 10^{12} M_\odot$ is obtained. In spite of the excellent

agreement with the actual total mass of the pair, this result is somewhat fortuitous since the velocity dispersion of the simulated satellites is rather high. In practice, besides random motions, errors in distances or velocities increase considerably the uncertainty in the determination of the zero-velocity radius. These difficulties can be alleviated by searching the best fit of the $v = v(R)$ relation to data. By varying the mass in order to minimize the velocity dispersion and giving a higher weight to the inner satellites, one obtains $M = (1.48 \pm 0.30) \times 10^{12} M_{\odot}$. This result seems to be more confident to evaluate the uncertainties of the method. It is worth mentioning that quoted errors are estimates based on the spread of values derived from the fitting procedure and not formal statistical errors. In Fig. 1, we show the simulated velocity–distance data for satellites with $R \leq 1.8$ Mpc and the best fit solution for Eq. (7). The derived 1-D velocity dispersion for this simulated data is 73 km s^{-1} , a value lower than that derived by Governato et al. (1997) but in quite good agreement with the Λ CDM simulations by Macciò et al. (2005), who obtained a velocity dispersion of about 80 km s^{-1} within a sphere of 3 Mpc radius (see their Fig. 3). A flat, Λ dominated cosmology is able to produce flows on scales of few Mpc around field galaxies “colder” than pure dark matter models, but somewhat higher than values derived from actual data, as we shall see below.

Recent data on neighboring galaxies of the Local Group were summarized by Karachentsev et al. (2002), who have estimated $R_0 = 0.94 \pm 0.10$ and derived from Eq. (1) a total mass of $1.3 \times 10^{12} M_{\odot}$ for the M31/MW pair.

Here, Eq. (7) was fitted to the data by Karachentsev et al. (2002), but varying now both the mass and the Hubble parameter in order to minimize the velocity dispersion. We have obtained $h = 0.74 \pm 0.04$ and $M = (2.5 \pm 0.7) \times 10^{12} M_{\odot}$, where the quoted errors are again estimates based on the uncertainties of the fitted parameters. Fig. 2 shows data points and the velocity–distance relation defined by

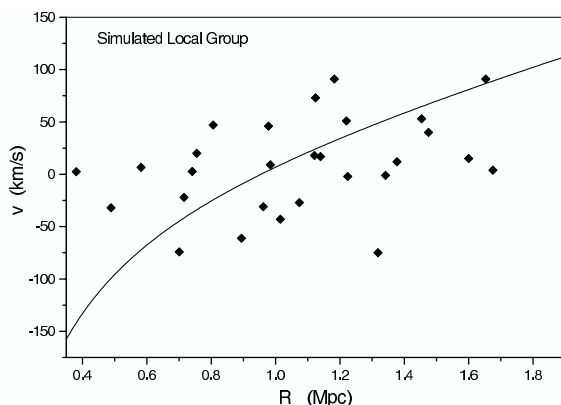


Fig. 1. Simulated velocity–distance data (diamonds) and best fit to the $v = v(R)$ relation (solid curve), corresponding to $M = 1.48 \times 10^{12} M_{\odot}$ and $\sigma = 73 \text{ km s}^{-1}$. The Hubble parameter was held constant, $h = 0.65$.

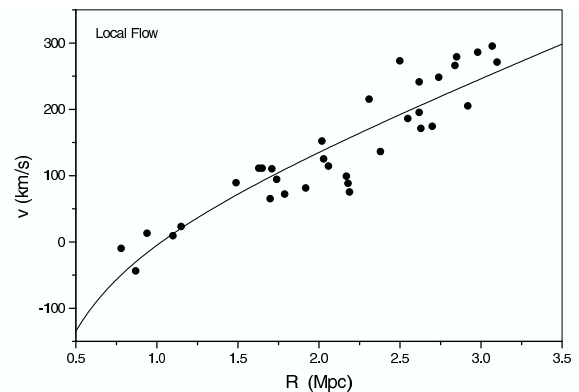


Fig. 2. Velocity and distance data (circles) for satellites of the M31–MW system (Karachentsev et al., 2002) and the best fit to the $v = v(R)$ relation, corresponding to $M = 2.5 \times 10^{12} M_{\odot}$ and $h = 0.74$.

the previous parameters. Had we used Eq. (8) instead of Eq. (7) in the fitting procedure, a similar result for the mass would have been obtained, but with a *higher* Hubble parameter, e.g., $h = 0.87 \pm 0.05$. We shall return to this point latter.

The zero-velocity radius is located at 1.0 ± 0.1 Mpc, which is about 10% higher than the value estimated by Karachentsev et al. (2002) and the “marginally” bound surface (zero-energy) is at a distance of about 2.3 Mpc. From our fit it results a 1-D velocity dispersion of 39 km s^{-1} , which should be compared with the value of 73 km s^{-1} found from our simulated data for a similar scale. Macciò et al. (2005) have also revisited the “coldness” of the Hubble flow and, according to their final results, within a sphere of radius 3 Mpc, the expected velocity dispersion is 38 km s^{-1} , in rather good agreement with our figure.

4. The Virgo cluster

Dynamical models for the Virgo cluster based on the Lemaître–Tolman model were, for instance, developed by Hoffman et al. (1980). They have modeled the projected velocity dispersion as a function of the angular distance and, from comparison with data, derived a mass of $(4.0 \pm 1.0) \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$ contained inside a sphere of 6° radius, which corresponds approximately to the central relaxed core of the cluster. Using the virial relation, Tully and Shaya (1984) obtained a mass of $(7.5 \pm 1.5) \times 10^{14} M_{\odot}$ for this central core. More recently, Fouqué et al. (2001) using the Lemaître–Tolman model derived a mass of $1.3 \times 10^{15} M_{\odot}$ inside a radius of 8° .

In this section, the derived velocity–distance relation (Eq. (7)), including effects of the cosmological constant, will be applied to galaxies outside the inner core of the Virgo cluster.

Galaxies with Virgocentric distances higher than 1.7 Mpc, corresponding approximately to the core radius,

and less than 15 Mpc, were selected from the list by Teerikorpi et al. (1992), constituting a sub-sample of 27 objects. Distances derived from the Tully–Fisher relation were taken from the aforementioned source. Heliocentric velocities were corrected with respect to the Local Group according to the prescription by Courteau and van den Bergh (1999). Velocities and distances with respect to Virgo center were calculated by assuming a distance to the cluster of 16.8 Mpc (Tully and Shaya, 1984) and an observed velocity of 967 km s^{-1} (Kraan-Korteweg, 1981).

The best fit of Eq. (7) to data gives $h = 0.65 \pm 0.09$ and $M = (1.10 \pm 0.12) \times 10^{15} M_{\odot}$, corresponding to a velocity dispersion $\sigma_{1D} = 335 \text{ km s}^{-1}$ for the flow. Fig. 3 shows the velocity–distance data for the galaxies of our sample and the theoretical $v = v(R)$ relation computed with the derived parameters. The higher mass derived in the present analysis confirms some early results based on models of the velocity field in the vicinity of the Virgo cluster using the Lemaitre–Tolman equations, as those performed by Tully and Shaya (1998) and Fouqué et al. (2001).

The resulting zero-velocity surface is located at $R_0 = 8.6 \pm 0.8 \text{ Mpc}$, which at the assumed distance corresponds to an angle $\theta_{ZV} = 29^{\circ}$. This should be compared with the analyses by Hoffman et al. (1980), Tully and Shaya (1984) or Teerikorpi et al. (1992), who estimated $\theta_{ZV} = 27^{\circ}$, 28° and 25.8° respectively.

Eq. (7), with the above parameters, predicts that at the level of the Local Group the observed velocity should be 988 km s^{-1} , which compares quite well with the observed value. This indicates that the projection of the peculiar velocity of the Local Group in the Virgo direction is about 190 km s^{-1} , compatible with the values found by de Freitas Pacheco (1985), Tammann and Sandage (1985) and Federspiel et al. (1998). The marginally bound surface is located at about 19.8 Mpc, implying that the Local Group is bound to the cluster.

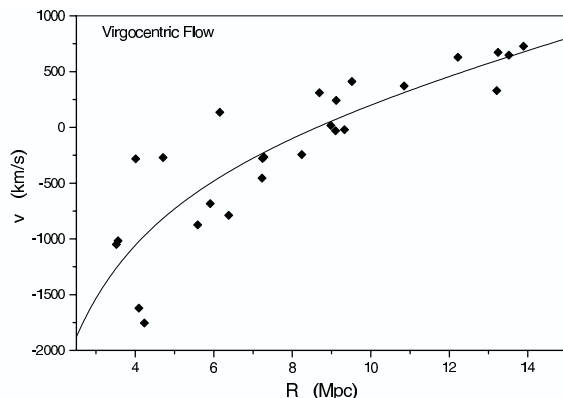


Fig. 3. Velocity and distance data for galaxies with Virgocentric distances in the range $3.5 \leq R \leq 15 \text{ Mpc}$ and the best fit to the $v = v(R)$ relation, for $M = 1.1 \times 10^{15} M_{\odot}$ and $h = 0.65$.

5. Conclusions

The contribution of a dark energy term in the mass-energy budget of the universe seems to be well established at the present time. In this study, the usual velocity–distance relation based on the Lemaitre–Tolman model, was revisited in order to include effects due to such a cosmological term.

The dynamical equations were solved numerically and the relation $M = M(H_0, R_0)$, defining the mass inside the zero-velocity surface was recalculated. For a given R_0 , the resulting masses are about 28–38% higher with respect to the original relation derived from the Lemaitre–Bondi model ($\Omega_v = 0$), if the dark energy is modeled by a fluid with an equation of state $P/\epsilon = w = -2/3$ or by a cosmological constant, respectively.

The resulting $v = v(R)$ relation ($w = -1$ case) was applied to the Local Group and to the Virgo cluster. From the best fitting procedure, a mass of $(2.5 \pm 0.7) \times 10^{12} M_{\odot}$ was derived for the M31–MW system, which corresponds to a M/L ratio of about $25 M_{\odot}/L_{B,\odot}$. The zero-velocity surface and the “marginally” bound surface are located at about 1.0 ± 0.1 and 2.3 Mpc , respectively. The later defines in fact the boundaries of the Local Group.

More sophisticated analyses of the Local Group based on the action principle were performed by Peebles (1990). In this method, orbits are reconstructed in order to reproduce the observed radial velocities, maintaining the action stationary. Peebles (1990) preferred solution implies a mass of $6.4 \times 10^{12} M_{\odot}$ for the Local Group, a factor 2.5 higher than our result, but a comparison of these results could be meaningless since a different cosmology ($\Omega = 0.1$) was adopted in that work.

The same procedure applied to the Virgo cluster gives a mass of about $(1.10 \pm 0.12) \times 10^{15} M_{\odot}$ inside a radius of $8.6 \pm 0.8 \text{ Mpc}$. This mass is higher than the virial value (Tully and Shaya, 1984) or values derived from velocity dispersion profiles computed from models based on the Lemaitre–Tolman model (Hoffman et al., 1980). However, recent studies of the velocity field based on the Lemaitre–Tolman formulation also lead to masses compatible with our result. Our velocity–distance relation predicts a peculiar velocity of the Local Group towards the Virgo cluster of about 190 km s^{-1} , compatible with different estimates. The “marginally” bound surface encloses the Local Group, which in the future may attain its zero-velocity surface and then fall onto the cluster. However this prediction is based on a model in which the Local Group is considered as an “isolated” system. In reality the motion of the Local Group is much more complex, being strongly affected by large mass concentrations in the direction of Hydra–Centaurus (Great Attractor) and the Shapley supercluster. Some numerical simulations predict that within $\sim 30 \text{ Gyr}$ the Local Group will get closer to the Virgo center (in comoving coordinates), but then will be pulled away (in physical coordinates) due to the accelerated expansion of the Universe (Nagamine and Loeb, 2003).

The introduction of a cosmological constant term modifies the velocity–distance relation in comparison with that derived from the Lemaître–Tolman model. Nevertheless both descriptions of the velocity field near the Local Group or the Virgo cluster yield masses comparable to within a factor of two. This is probably due to the fact that errors still present in distance estimates mask differences between both models. However, when searching for a best fit of both models to data, there is a substantial difference in the resulting Hubble parameter. The Lemaître–Tolman model requires h in the range 0.87–0.92 in order to fit adequately the Local Group and Virgo data respectively, whereas Eq. (7) requires h in the range 0.65–0.74, more consistent with recent determinations and with the “concordant” model. In this sense, the inclusion of the cosmological constant in the $v(R)$ relation seems to improve the representation of actual data.

Acknowledgment

S. Peirani acknowledges the University of Nice-Sophia Antipolis for the financial support.

References

- Chernin, A., 2001. *Physics Usp.* 44, 1099.
 Couchman, H.M.P., Thomas, P.A., Pierce, F.R., 1995. *ApJ* 452, 797.
 Courteau, S., van den Bergh, S., 1999. *AJ* 118, 337.
 de Freitas Pacheco, J.A., 1985. *AJ* 90, 1007.
 Federspiel, M., Tammann, G.A., Sandage, A., 1998. *ApJ* 495, 115.
 Fouqué, P., Solanes, J.M., Sanchis, T., Balkowski, C., 2001. *A&A* 375, 770.
 Giraud, E., 1986. *A&A* 170, 1.
 Governato, F., Moore, B., Cen, R., Stadel, J., Lake, G., Quinn, T., 1997. *NewA* 2, 91.
 Hoffman, G.L., Olson, D.W., Salpeter, E.E., 1980. *ApJ* 242, 861.
 Huchra, J.P., Geller, M.J., 1982. *ApJ* 257, 423.
 Karachentseva, V.E., Karachentsev, I.D., 1998. *A&A* 127, 409.
 Karachentseva, V.E., Karachentsev, I.D., 2000. *A&AS* 146, 359.
 Karachentsev, I.D., Sharina, M.E., Makarov, D.I., Dolphin, A.E., Grebel, E.K., Geisler, D., Guhathakurta, P., Hodge, P.W., Karachentseva, V.E., Sarajedini, A., Seitzer, P., 2002. *A&A* 389, 812.
 Karachentsev, I.D., 2005. *AJ* 129, 178.
 Kilbom, V.A. et al., 2002. *AJ* 124, 690.
 Kraan-Korteweg, R.C., 1981. *A&A* 104, 280.
 Lemaître, G., 1933. *Ann. Soc. Sci. Bruxelles* A53, 51.
 Lynden-Bell, D., 1981. *The Observatory* 101, 111.
 Macciò, A.V., Governato, F., Horellou, C., 2005. *MNRAS* 359, 941.
 Nagamine, K., Loeb, A., 2003. *NewA* 8, 439.
 Olson, D.W., Silk, J., 1979. *ApJ* 233, 395.
 Peebles, P.J.E., 1980. In: *The Large-Scale Structure of the Universe* Princeton Series in Physics. Princeton University Press, New Jersey, p. 80.
 Peebles, P.J.E., 1990. *ApJ* 362, 1.
 Peirani, S., Mohayaee, R., de Freitas Pacheco, J.A., 2004. *MNRAS* 348, 921.
 Perlmutter, S. et al., 1999. *ApJ* 517, 565.
 Riess, A.G. et al., 1998. *AJ* 116, 1009.
 Sandage, A., 1986. *ApJ* 307, 1.
 Schlegel, D., Davis, M., Summers, F.J., 1994. *ApJ* 427, 527.
 Spergel, D.N. et al., 2003. *ApJS* 148, 175.
 Tammann, G.A., Sandage, A., 1985. *ApJ* 294, 81.
 Teerikorpi, P., Bottinelli, L., Gouguenheim, L., Paturel, G., 1992. *A&A* 260, 17.
 Teerikorpi, P., Chernin, A.D., Baryshev, Yu.V., 2005. *A&A* 440, 791.
 Tolman, R.C., 1934. *Proc. Nat. Acad. Sci.* 20, 169.
 Tully, R.B., Shaya, E.J., 1984. *ApJ* 281, 31.
 Tully, R.B., Shaya, E.J., 1998. In: Stein, R.F., Cameron, A.G.W. (Eds.), *Evolution of the Large Scale Structure*. ESO, Garching, p. 333.

C.6 Evolution of the phase-space density of dark matter haloes

Mon. Not. R. Astron. Soc. **367**, 1011–1016 (2006)

doi:10.1111/j.1365-2966.2006.10149.x

Evolution of the phase-space density of dark matter haloes and mixing effects in merger events

Sébastien Peirani,^{*} Fabrice Durier^{*} and José A. de Freitas Pacheco^{*}*Observatoire de la Côte d'Azur, B.P.4229, F-06304 Nice Cedex 4, France*

Accepted 2005 December 16. Received 2005 December 16; in original form 2005 April 30

ABSTRACT

Cosmological N -body simulations were performed to study the evolution of the phase-space density $Q = \rho/\sigma^3$ of dark matter haloes. No significant differences in the scale relations $Q \propto \sigma^{-2.1}$ or $Q \propto M^{-0.82}$ are seen for the ‘cold’ or ‘warm’ dark matter models. The follow-up of individual haloes from $z = 10$ up to the present time indicate the existence of two main evolutionary phases: an early and fast one ($10 > z > 6.5$), in which Q decreases on the average by a factor of 40 as a consequence of the randomization of bulk motions, and a late and long one ($6.5 > z \geq 0$), in which Q decreases by a factor of 20 because of mixing induced by merger events. The study of these haloes has also evidenced that rapid and positive variations of the velocity dispersion, induced by merger episodes, are related to a fast decrease of the phase-space density Q .

Key words: accretion, accretion discs – galaxies: haloes – galaxies: interactions – galaxies: kinematics and dynamics – dark matter.

1 INTRODUCTION

Presently, the large-scale structure in the galaxy distribution on scales $0.02 < k < 0.15 h \text{Mpc}^{-1}$ is successfully explained in the cold dark matter (CDM) paradigm (Cole et al. 2005, and references therein). The CDM power spectrum on these scales derived from large redshift surveys as, for instance, the Anglo-Australian Two-degree Field Galaxy Redshift Survey (2dFGRS), is also consistent with the Lyman α forest data in the redshift range $2 < z < 4$ (Croft et al. 2002; Viel et al. 2003; Viel, Haehnelt & Springel 2004).

In spite of these impressive successes, there are still discrepancies between simulations and observations at scales $\leq 1 \text{Mpc}$, which have been extensively discussed in the literature in the past years. In particular, the sharp central density cusp in dark matter haloes, predicted by simulations and not seen in the rotation curve of bright spiral galaxies (Palunas & Williams 2000; Salucci & Burkert 2000; de Blok et al. 2001; Gentile et al. 2004; Graham et al. 2005). We could also mention the large number of subhaloes present in simulations but not observed (Kauffmann, White & Guiderdoni 1993; Moore et al. 1999; Klypin et al. 1999), as in the case of our Galaxy or M31. Moreover, deep surveys ($z \geq 1-2$) as the Las Campanas Infrared Survey, *Hubble Space Telescope* (*HST*) Deep Field North and Gemini Deep Deep Survey (GDDS) are revealing an excess of massive galaxies with respect to the predictions of the hierarchical scenario (Glazebrook et al. 2004).

Massive haloes are formed by continuous accretion and/or by merging. After a merger episode, the resulting halo is not in equi-

librium, but after few dynamical time-scales [$t_{\text{dyn}} \sim (G\bar{\rho})^{-1/2}$], the gravitational potential becomes almost steady. Violent relaxation produces a more mixed system (Tremaine, Hénon & Lynden-Bell 1986), reducing the value of the coarse-grained distribution function (DF), for which Q (defined as the ratio between the density and the cube of the 1D velocity dispersion in a given volume, e.g. $Q = \rho/\sigma^3$) is an estimator. Analyses of the core phase-space density of dwarf spheroidal galaxies, rotating dwarfs, low surface brightness (LSB) galaxies and clusters of galaxies suggest that $Q \propto \sigma^{-n}$, with $n \sim 3-4$ (Dalcanton & Hogan 2001). This behaviour can be understood if the merging haloes were initially almost in equilibrium and the fusion process preserves approximately the physical density as each layer is homologously added to form the new system (Dalcanton & Hogan 2001). A scaling relation close to $Q \propto \sigma^{-3}$ was obtained from cosmological simulations by Davé et al. (2001) for the collisionless dark matter as well as for the self-interacting dark matter (SIDM). The result for the SIDM is unexpected, since in this case the material should be compressed to higher densities during the merger event; sinking to where it reaches the local pressure equilibrium and where the specific entropy matches. Therefore, the merger should occur at nearly constant Q rather than constant density. Besides such a scaling, high-resolution simulations of galaxy-sized CDM haloes indicate an *increase* of the coarse-grained phase-space density Q towards the centre (Taylor & Navarro 2001). Similar results were obtained by Rasia, Tormen & Moscardini (2004), who have also obtained a power-law variation, for example, $Q \propto r^{-\beta}$ for cluster-sized haloes, with β quite close to the value found by Taylor & Navarro (2001), namely, $\beta \approx 1.87$. These results suggest that the density profiles of dark matter haloes are a consequence of a hierarchical assembly process that preserves the phase-space

^{*}E-mail: peirani@obs-nice.fr (SP); durier@obs-nice.fr (FD); pacheco@obs-nice.fr (JAdFP)

1012 *S. Peirani, F. Durier and J. A. de Freitas Pacheco*

stratification (Taylor & Navarro 2001) or even a generic feature of violent relaxation (Williams et al. 2004).

In this paper, we report new cosmological simulations aiming to study the evolution of the ‘poor man’s’ phase-space density Q in the core of dark matter haloes. In particular, we focus on the role of accretion/merger processes, which affect the dynamical relaxation of haloes, leading to structures with higher entropy or, equivalently, with lower phase-space density Q . We show that the Q - σ scaling depends practically on the mechanism by which haloes acquire mass. Notwithstanding, a small differential effect seems to exist, since haloes which have undergone major merger events have slightly lower phase-space densities than haloes of same mass, which have accreted matter quietly. The same behaviour is noted if warm dark matter (WDM) is considered instead of CDM. The second part of this investigation concerns the follow-up of some individual haloes in order to obtain details of changes in the phase-space density, occurring during merging events. We have found an early rapid decrease of the phase-space density Q , during and just after the first shell crossing, followed by a slow and long decrease as haloes accrete mass. Particles of captured subhaloes diffuse in the velocity space and after few dynamical time-scales, share with particles of the main halo a common (Gaussian) velocity distribution. This paper is organized as follows: in Section 2, the N -body simulations are briefly described, in Section 3, the evolution of the phase-space density Q as well as the effects of merger events are discussed and finally, in Section 4, the main conclusions are given.

2 NUMERICAL SIMULATIONS

In this work, we use the same halo catalogues as in Peirani, Mohayaee & de Freitas Pacheco (2004, hereafter PMP04), but in this study, objects with masses higher than $10^{13} M_{\odot}$ were also included. For the sake of completeness, we summarize here the main steps performed to prepare these catalogues.

The N -body simulation uses the adaptive particle-particle/particle-mesh (AP³M) code HYDRA (Couchman, Thomas & Pearce 1995). The adopted cosmological parameters were $h = 0.65$, $\Omega_m = 0.3$ and $\Omega_{\Lambda} = 0.7$, with the power-spectrum normalization $\sigma_8 = 0.9$. The simulation was performed in a box of side $30 h^{-1}$ Mpc including 256^3 particles, corresponding to a mass resolution of $2.05 \times 10^8 M_{\odot}$. The simulation started at $z = 50$ and ended at the present time ($z = 0$). A similar simulation (here referred as S2) was also performed for a WDM model. In this case, the fluctuation power spectrum becomes $P(k) = AkT_{\text{CDM}}^2(k)T_{\text{WDM}}^2(k)$, where the adopted transfer function for the WDM is given by Bode, Ostriker & Turok (2001):

$$T_{\text{WDM}}(k) = [1 + (\alpha k)^2]^{-25/6}, \quad (1)$$

where $\alpha = 0.102$ for the WDM particles having a mass of 0.5 keV and k is in $h \text{ Mpc}^{-1}$. This particle mass corresponds to a free-streaming mass of about $1.7 \times 10^{11} M_{\odot}$, scale below which structures begin to be suppressed. A third simulation (here referred to as S3) with the same cosmological parameters, but including 128^3 CDM particles, was also run. However, particles were separated into two categories, the first having masses 10 times higher than the second. This simulation was carried out using the code GADGET (Springel, Yoshida & White 2001) and was used to study the energy transfer between particles during merger events. Here, the ‘softening’ length was set equal to $12 h^{-1} \text{ kpc}$.

Haloes were first detected by using a friends-of-friends (FOF) algorithm, and secondly, unbound particles were removed by an

iterative procedure. Thus, haloes of both catalogues are all gravitationally bound objects. For further details, the reader is referred to PMP04.

The *accretion* catalogue, comprising 781 objects, includes haloes which have never undergone a major merger event and whose masses varied continuously and smoothly. The *merger* catalogue contains 567 haloes which had at least one major merger episode in their history, corresponding to an increase of their masses at least by a factor of 1/3 in the event. In latter class, violent variations of the gravitational potential occur while in the former category the potential varies smoothly all the time. Haloes were followed from $z = 3.5$ to 0, but about 40 objects, with enough particles ($N \geq 50$), were followed during a longer time-interval (from $z = 10$ to 0). From the simulation S2, 216 haloes were included in the *merger* catalogue and 334 haloes in the *accretion* catalogue ($3.5 \geq z \geq 0$) but only five haloes have been followed in the interval $10 \geq z \geq 0$.

3 THE PHASE-SPACE DENSITY EVOLUTION

3.1 Scaling relations

One of the goals of this work is to study the evolution of the phase-space density $Q = \rho/\sigma^3$, in order to verify how the ‘violence’ or the ‘quietness’ of the accretion process may affect the relaxation road to equilibrium and the resulting scaling relations $Q \propto \sigma^{-n}$ or $Q \propto M^{-k}$.

For each halo at a given redshift, the value of Q was computed by adopting the following procedure. First, the halo centre is defined as being coincident with the position of the most bound particle, since during a merger event the centre of mass is ‘ill-defined’. Secondly, all particles inside a radius r_* around the centre are selected and r_* is taken to be equal to one-tenth of the gravitational radius, for example, $r_* = 0.1 \text{ GM}^2/|W|$, where W is the total gravitational energy of the system. This radius was chosen in order to include enough particles necessary to compute adequately the density as well as the velocity dispersion and still be the representative of the core region. Instead of evaluating the core density by a simple mean ($\bar{\rho}_c = 3mN_c/4\pi r_*^3$), we have estimated the density ρ_i at the position of each selected particle i by using the Voronoi tessellation procedure in order to increase the accuracy of the density estimation when the number of particles is small. In this technique, the 3D space is divided into polyhedral cells centred on each particle, with boundaries defined in order to include all points closer to the centre (see, for instance, van de Weygaert 1994, for details). The cell density is simply the mass of the particle divided by the volume of its cell. Calculations were made with the help of the public package QHULL.¹ Finally, the core density of the halo is estimated from

$$\rho_c = \left(\frac{1}{N_c}\right) \sum_i \rho_i \quad (2)$$

and the 1D velocity dispersion from $\sigma = \sqrt{(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2)/3}$.

In Fig. 1, the phase-space density Q for all haloes and for both the CDM and WDM models is shown as a function of the 1D velocity dispersion σ at $z = 3.0$ and 0. For the CDM model, a best fit to the data indicates that $Q \propto \sigma^{-2.08}$ for $z = 3.0$ and $Q \propto \sigma^{-2.16}$ for $z = 0$. No significant modifications in the exponent n ($Q \propto \sigma^{-n}$) are noted if the definition of r_* is changed. For instance, at $z = 0$, $n = 2.23$ and $n = 2.18$ if r_* is decreased by a factor of 2 or increased by

¹ <http://www.geom.umn.edu/software/qhull/>

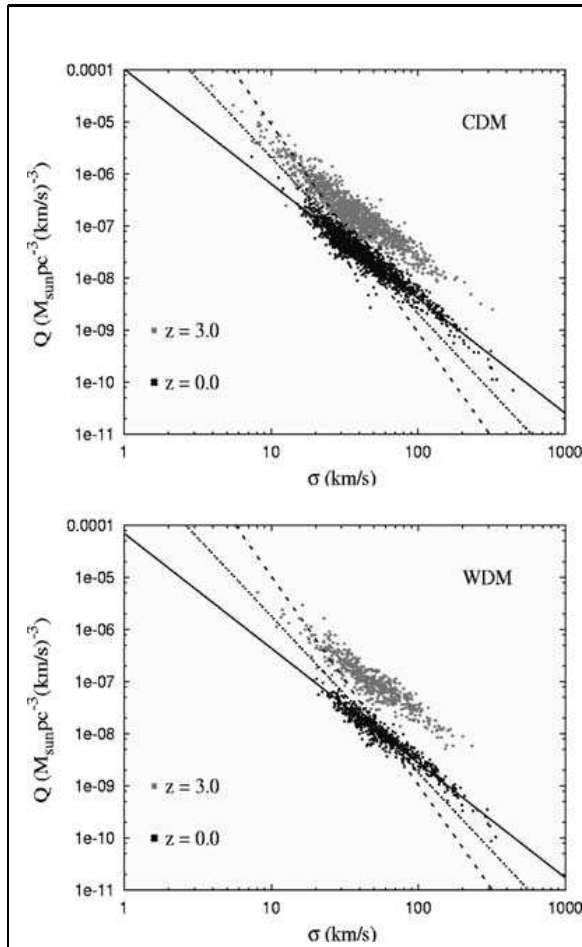


Figure 1. The phase-space density Q for haloes of both the catalogues as a function of the 1D velocity dispersion σ is shown for the CDM model (upper panel) and for the WDM model (lower panel). In each panel, the solid line indicates the best-fitting solution ($Q \propto \sigma^{2.2}$). For comparison, lines representing $Q \propto \sigma^{-3}$ (dotted) and $Q \propto \sigma^{-4}$ (dashed), normalized at the same point, were also included in the plot.

50 per cent, respectively. We have also investigated how our results could be affected by using the mean density $\bar{\rho}_c$ instead of the tessellation method. In fact, a slight increase in the exponent n is observed ($n = 2.64$ at $z = 3$ and $n = 2.53$ at $z = 0$). The reason for such differences is the following: the density evaluated from the Voronoi procedure in a given volume is weighted by the inverse cell volume associated to each considered particle. Thus, if important density gradients are present, as those observed in dark matter haloes, the two density estimations differ. When using simulated data, this effect is more pronounced when massive haloes are considered, since the number of particles is large, strengthening the gradient effect. As a consequence, the use of a simple mean underestimates the density as well as the phase-space density Q with respect to the Voronoi method. This effect is minimized for low-mass haloes, since the number of particles inside the considered volume is small, diluting the gradient effect. In order to give some numbers, the core volume of a halo of $7 \times 10^{12} M_{\odot}$ including ~ 3200 particles is comparable to the total cell volume, but the density derived by the tessellation procedure is about a factor of 2 higher than the simple mean density. However, both density estimations give similar results if a typical halo of $1.2 \times$

The phase-space density of dark haloes 1013

$10^{11} M_{\odot}$, including ~ 55 particles, is considered. Some differences can also be seen when our simulated data is compared with the observations (see, for instance, fig. 1 in Dalcanton & Hogan 2001), since Q values estimated for low-brightness galaxies are higher than our expectations. This is probably a consequence that density estimations from the observational data include the contribution of baryonic matter, dominant in the central regions of these objects (Ortega & de Freitas Pacheco 1993), which is not the case for clusters.

It is worth mentioning that the exponent n found from our simulations can be understood on the basis of the following considerations: from data of our catalogues, haloes acquire mass continuously and evolve according to the scaling relation $M \propto \sigma^{8/3}$. If they evolve almost in virial equilibrium in the considered redshift interval, then $Q \propto \sigma^{-7/3}$, in good agreement with our results. It should also be emphasized that by the time of halo formation, the particle thermal velocities are quite small and the early random motions, present when simulations begin, are a consequence of gravitational ‘heating’ by primordial density fluctuations. This is true whether CDM or WDM is considered. Thus, if the scaling relations can be checked by simulations, this is not the case for the normalization of the initial phase-space density. Moreover, as haloes evolve from $z = 3$ to 0, the Q - σ relation becomes slightly but significantly steeper and, at a given velocity dispersion, the value of Q decreases by a factor of 4 in the same redshift interval. A recent perturbative analysis of the spherical gravitational collapse (Amarzguioui & Groth 2005) indicates that the entropy increases (e.g. the phase-space density Q decreases) in the process, as a consequence of potential energy conversion into random kinetic motions. This is in agreement with our findings, which covers the non-linear regime.

Haloes in a WDM model have, on the average, systematically higher virial ratios ($2T/|W|$) than the CDM haloes, that is, they are less relaxed. In spite of this, no significant differences are seen in the Q - σ diagram between both the dark matter models. The exponent is equal to $n = 1.96$ ($z = 3.0$) and $n = 2.13$ ($z = 0$), comparable to the values found for the CDM model.

The evolution of Q as a function of the core mass of the halo for objects included in the *accretion* and in the *merger* catalogues is shown in Fig. 2, for $z = 0$ in the case of CDM (similar results

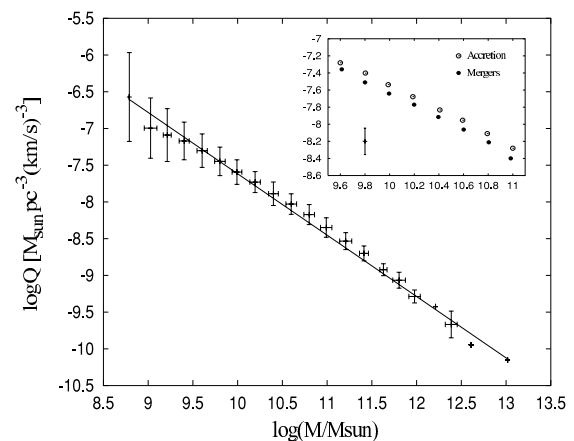


Figure 2. The phase-space density Q as a function of the core mass for haloes (CDM model) of both the catalogues at $z = 0$. The solid line shows the best fit ($Q \propto m^{-0.83}$) and the small panel shows the same plot, but discriminates objects of different catalogues. The vertical bar indicates a typical uncertainty in Q .

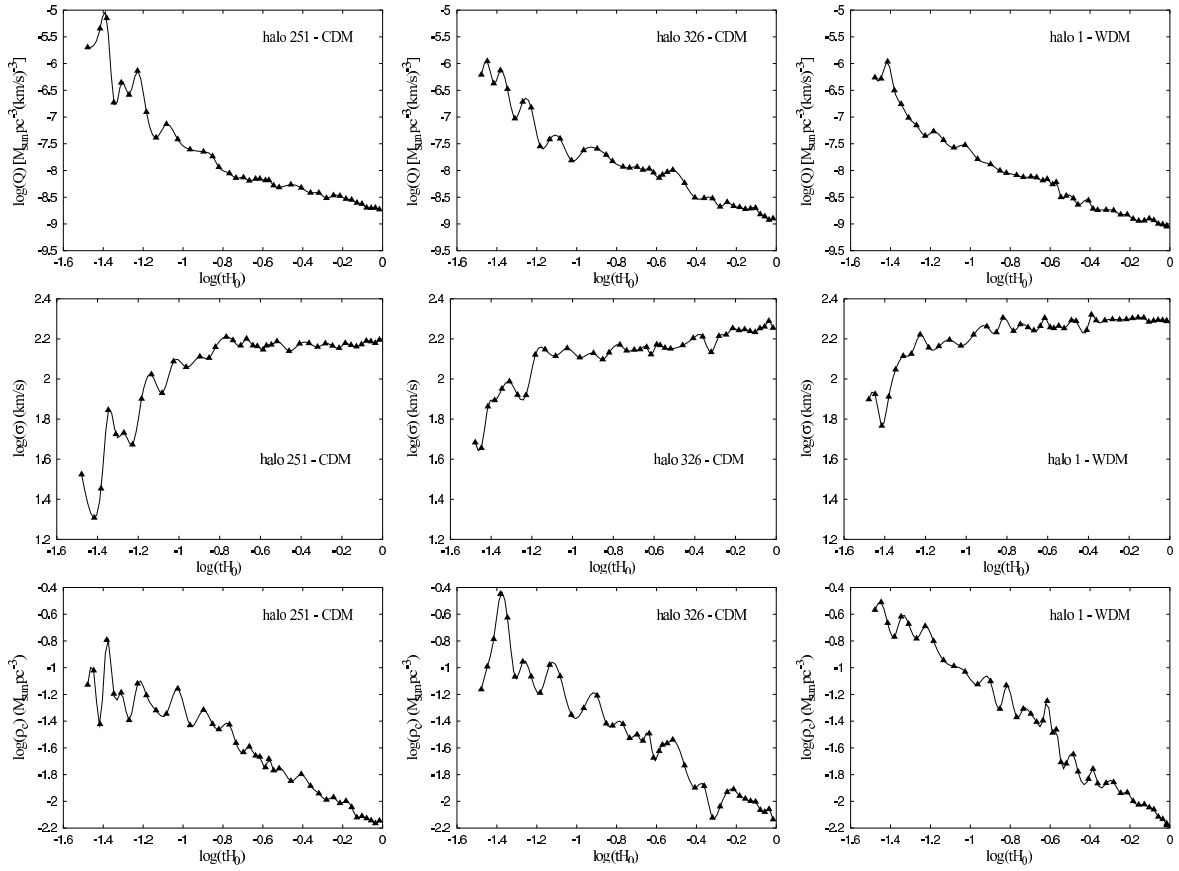
1014 *S. Peirani, F. Durier and J. A. de Freitas Pacheco*

Figure 3. The evolutions of Q , σ and ρ_c for three haloes from $z = 10$ to 0 . Panels in the first two columns concern haloes evolving in a CDM model while panels in the last column concern an example of a halo evolving in a WDM model.

are obtained for WDM). Data were binned in logarithm intervals of $\Delta \log(M/M_\odot) = 0.20$ for a higher clarity of the plot. Best-fitting solutions give $Q \propto M^{-0.80}$ for the accretion and $Q \propto M^{-0.82}$ for the merger samples, respectively. Again, using the empirical scaling relation derived from our simulated data, for example, $M \propto \sigma^{8/3}$ and the assumption that haloes evolve in quasi-equilibrium from $z = 3.0$ up to the present time, one obtains $M \propto \sigma^{-7/8}$, quite comparable to the values derived from the simulated data.

3.2 Study of individual haloes

Haloes are continuously accreting mass (violently or not). This process affects their dynamical state and contributes to decrease their phase-space density Q . Thus, scaling relations as $Q \propto \sigma^{-n}$ or $Q \propto M^{-k}$ should be considered in a statistical sense and they are not expected to describe the evolution of any particular halo, whose evolution depends on his accretion history.

In order to understand the early behaviour of the coarse-grained DF (measured by Q), 43 CDM and five WDM haloes in the mass range $M \sim 10^{11-12} M_\odot$ were followed since $z = 10$ up to the present time. Criteria to identify a given halo at different redshifts were discussed in our previous work (PMP04). For each halo, we have evaluated the phase-space density Q , the core density ρ_c and the velocity dispersion σ as a function of time. Some typical ex-

amples are exhibited in Fig. 3, where the evolution of these parameters for three individual haloes (two CDM and one WDM) is shown.

As haloes accrete mass, they approach a state of dynamical equilibrium, measured by their virial ratio $2T/|W|$, which approaches asymptotically the unity. On the one hand, their gravitational radius increases continuously and, as a consequence, the core density ρ_c decreases on the average by one order of magnitude in the interval $10 \lesssim z \lesssim 0$, for haloes in the considered mass range, indicating that the evolution of Q can not be derived by a simple homologous model. On the other hand, from $z = 10$ up to about $z \sim 6.5$, there is a rapid increase of the velocity dispersion, associated to the process of relaxation, followed by a phase of slow ‘heating’. In the early evolutionary phases, an important energy transfer from bulk to random motions occurs due to collective effects, heating all the particles, regardless their initial energies. Such a transfer by collective effects is clearly seen in merger episodes issued from the simulation S3 indicating that particles with different masses have the same final dispersion velocity. This relaxation process reduces considerably the phase-space density in a short time-interval. Q decreases, on the average, by a factor of 40 in a time-interval of about 0.5 Gyr, whereas in the next phase, which lasts about 13 Gyr, the phase-space density decreases by a factor of 20 due to phase-mixing mechanisms induced by mass-accretion processes.

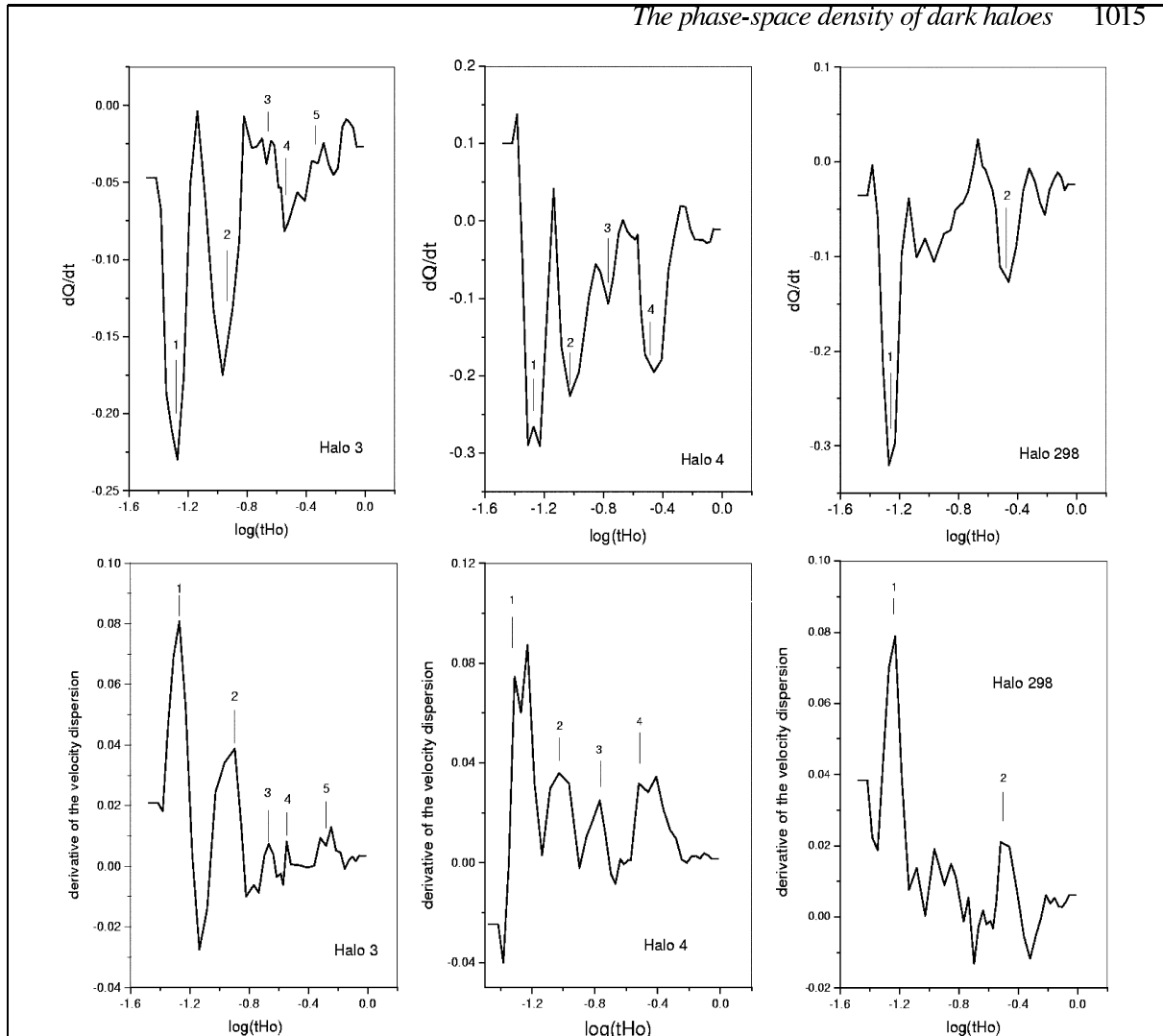


Figure 4. The evolution of the time-derivative of Q and those of the velocity dispersion for the three examples of the CDM haloes. The first event labelled 1 corresponds in general to the randomization of bulk motions, while the others correspond to merger events.

The effect of the ‘heating’ in variations of the phase-space density can be clearly seen if the time-derivatives of Q and σ are compared. The time-derivative of the velocity dispersion has, in general, clear peaks indicating phases of fast ‘heating’. The first and principal peak is associated to the ‘randomization’ of initial bulk motions and the others are associated to merger events. The amplitude of these secondary peaks depends on the mass of the captured subhalo. These events produce a sudden decrease of the coarse-grained DF and a more relaxed system, with a higher entropy. In Fig. 4, we show three examples of the CDM haloes where effects of merger events seen in the evolution of the velocity dispersion are clearly anticorrelated with phase-space density variations.

4 CONCLUSIONS

The dynamical evolution of dark matter haloes depends on their accretion history. During merger events, strong mixing effects occur

away from an equilibrium state, driven by large-scale fluctuations of the gravitational potential. In this work, we have investigated different aspects of mixing through analyses of the phase-space density Q evolution after accretion/merger events.

Our simulations indicate that for $z \leq 3.0$, the phase-space density scales as $Q \propto \sigma^{-2.1}$ and that such a scaling does not depend on the adopted dark matter model. The same behaviour is obtained for either CDM or WDM, in spite of the fact that the CDM haloes be always more relaxed, at a given redshift, than the WDM haloes of comparable mass. From the scaling relation derived from our simulations between the halo mass and the velocity dispersion, and considering also that at those redshifts haloes have virial ratios near unity, we obtain $Q \propto \sigma^{-7/3}$, consistent with the results derived directly from our numerical experiments.

Q values derived for haloes which have undergone important merger events are, on the average, slightly lower than those derived for haloes which have grown by accretion only. This is consistent

1016 *S. Peirani, F. Durier and J. A. de Freitas Pacheco*

with the expectation that violent variations of the gravitational potential, which occur in a merger event, lead to a more mixed system. Additional information about the evolution of the phase-space density Q was obtained from the follow-up of individual haloes from $z \approx 10$ up today. In the early evolutionary phases ($10 > z > 6.5$), Q decreases on the average by a factor of 40, mainly as a consequence of the randomization process of the initial bulk motions. In a late (and long) phase ($6.5 > z \geq 0$), Q decreases on the average by a factor of 20, as a consequence of the continuous mass accretion. These processes are well evidenced when the time-derivative of the phase-space density Q and that of the velocity dispersion for individual haloes are compared. There is a clear anticorrelation between these two quantities: rapid *positive* variations of the velocity dispersion, induced by merger events, are connected with a fast decrease of the phase-space density Q .

ACKNOWLEDGMENT

SP acknowledges a PhD fellowship from Université de Nice Sophia-Antipolis (UNSA) and FD acknowledges the Observatoire de la Côte d'Azur and the Conseil Régional PACA for the support of his PhD program. We thank the referee for the useful comments which have contributed to improve the text of this paper. SP thanks H. Mathis for his kindness and instructive conversations. SP also thanks E. Lagadec for 'chouchenn'.

REFERENCES

- Amarzguioui M., Groth O., 2005, *Phys. Rev. D.*, 71, 083011
 Bode P., Ostriker J. P., Turok N., 2001, *ApJ* 556, 93
 Cole S. et al., 2005, *MNRAS*, 362, 505
 Couchman H. M. P., Thomas P. A., Pearce F. R., 1995, *ApJ*, 452, 797
 Croft R. A. C., Weinberg D. H., Bolte M., Burles S., Hernquist L., Katz N., Kirkman D., Tytler D., 2002, *ApJ*, 581, 20
 Dalcanton J. J., Hogan C. J., 2001, *ApJ*, 561, 35
 Davé R., Spergel D. N., Steinhardt P. J., Wandelt D., 2001, *ApJ*, 547, 574
 de Blok W. J. G., McGaugh S. S., Bosma A., Rubin V. C., 2001, *ApJ*, 552, L23
 Gentile G., Salucci P., Klein U., Vergani D., Kalberla P., 2004, *MNRAS*, 351, 903
 Glazebrook K. et al., 2004, *Nat*, 430, 181
 Graham A. W., Merritt D., Moore B., Diemand J., Terzic B., 2005, *AJ*, submitted (astro-ph/0509417)
 Kauffmann G., White S. D. M., Guiderdoni B., 1993, *MNRAS*, 264, 201
 Klypin A., Kravtsov A. V., Valenzuela O., Prada F., 1999, *ApJ*, 522, 82
 Moore B., Ghigna S., Governato F., Lake G., Quinn T., Stadel J., Tozzi P., 1999, *ApJ*, 524, L19
 Ortega V. G., de Freitas Pacheco J. A., 1993, *AJ*, 106, 899
 Palunas P., Williams T. B., 2000, *AJ*, 120, 2884
 Peirani S., Mohayaee R., de Freitas Pacheco J. A., 2004, *MNRAS*, 348, 921 (PMP04)
 Rasia E., Tormen G., Moscardini L., 2004, *MNRAS*, 351, 237
 Salucci P., Burkert A., 2000, *ApJ*, 537, L9
 Springel V., Yoshida N., White S. D. M., 2001, *New Astron.*, 6, 79
 Taylor J. E., Navarro J. F., 2001, *ApJ*, 563, 483
 Tremaine S., Hénon M., Lynden-Bell D., 1986, *MNRAS*, 219, 285
 van de Weygaert R., 1994, *A&A*, 283, 361
 Viel M., Matarrese S., Theuns T., Munshi D., Wang Y., 2003, *MNRAS*, 340, L47
 Viel M., Haehnelt M. G., Springel V., 2004, *MNRAS*, 354, 684
 Williams L. L. R., Austin C., Barnes E., Babul A., Dalcanton J., 2004, in Dettmar R., Klein U., Salucci P., eds, *Baryons in Dark Matter Halos*. Proc. Science, <http://pos.sissa.it/astro-ph/0412442>

This paper has been typeset from a $\text{\TeX}/\text{\LaTeX}$ file prepared by the author.

Bibliographie

- [1] S. J. Aarseth. Perturbation Treatment of Close Binaries in the N-body Problem. *A&A*, 9 :64–+, November 1970.
- [2] G. Abbiendi and et al. Search for chargino and neutralino production at $\sqrt{s} = 189$ GeV at LEP. *European Physical Journal C*, 14 :187–198, 2000.
- [3] Y. Ascasibar, G. Yepes, S. Gottlöber, and V. Müller. On the physical origin of dark matter density profiles. *MNRAS*, 352 :1109–1120, August 2004.
- [4] P. Astier, J. Guy, N. Regnault, R. Pain, E. Aubourg, D. Balam, S. Basa, R. G. Carlberg, S. Fabbro, Fouchez, D.; 32 coauthors Fouchez, and 32 coauthors. The Supernova Legacy Survey : Measurement of Omega_M, Omega_Lambda and w from the First Year Data Set. *ArXiv Astrophysics e-prints*, October 2005.
- [5] D. Aubert, C. Pichon, and S. Colombi. The origin and implications of dark matter anisotropic cosmic infall on $\sim L_*$ haloes. *MNRAS*, 352 :376–398, August 2004.
- [6] J. N. Bahcall and S. Tremaine. Methods for determining the masses of spherical systems. I - Test particles around a point mass. *ApJ*, 244 :805–819, March 1981.
- [7] J. Bailin and M. Steinmetz. Internal and External Alignment of the Shapes and Angular Momenta of Λ CDM Halos. *ApJ*, 627 :647–665, July 2005.
- [8] E. A. Baltz, C. Briot, P. Salati, R. Taillet, and J. Silk. Detection of neutralino annihilation photons from external galaxies. *Physical Review D*, 61(2) :023514–+, January 2000.
- [9] J. M. Bardeen, J. R. Bond, N. Kaiser, and A. S. Szalay. The statistics of peaks of Gaussian random fields. *ApJ*, 304 :15–61, May 1986.
- [10] R. Barkana and A. Loeb. Unusually Large Fluctuations in the Statistics of Galaxy Formation at High Redshift. *ApJ*, 609 :474–481, July 2004.
- [11] J. Barnes and G. Efstathiou. *Angular momentum from tidal torques*. *ApJ*, 319 :575–600, August 1987.
- [12] J. Barnes and P. Hut. A Hierarchical O(NlogN) Force-Calculation Algorithm. *NATURE*, 324 :446–449, December 1986.
- [13] A. J. Benson, C. S. Frenk, C. G. Lacey, C. M. Baugh, and S. Cole. The effects of photoionization on galaxy formation - II. Satellite galaxies in the Local Group. *MNRAS*, 333 :177–190, June 2002.

- [14] L. Bergström, J. Edsjö, P. Gondolo, and P. Ullio. Clumpy neutralino dark matter. *Physical Review D*, 59(4) :043506–+, February 1999.
- [15] L. Bergström, P. Ullio, and J. H. Buckley. Observability of gamma rays from dark matter neutralino annihilations in the Milky Way halo. *Astroparticle Physics*, 9 :137–162, August 1998.
- [16] E. Bertschinger. COSMICS : Cosmological Initial Conditions and Microwave Anisotropy Codes. *ArXiv Astrophysics e-prints*, June 1995.
- [17] P. Bode, J. P. Ostriker, and N. Turok. Halo Formation in Warm Dark Matter Models. *Apj*, 556 :93–107, July 2001.
- [18] H. Bondi. Spherically symmetrical models in general relativity. *MNRAS*, 107 :410–+, 1947.
- [19] M. Boylan-Kolchin and C.-P. Ma. Major mergers of galaxy haloes : cuspy or cored inner density profile? *MNRAS*, 349 :1117–1129, April 2004.
- [20] R. Braun. The distribution and kinematics of neutral gas in M31. *ApJ*, 372 :54–66, May 1991.
- [21] A. G. A. Brown, H. M. Velázquez, and L. A. Aguilar. Detection of satellite remnants in the Galactic Halo with Gaia- I. The effect of the Galactic background, observational errors and sampling. *MNRAS*, 359 :1287–1305, June 2005.
- [22] J. S. Bullock, A. Dekel, T. S. Kolatt, A. V. Kravtsov, A. A. Klypin, C. Porciani, and J. R. Primack. A Universal Angular Momentum Profile for Galactic Halos. *ApJ*, 555 :240–257, July 2001.
- [23] C. Calcáneo-Roldán and B. Moore. Surface brightness of dark matter : Unique signatures of neutralino annihilation in the galactic halo. *Physical Review D*, 62(12) :123005–+, December 2000.
- [24] P. Catelan and T. Theuns. Evolution of the angular momentum of protogalaxies from tidal torques : Zel’dovich approximation. *MNRAS*, 282 :436–454, September 1996.
- [25] P. Catelan and T. Theuns. Non-linear evolution of the angular momentum of protostructures from tidal torques. *MNRAS*, 282 :455–469, September 1996.
- [26] A. D. Chernin. *Physics Usp.* 44 :1099, 2001.
- [27] S. Cole and C. Lacey. The structure of dark matter haloes in hierarchical clustering models. *MNRAS*, 281 :716–+, July 1996.
- [28] F. Combes and T. Wiklind. Gaz moléculaire froid et histoire de l’Univers. *Academie des Sciences Comptes Rendus Serie Mecanique Physique Chimie Sciences de la Terre et de l’Univers*, 325 :297–306, 1997.
- [29] H. M. P. Couchman. Mesh-refined P3M - A fast adaptive N-body algorithm. *ApJl*, 368 :L23–L26, February 1991.

-
- [30] H. M. P. Couchman, P. A. Thomas, and F. R. Pearce. Hydra : an Adaptive-Mesh Implementation of P 3M-SPH. *ApJ*, 452 :797–+, October 1995.
- [31] S. Courteau and S. van den Bergh. The Solar Motion Relative to the Local Group. *AJ*, 118 :337–345, July 1999.
- [32] R. A. C. Croft, D. H. Weinberg, M. Bolte, S. Burles, L. Hernquist, N. Katz, D. Kirkman, and D. Tytler. Toward a Precise Measurement of Matter Clustering : Ly α Forest Data at Redshifts 2-4. *ApJ*, 581 :20–52, December 2002.
- [33] J. J. Dalcanton and C. J. Hogan. Halo Cores and Phase-Space Densities : Observational Constraints on Dark Matter Physics and Structure Formation. *ApJ*, 561 :35–45, November 2001.
- [34] R. Davé, D. N. Spergel, P. J. Steinhardt, and B. D. Wandelt. Halo Properties in Cosmological Simulations of Self-interacting Cold Dark Matter. *ApJ*, 547 :574–589, February 2001.
- [35] M. Davis, G. Efstathiou, C. S. Frenk, and S. D. M. White. The evolution of large-scale structure in a universe dominated by cold dark matter. *Apj*, 292 :371–394, May 1985.
- [36] M. Davis and P. J. E. Peebles. Evidence for local anisotropy of the Hubble flow. *ARA&A*, 21 :109–130, 1983.
- [37] W. J. G. de Blok, S. S. McGaugh, A. Bosma, and V. C. Rubin. Mass Density Profiles of Low Surface Brightness Galaxies. *ApJ*, 552 :L23–L26, May 2001.
- [38] W. J. G. de Blok, S. S. McGaugh, and J. M. van der Hulst. HI observations of low surface brightness galaxies : probing low-density galaxies. *MNRAS*, 283 :18–54, November 1996.
- [39] G. de Vaucouleurs, A. de Vaucouleurs, and H. G. Corwin. *2nd reference catalogue of bright galaxies containing information on 4364 galaxies with reference to papers published between 1964 and 1975*. University of Texas Monographs in Astronomy, Austin : University of Texas Press, 1976, 1976.
- [40] D. D. Dixon, D. H. Hartmann, E. D. Kolaczyk, J. Samimi, R. Diehl, G. Kanbach, H. Mayer-Hasselwander, and A. W. Strong. Evidence for a Galactic gamma-ray halo. *New Astronomy*, 3 :539–561, November 1998.
- [41] A. Djouadi, J.-L. Kneur, and G. Moultaka. SuSpect : a Fortran Code for the Supersymmetric and Higgs Particle Spectrum in the MSSM. *ArXiv High Energy Physics - Phenomenology e-prints*, November 2002.
- [42] S. Dodelson, V. K. Narayanan, and Tegmark et al. The Three-dimensional Power Spectrum from Angular Clustering of Galaxies in Early Sloan Digital Sky Survey Data. *ApJ*, 572 :140–156, June 2002.
- [43] A. G. Doroshkevich. *Astrofizika*. 6 :581–+, 1970.
- [44] A. G. Doroshkevich, E. V. Kotok, A. N. Poliudov, S. F. Shandarin, I. S. Sigov, and I. D. Novikov. Two-dimensional simulation of the gravitational system dynamics and formation of the large-scale structure of the universe. *MNRAS*, 192 :321–337, August 1980.

- [45] G. Efstathiou, M. Davis, S. D. M. White, and C. S. Frenk. Numerical techniques for large cosmological N-body simulations. *ApJs*, 57 :241–260, February 1985.
- [46] G. Efstathiou and J. W. Eastwood. On the clustering of particles in an expanding universe. *MNRAS*, 194 :503–525, February 1981.
- [47] G. Efstathiou and S. J. Moody. Maximum likelihood estimates of the two- and three-dimensional power spectra of the APM Galaxy Survey. *MNRAS*, 325 :1603–1615, August 2001.
- [48] T. Ekholm, Y. Baryshev, P. Teerikorpi, M. O. Hanski, and G. Paturel. On the quiescence of the Hubble flow in the vicinity of the Local Group. A study using galaxies with distances from the Cepheid PL-relation. *A&A*, 368 :L17–L20, March 2001.
- [49] J. Ellis, J. L. Feng, A. Ferstl, K. T. Matchev, and K. A. Olive. Prospects for detecting supersymmetric dark matter at Post-LEP benchmark points. *European Physical Journal C*, 24 :311–322, 2002.
- [50] J. Ellis, J. L. Lopez, and D. V. Nanopoulos. Confinement of fractional charges yields integer-charged relics in string models. *Physics Letters B*, 247 :257–264, September 1990.
- [51] N. W. Evans, F. Ferrer, and S. Sarkar. A travel guide to the dark matter annihilation signal. *Physical Review D*, 69(12) :123501–+, June 2004.
- [52] N. W. Evans and M. I. Wilkinson. The mass of the Andromeda galaxy. *MNRAS*, 316 :929–942, August 2000.
- [53] N. W. Evans, M. I. Wilkinson, P. Guhathakurta, E. K. Grebel, and S. S. Vogt. Dynamical Mass Estimates for the Halo of M31 from Keck Spectroscopy. *ApJL*, 540 :L9–L12, September 2000.
- [54] G. Fabbiano. X rays from normal galaxies. *ARA&A*, 27 :87–138, 1989.
- [55] M. Fall. Internal Kinematics and Dynamics of Galaxies. *IAU Symp*, 71 :391–398, December 1983.
- [56] S. M. Fall and G. Efstathiou. Formation and rotation of disc galaxies with haloes. *MNRAS*, 193 :189–206, October 1980.
- [57] A. Falvard, E. Giraud, A. Jacholkowska, K. Jedamzik, J. Lavallo, G. Moultaq, E. Nuss, F. Piron, P. Salati, M. Sapinski, and R. Taillet. High Energy Photon Flux Prediction from Neutralino Annihilation in M 31. In *Astronomy, Cosmology and Fundamental Physics*, pages 438–+, 2003.
- [58] M. Federspiel, G. A. Tammann, and A. Sandage. The Virgo Cluster Distance from 21 Centimeter Line Widths. *ApJ*, 495 :115–+, March 1998.
- [59] J. L. Feng, K. T. Matchev, and F. Wilczek. Prospects for indirect detection of neutralino dark matter. *Physical Review D*, 63(4) :045024–+, February 2001.

-
- [60] W. Forman, C. Jones, and W. Tucker. Hot coronae around early-type galaxies. *ApJ*, 293 :102–119, June 1985.
- [61] P. Fouqué, J. M. Solanes, T. Sanchis, and C. Balkowski. Structure, mass and distance of the Virgo cluster from a Tolman-Bondi model. *A&A*, 375 :770–780, September 2001.
- [62] C. S. Frenk and S. D. M. White. The kinematics and dynamics of the galactic globular cluster system. *MNRAS*, 193 :295–311, October 1980.
- [63] T. Fukushige and J. Makino. Structure of Dark Matter Halos from Hierarchical Clustering. *ApJ*, 557 :533–545, August 2001.
- [64] J. P. Gardner. Dependence of Halo Properties on Interaction History, Environment, and Cosmology. *ApJ*, 557 :616–625, August 2001.
- [65] J. M. Gelb and E. Bertschinger. Cold dark matter. 1 : The formation of dark halos. *ApJ*, 436 :467–490, December 1994.
- [66] J. M. Gelb and E. Bertschinger. Cold dark matter. 2 : Spatial and velocity statistics. *ApJ*, 436 :491–508, December 1994.
- [67] M. J. Geller and J. P. Huchra. Groups of galaxies. III - The CfA survey. *ApJs*, 52 :61–87, June 1983.
- [68] A. M. Ghez, M. Morris, E. E. Becklin, A. Tanner, and T. Kremenek. The accelerations of stars orbiting the Milky Way’s central black hole. *NATURE*, 407 :349–351, September 2000.
- [69] S. Ghigna, B. Moore, F. Governato, G. Lake, T. Quinn, and J. Stadel. Density Profiles and Substructure of Dark Matter Halos : Converging Results at Ultra-High Numerical Resolution. *ApJ*, 544 :616–628, December 2000.
- [70] E. Giraud. Perturbation of the nearby extragalactic velocity field by the Local Group. *A&A*, 170 :1–9, December 1986.
- [71] K. Glazebrook, R. G. Abraham, P. J. McCarthy, S. Savaglio, H.-W. Chen, D. Crampton, R. Murowinski, I. Jørgensen, K. Roth, I. Hook, R. O. Marzke, and R. G. Carlberg. A high abundance of massive galaxies 3-6 billion years after the Big Bang. *Nature*, 430 :181–184, July 2004.
- [72] P. Gondolo and J. Silk. Dark Matter Annihilation at the Galactic Center. *Physical Review Letters*, 83 :1719–1722, August 1999.
- [73] J. R. I. Gott and E. L. Turner. Groups of Galaxies. III. Mass-To Ratios and Crossing Times. *ApJ*, 213 :309–322, April 1977.
- [74] F. Governato, B. Moore, R. Cen, J. Stadel, G. Lake, and T. Quinn. The Local Group as a test of cosmological models. *New Astronomy*, 2 :91–106, July 1997.
- [75] K. Griest and M. Kamionkowski. Unitarity limits on the mass and radius of dark-matter particles. *Physical Review Letters*, 64 :615–618, February 1990.

- [76] R. J. Harms, H. C. Ford, Z. I. Tsvetanov, G. F. Hartig, L. L. Dressel, G. A. Kriss, R. Bohlin, A. F. Davidsen, B. Margon, and A. K. Kochhar. HST FOS spectroscopy of M87 : Evidence for a disk of ionized gas around a massive black hole. *ApJL*, 435 :L35–L38, November 1994.
- [77] E. R. Harrison. Galaxy formation in the early Universe. *MNRAS*, 148 :119–+, 1970.
- [78] E. Hayashi, J. F. Navarro, J. E. Taylor, J. Stadel, and T. Quinn. The Structural Evolution of Substructure. *ApJ*, 584 :541–558, February 2003.
- [79] J. Heisler, S. Tremaine, and J. N. Bahcall. Estimating the masses of galaxy groups - Alternatives to the virial theorem. *ApJ*, 298 :8–17, November 1985.
- [80] A. Helmi and S. D. M. White. Building up the stellar halo of the Galaxy. *MNRAS*, 307 :495–517, August 1999.
- [81] A. Helmi and S. D. M. White. Simple dynamical models of the Sagittarius dwarf galaxy. *MNRAS*, 323 :529–536, May 2001.
- [82] A. Helmi, S. D. M. White, and V. Springel. The phase-space structure of cold dark matter haloes : insights into the Galactic halo. *MNRAS*, 339 :834–848, March 2003.
- [83] R. N. Henriksen. Coarse graining the distribution function of cold dark matter - II. *MNRAS*, 355 :1217–1236, December 2004.
- [84] H. Hetznecker and A. Burkert. The evolution of the dark halo spin parameters λ and λ' in a Λ CDM universe : the role of minor and major mergers. *MNRAS*, 370 :1905–1914, August 2006.
- [85] C. T. Hill. Monopolonium. *Nuclear Physics B*, 224 :469–490, September 1983.
- [86] C. T. Hill, D. N. Schramm, and T. P. Walker. Ultra-high-energy cosmic rays from superconducting cosmic strings. *Physical Review D*, 36 :1007–1016, August 1987.
- [87] R. W. Hockney and J. W. Eastwood. *Computer Simulation Using Particles*. Computer Simulation Using Particles, New York : McGraw-Hill, 1981, 1981.
- [88] C. M. Hoffman, C. Sinnis, P. Fleury, and M. Punch. Gamma-ray astronomy at high energies. *Reviews of Modern Physics*, 71 :897–936, July 1999.
- [89] G. L. Hoffman, D. W. Olson, and E. E. Salpeter. Dynamical models and the mass of the Virgo cluster. *ApJ*, 242 :861–878, December 1980.
- [90] F. Hoyle. in *Problems of Cosmological Aerodynamics*, eds. Burgers J.M. 1949.
- [91] J. P. Huchra and M. J. Geller. Groups of galaxies. I - Nearby groups. *ApJ*, 257 :423–437, June 1982.
- [92] R. A. Ibata, R. F. G. Wyse, G. Gilmore, M. J. Irwin, and N. B. Suntzeff. The Kinematics, Orbit, and Survival of the Sagittarius Dwarf Spheroidal Galaxy. *AJ*, 113 :634–655, February 1997.

-
- [93] J. G. Jernigan and D. H. Porter. A tree code with logarithmic reduction of force terms, hierarchical regularization of all variables, and explicit accuracy controls. *ApJs*, 71 :871–893, December 1989.
- [94] G. Jungman, M. Kamionkowski, and K. Griest. Supersymmetric dark matter. *Physics Reports*, 267 :195–373, March 1996.
- [95] I. D. Karachentsev. The Local Group and Other Neighboring Galaxy Groups. *AJ*, 129 :178–188, January 2005.
- [96] I. D. Karachentsev, A. E. Dolphin, D. Geisler, E. K. Grebel, P. Guhathakurta, P. W. Hodge, V. E. Karachentseva, A. Sarajedini, P. Seitzer, and M. E. Sharina. The M 81 group of galaxies : New distances, kinematics and structure. *A&A*, 383 :125–136, January 2002.
- [97] I. D. Karachentsev, E. K. Grebel, M. E. Sharina, A. E. Dolphin, D. Geisler, P. Guhathakurta, P. W. Hodge, V. E. Karachentseva, A. Sarajedini, and P. Seitzer. Distances to nearby galaxies in Sculptor. *A&A*, 404 :93–111, June 2003.
- [98] I. D. Karachentsev and D. I. Makarov. Local Field of Galaxy Velocities. *Astrophysics*, 44 :1–13, January 2001.
- [99] I. D. Karachentsev, M. E. Sharina, A. E. Dolphin, and E. K. Grebel. Distances to nearby galaxies around IC 342. *A&A*, 408 :111–118, September 2003.
- [100] I. D. Karachentsev, M. E. Sharina, D. I. Makarov, A. E. Dolphin, E. K. Grebel, D. Geisler, P. Guhathakurta, P. W. Hodge, V. E. Karachentseva, A. Sarajedini, and P. Seitzer. The very local Hubble flow. *A&A*, 389 :812–824, July 2002.
- [101] V. E. Karachentseva and I. D. Karachentsev. A list of new nearby dwarf galaxy candidates. *A&As*, 127 :409–419, February 1998.
- [102] V. E. Karachentseva and I. D. Karachentsev. A supplementary list of southern nearby dwarf galaxy candidates. *A&As*, 146 :359–363, November 2000.
- [103] G. Kauffmann and A. L. Melott. The void spectrum in two-dimensional numerical simulations of gravitational clustering. *ApJ*, 393 :415–430, July 1992.
- [104] S. Kazantzidis, L. Mayer, C. Mastropietro, J. Diemand, J. Stadel, and B. Moore. Density Profiles of Cold Dark Matter Substructure : Implications for the Missing-Satellites Problem. *ApJ*, 608 :663–679, June 2004.
- [105] V. A. Kilborn, R. L. Webster, L. Staveley-Smith, M. Marquarding, G. D. Banks, D. G. Barnes, R. Bhathal, W. J. G. de Blok, P. J. Boyce, Disney, and 23 coauthors. A Catalog of H I-Selected Galaxies from the South Celestial Cap Region of Sky. *AJ*, 124 :690–705, August 2002.
- [106] J. Kleyna, M. I. Wilkinson, N. W. Evans, G. Gilmore, and C. Frayn. Dark matter in dwarf spheroidals - II. Observations and modelling of Draco. *MNRAS*, 330 :792–806, March 2002.

- [107] J. T. Kleyna, M. I. Wilkinson, N. W. Evans, and G. Gilmore. First Clear Signature of an Extended Dark Matter Halo in the Draco Dwarf Spheroidal. *ApJ*, 563 :L115–L118, December 2001.
- [108] A. Klypin, A. V. Kravtsov, J. S. Bullock, and J. R. Primack. Resolving the Structure of Cold Dark Matter Halos. *ApJ*, 554 :903–915, June 2001.
- [109] A. Klypin, A. V. Kravtsov, O. Valenzuela, and F. Prada. Where Are the Missing Galactic Satellites? *ApJ*, 522 :82–92, September 1999.
- [110] A. Klypin, H. Zhao, and R. S. Somerville. Λ CDM-based Models for the Milky Way and M31. I. Dynamical Models. *ApJ*, 573 :597–613, July 2002.
- [111] A. A. Klypin and S. F. Shandarin. Three-dimensional numerical model of the formation of large-scale structure in the Universe. *MNRAS*, 204 :891–907, September 1983.
- [112] E. W. Kolb and M. S. Turner. *The early universe*. Frontiers in Physics, Reading, MA : Addison-Wesley, 1988, 1990, 1990.
- [113] J. Kormendy and K. Gebhardt. Supermassive Black Holes in Galactic Nuclei (Plenary Talk). In *AIP Conf. Proc. 586 : 20th Texas Symposium on relativistic astrophysics*, pages 363–+, 2001.
- [114] R. C. Kraan-Korteweg. The luminosity function of Virgo cluster galaxies. *A&A*, 104 :280–287, December 1981.
- [115] A. V. Kravtsov, A. A. Klypin, J. S. Bullock, and J. R. Primack. The Cores of Dark Matter-dominated Galaxies : Theory versus Observations. *ApJ*, 502 :48–+, July 1998.
- [116] G. Lemson and G. Kauffmann. Environmental influences on dark matter haloes and consequences for the galaxies within them. *MNRAS*, 302 :111–117, January 1999.
- [117] M. Loidl. Experimental Particle Dark Matter Search. *ArXiv Astrophysics e-prints*, July 2002.
- [118] D. Lynden-Bell. Statistical mechanics of violent relaxation in stellar systems. *MNRAS*, 136 :101–+, 1967.
- [119] D. Lynden-Bell. The dynamical age of the local group of galaxies. *The Observatory*, 101 :111–114, August 1981.
- [120] C.-P. Ma and E. Bertschinger. A Cosmological Kinetic Theory for the Evolution of Cold Dark Matter Halos with Substructure : Quasi-Linear Theory. *ApJ*, 612 :28–49, September 2004.
- [121] C.-P. Ma and M. Boylan-Kolchin. Are Halos of Collisionless Cold Dark Matter Collisionless? *Physical Review Letters*, 93(2) :021301–+, July 2004.
- [122] F. Macchetto, A. Marconi, D. J. Axon, A. Capetti, W. Sparks, and P. Crane. The Supermassive Black Hole of M87 and the Kinematics of Its Associated Gaseous Disk. *ApJ*, 489 :579–+, November 1997.

-
- [123] A. V. Macciò, F. Governato, and C. Horellou. The signature of dark energy on the local Hubble flow. *MNRAS*, 359 :941–948, May 2005.
- [124] S. R. Majewski, M. F. Skrutskie, M. D. Weinberg, and J. C. Ostheimer. A Two Micron All Sky Survey View of the Sagittarius Dwarf Galaxy. I. Morphology of the Sagittarius Core and Tidal Arms. *ApJ*, 599 :1082–1115, December 2003.
- [125] A. H. Maller, A. Dekel, and R. Somerville. Modelling angular-momentum history in dark-matter haloes. *MNRAS*, 329 :423–430, January 2002.
- [126] S. S. McGaugh and W. J. G. de Blok. Testing the Dark Matter Hypothesis with Low Surface Brightness Galaxies and Other Evidence. *ApJ*, 499 :41–+, May 1998.
- [127] L. Mestel. On the galactic law of rotation. *MNRAS*, 126 :553–+, 1963.
- [128] B. Moore, S. Ghigna, F. Governato, G. Lake, T. Quinn, J. Stadel, and P. Tozzi. Dark Matter Substructure within Galactic Halos. *ApJ*, 524 :L19–L22, October 1999.
- [129] B. Moore, T. Quinn, F. Governato, J. Stadel, and G. Lake. Cold collapse and the core catastrophe. *MNRAS*, 310 :1147–1152, December 1999.
- [130] T. K. Nakamura. Statistical Mechanics of a Collisionless System Based on the Maximum Entropy Principle. *ApJ*, 531 :739–743, March 2000.
- [131] J. F. Navarro and W. Benz. Dynamics of cooling gas in galactic dark halos. *ApJ*, 380 :320–329, October 1991.
- [132] J. F. Navarro, C. S. Frenk, and S. D. M. White. Simulations of X-ray clusters. *MNRAS*, 275 :720–740, August 1995.
- [133] J. F. Navarro, C. S. Frenk, and S. D. M. White. The Structure of Cold Dark Matter Halos. *ApJ*, 462 :563–+, May 1996.
- [134] J. F. Navarro, C. S. Frenk, and S. D. M. White. A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering. *ApJ*, 490 :493–+, December 1997.
- [135] J. F. Navarro, E. Hayashi, C. Power, A. R. Jenkins, C. S. Frenk, S. D. M. White, V. Springel, J. Stadel, and T. R. Quinn. The inner structure of Λ CDM haloes - III. Universality and asymptotic slopes. *MNRAS*, 349 :1039–1051, April 2004.
- [136] J. F. Navarro and M. Steinmetz. The Effects of a Photoionizing Ultraviolet Background on the Formation of Disk Galaxies. *ApJ*, 478 :13–+, March 1997.
- [137] J. F. Navarro and M. Steinmetz. Dark Halo and Disk Galaxy Scaling Laws in Hierarchical Universes. *ApJ*, 538 :477–488, August 2000.
- [138] J. F. Navarro and S. D. M. White. Simulations of dissipative galaxy formation in hierarchically clustering universes-2. Dynamics of the baryonic component in galactic haloes. *MNRAS*, 267 :401–412, March 1994.
- [139] V. G. Ortega and J. A. de Freitas Pacheco. Dark matter in SC galaxies. *AJ*, 106 :899–906, September 1993.

- [140] J. A. de Freitas Pacheco. A new determination of the peculiar Virgocentric velocity of the local group of galaxies. *AJ*, 90 :1007–1011, June 1985.
- [141] T. Padmanabhan. *Structure Formation in the Universe*. Structure Formation in the Universe, by T. Padmanabhan, pp. 499. ISBN 0521424860. Cambridge, UK : Cambridge University Press, June 1993., June 1993.
- [142] G. G. C. Palumbo, G. Tazella-Nitti, and G. Vettolani. *Catalogue of radial velocities of galaxies*. New York, Gordon and Breach Science Publishers, 1983, 592 p., 1983.
- [143] P. Palunas and T. B. Williams. Maximum Disk Mass Models for Spiral Galaxies. *AJ*, 120 :2884–2903, December 2000.
- [144] J. A. Peacock. *Cosmological Physics*. Cosmological Physics, by John A. Peacock, pp. 704. ISBN 052141072X. Cambridge, UK : Cambridge University Press, January 1999., January 1999.
- [145] P. J. E. Peebles. Origin of the Angular Momentum of Galaxies. *ApJ*, 155 :393–+, February 1969.
- [146] P. J. E. Peebles. Structure of the Coma Cluster of Galaxies. *AJ*, 75 :13–+, February 1970.
- [147] P. J. E. Peebles. . *Gen. Rel. Grav*, 3 :61–+, 1972.
- [148] P. J. E. Peebles. *The large-scale structure of the universe*. Research supported by the National Science Foundation. Princeton, N.J., Princeton University Press, 1980. 435 p., 1980.
- [149] P. J. E. Peebles. *Principles of physical cosmology*. Princeton Series in Physics, Princeton, NJ : Princeton University Press, |c1993, 1993.
- [150] S. Peirani, R. Mohayaee, and J. A. de Freitas Pacheco. The angular momentum of dark haloes : merger and accretion effects. *MNRAS*, 348 :921–931, March 2004.
- [151] W. J. Percival, C. M. Baugh, and Bland-Hawthorn et al. The 2dF Galaxy Redshift Survey : the power spectrum and the matter content of the Universe. *MNRAS*, 327 :1297–1306, November 2001.
- [152] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, R. A. Knop, P. Nugent, P. G. Castro, S. Deustua, Fabbro + 24 coauthors, and The Supernova Cosmology Project. Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae. *ApJ*, 517 :565–586, June 1999.
- [153] C. Porciani, A. Dekel, and Y. Hoffman. Testing tidal-torque theory - I. Spin amplitude and direction. *MNRAS*, 332 :325–338, May 2002.
- [154] C. Porciani, A. Dekel, and Y. Hoffman. Testing tidal-torque theory - II. Alignment of inertia and shear and the characteristics of protohaloes. *MNRAS*, 332 :339–351, May 2002.
- [155] W. H. Press and P. Schechter. Formation of Galaxies and Clusters of Galaxies by Self-Similar Gravitational Condensation. *ApJ*, 187 :425–438, February 1974.

-
- [156] E. Rasia, G. Tormen, and L. Moscardini. A dynamical model for the distribution of dark matter and gas in galaxy clusters. *MNRAS*, 351 :237–252, June 2004.
- [157] M. Ricotti. Dependence of the inner dark matter profile on the halo mass. *MNRAS*, 344 :1237–1249, October 2003.
- [158] A. G. Riess, A. V. Filippenko, and Challis et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *AJ*, 116 :1009–1038, September 1998.
- [159] H. J. Rood. Clusters of galaxies. *Reports of Progress in Physics*, 44 :1077–1079, October 1981.
- [160] H. J. Rood and J. R. Dickel. Virial properties of groups of galaxies. *ApJ*, 224 :724–744, September 1978.
- [161] H. J. Rood, V. C. A. Rothman, and B. E. Turnrose. Empirical Properties of the Mass Discrepancy in Groups and Clusters of Galaxies. *ApJ*, 162 :411–+, November 1970.
- [162] F. Roy and J. Perez. Dissipationless collapse of a set of N massive particles. *MNRAS*, 348 :62–72, February 2004.
- [163] B. S. Ryden. Galaxy formation - The role of tidal torques and dissipational infall. *ApJ*, 329 :589–611, June 1988.
- [164] P. Salati. Quintessence and the relic density of neutralinos. *Physics Letters B*, 571 :121–131, October 2003.
- [165] A. Sandage. The Light Travel Time and the Evolutionary Correction to Magnitudes of Distant Galaxies. *ApJ*, 134 :916–+, November 1961.
- [166] A. Sandage. The redshift-distance relation. IX - Perturbation of the very nearby velocity field by the mass of the Local Group. *ApJ*, 307 :1–19, August 1986.
- [167] D. Schlegel, M. Davis, F. Summers, and J. A. Holtzman. How unusual is the locally quiet Hubble flow? *ApJ*, 427 :527–532, June 1994.
- [168] L. D. Shaw, J. Weller, J. P. Ostriker, and P. Bode. Statistics of Physical Properties of Dark Matter Clusters. *ApJ*, 646 :815–833, August 2006.
- [169] P. Sikivie, I. I. Tkachev, and Y. Wang. Secondary infall model of galactic halo formation and the spectrum of cold dark matter particles on Earth. *Physical Review D*, 56 :1863–1878, August 1997.
- [170] J. Silk. Supermassive Black Holes and Galaxy Formation. *Space Science Reviews*, 100 :41–47, January 2002.
- [171] Y. Sofue and V. Rubin. Rotation Curves of Spiral Galaxies. *ARA&A*, 39 :137–174, 2001.
- [172] D. N. Spergel, L. Verde, H. V. Peiris, E. Komatsu, M. R.olta, C. L. Bennett, M. Halpern, G. Hinshaw, N. Jarosik, A. Kogut, M. Limon, S. S. Meyer, L. Page, G. S. Tucker, J. L.

- Weiland, E. Wollack, and E. L. Wright. First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Determination of Cosmological Parameters. *ApJs*, 148 :175–194, September 2003.
- [173] V. Springel, S. D. M. White, A. Jenkins, C. S. Frenk, N. Yoshida, L. Gao, J. Navarro, R. Thacker, D. Croton, J. Helly, J. A. Peacock, S. Cole, P. Thomas, H. Couchman, A. Evrard, J. Colberg, and F. Pearce. Simulations of the formation, evolution and clustering of galaxies and quasars. *NATURE*, 435 :629–636, June 2005.
- [174] F. Stoehr, S. D. M. White, V. Springel, G. Tormen, and N. Yoshida. Dark matter annihilation in the halo of the Milky Way. *MNRAS*, 345 :1313–1322, November 2003.
- [175] B. Sugerman, F. J. Summers, and M. Kamionkowski. Testing linear-theory predictions of galaxy formation. *MNRAS*, 311 :762–780, February 2000.
- [176] G. A. Tammann and A. Sandage. The infall velocity toward Virgo, the Hubble constant, and a search for motion toward the microwave background. *ApJ*, 294 :81–95, July 1985.
- [177] A. Tasitsiomi and A. V. Olinto. Detectability of neutralino clumps via atmospheric Cherenkov telescopes. *Physical Review D*, 66(8) :083006–+, October 2002.
- [178] J. E. Taylor and J. F. Navarro. The Phase-Space Density Profiles of Cold Dark Matter Halos. *ApJ*, 563 :483–488, December 2001.
- [179] P. Teerikorpi, L. Bottinelli, L. Gouguenheim, and G. Paturel. Investigations of the Local Supercluster velocity field. I - Observations close to Virgo, using Tully-Fisher distances and the Tolman-Bondi expanding sphere. *A&A*, 260 :17–32, July 1992.
- [180] P. Teerikorpi, A. D. Chernin, and Y. V. Baryshev. The quiescent Hubble flow, local dark energy tests, and pairwise velocity dispersion in a $\Omega = 1$ universe. *A&A*, 440 :791–797, September 2005.
- [181] R. C. Tolman. Effect of Inhomogeneity on Cosmological Models. *Proceedings of the National Academy of Science*, 20 :169–176, March 1934.
- [182] G. Tormen, F. R. Bouchet, and S. D. M. White. The structure and dynamical evolution of dark matter haloes. *MNRAS*, 286 :865–884, April 1997.
- [183] G. Toth and J. P. Ostriker. Galactic disks, infall, and the global value of Omega. *ApJ*, 389 :5–26, April 1992.
- [184] S. Tremaine, M. Henon, and D. Lynden-Bell. H-functions and mixing in violent relaxation. *MNRAS*, 219 :285–297, March 1986.
- [185] J. C. Tsai. The dark matter distribution of M87 and NGC 1399. *ApJL*, 413 :L59–L62, August 1993.
- [186] R. B. Tully and E. J. Shaya. Infall of galaxies into the Virgo cluster and some cosmological constraints. *ApJ*, 281 :31–55, June 1984.

-
- [187] R. B. Tully and E. J. Shaya. Workshop Garching "Evolution of the Large Scale Structure". page 333, 1998.
- [188] D. Tytler, X.-M. Fan, and S. Burles. Cosmological baryon density derived from the deuterium abundance at redshift $Z = 3.57$. *NATURE*, 381 :207–209, 1996.
- [189] T. S. van Albada, J. N. Bahcall, K. Begeman, and R. Sancisi. Distribution of dark matter in the spiral galaxy NGC 3198. *ApJ*, 295 :305–313, August 1985.
- [190] F. C. van den Bosch. The Formation of Disk-Bulge-Halo Systems and the Origin of the Hubble Sequence. *ApJ*, 507 :601–614, November 1998.
- [191] F. C. van den Bosch. The origin of the density distribution of disc galaxies : a new problem for the standard model of disc formation. *MNRAS*, 327 :1334–1352, November 2001.
- [192] F. C. van den Bosch, T. Abel, R. A. C. Croft, L. Hernquist, and S. D. M. White. The Angular Momentum of Gas in Protogalaxies. I. Implications for the Formation of Disk Galaxies. *ApJ*, 576 :21–35, September 2002.
- [193] F. C. van den Bosch, T. Abel, and L. Hernquist. The angular momentum of gas in protogalaxies - II. The impact of pre-heating. *MNRAS*, 346 :177–185, November 2003.
- [194] F. C. van den Bosch, A. Burkert, and R. A. Swaters. The angular momentum content of dwarf galaxies : new challenges for the theory of galaxy formation. *MNRAS*, 326 :1205–1215, September 2001.
- [195] F. C. van den Bosch, B. E. Robertson, J. J. Dalcanton, and W. J. G. de Blok. Constraints on the Structure of Dark Matter Halos from the Rotation Curves of Low Surface Brightness Galaxies. *aj*, 119 :1579–1591, April 2000.
- [196] F. C. van den Bosch and R. A. Swaters. Dwarf galaxy rotation curves and the core problem of dark matter haloes. *MNRAS*, 325 :1017–1038, August 2001.
- [197] L. Van Waerbeke, Y. Mellier, M. Radovich, E. Bertin, M. Dantel-Fort, H. J. McCracken, O. Le Fèvre, S. Foucaud, J.-C. Cuillandre, T. Erben, B. Jain, P. Schneider, F. Bernardeau, and B. Fort. Cosmic shear statistics and cosmology. *A&A*, 374 :757–769, August 2001.
- [198] M. Viel, M. G. Haehnelt, and V. Springel. Inferring the dark matter power spectrum from the Lyman α forest in high-resolution QSO absorption spectra. *MNRAS*, 354 :684–694, November 2004.
- [199] M. Viel, S. Matarrese, T. Theuns, D. Munshi, and Y. Wang. Dark energy effects on the Lyman α forest. *MNRAS*, 340 :L47–L51, April 2003.
- [200] A. Vilenkin and E. P. S. Shellard. *Cosmic strings and other topological defects*. Cambridge Monographs on Mathematical Physics, Cambridge : Cambridge University Press, |c1994 ISBN 0521391539., 1994.
- [201] M. Vitvitska, A. A. Klypin, A. V. Kravtsov, R. H. Wechsler, J. R. Primack, and J. S. Bullock. The Origin of Angular Momentum in Dark Matter Halos. *ApJ*, 581 :799–809, December 2002.

- [202] M. S. Warren, P. J. Quinn, J. K. Salmon, and W. H. Zurek. Dark halos formed via dissipationless collapse. I - Shapes and alignment of angular momentum. *ApJ*, 399 :405–425, November 1992.
- [203] R. H. Wechsler, J. S. Bullock, J. R. Primack, A. V. Kravtsov, and A. Dekel. Concentrations of Dark Halos from Their Assembly Histories. *ApJ*, 568 :52–70, March 2002.
- [204] S. Weinberg. Cosmological production of baryons. *Physical Review Letters*, 42 :850–853, March 1979.
- [205] S. D. M. White. Angular momentum growth in protogalaxies. *ApJ*, 286 :38–41, November 1984.
- [206] U. F. Wichoski, J. H. MacGibbon, and R. H. Brandenberger. High energy neutrino, photon, and cosmic ray fluxes from VHS cosmic strings. *Physical Review D*, 65(6) :063005–+, March 2002.
- [207] M. I. Wilkinson, J. Kleyna, N. W. Evans, and G. Gilmore. Dark matter in dwarf spheroidals - I. Models. *MNRAS*, 330 :778–791, March 2002.
- [208] R. Wojtak, E. L. Łokas, S. Gottlöber, and G. A. Mamon. Radial velocity moments of dark matter haloes. *MNRAS*, 361 :L1–L5, July 2005.
- [209] K. Yamamoto and et al. The Rydberg-Atom-Cavity Axion Search. In *Dark Matter in Astro- and Particle Physics*, pages 638–+, 2001.
- [210] P. Young. Numerical models of star clusters with a central black hole. I - Adiabatic models. *ApJ*, 242 :1232–1237, December 1980.
- [211] Y. B. Zeldovich. A hypothesis, unifying the structure and the entropy of the Universe. *MNRAS*, 160 :1P–+, 1972.
- [212] D. H. Zhao, H. J. Mo, Y. P. Jing, and G. Börner. The growth and structure of dark matter haloes. *MNRAS*, 339 :12–24, February 2003.

Aspects dynamiques et physiques de la matière noire

Sébastien Peirani

Résumé

Ce travail consiste à étudier la dynamique des halos de matière noire ainsi que la possibilité de détecter les rayons- γ qui proviennent de l'annihilation des neutralinos, supposés être les constituants de la matière noire (DM). Dans un premier temps, des simulations numériques ont été réalisées dans le cadre du modèle Λ CDM. Nous avons en particulier étudié les effets de l'accrétion et de la fusion sur l'évolution du moment cinétique des halos et leur relaxation dynamique. Nos résultats indiquent que les halos acquièrent du moment cinétique principalement par transfert de moment cinétique orbital durant des phases d'accrétion/fusion plutôt que par les effets de marée. Dans un deuxième temps, nous avons étudié les effets de l'inclusion du terme de la constante cosmologique dans le modèle d'effondrement gravitationnel sphérique de Tolman-Lemaître et déduit les masses pour des groupes de galaxies proches, notamment le Groupe Local et l'amas de Virgo. Notre procédure a mené à une nouvelle évaluation de la constante de Hubble en bon accord avec les récentes déterminations par d'autres méthodes. Finalement, nous avons prédit le flux des rayons- γ à partir de différentes sources telles que M31, M81, la galaxie du Dragon et la galaxie du Sagittaire et leur détectabilité par le futur satellite GLAST. L'analyse de la détection ou non à différents seuils d'énergie nous a permis d'imposer des contraintes sur la masse du neutralino ainsi que sur la distribution spatiale de la DM dans ces objets.

Abstract

This work aims to study the dynamics of dark matter halos as well as the possibility of detection of γ -rays resulting from the annihilation of neutralinos, supposed to be the constituent of dark matter (DM). In a first step, numerical simulations have been performed in the context of the Λ CDM cosmology and we have studied the effects of merger/accretion on the angular momentum evolution of halos and their dynamical relaxation. Our results indicate that halos acquire angular momentum essentially by the transfer of orbital angular momentum to spin during merger/accretion events rather than by tidal torques. In a second step, we have studied the effects of the inclusion of a cosmological constant term in the spherical Tolman-Lemaître collapse model and re-derived masses for some nearby groups of galaxies, in particular the Local Group and Virgo. Our procedure yields a new evaluation of the Hubble constant in quite agreement with recent determination by other methods. Finally, we have predicted γ -rays fluxes from different sources as M31, M87, Draco and Sagittarius and their detectability by the forthcoming GLAST satellite. The analysis of detection or not at different energy thresholds allows to constraint the neutralino mass and the spatial distribution of DM in those objects.

