

Observatoire Astronomique  
de Strasbourg

# THESE DE DOCTORAT

présentée par

**Arnaud Siebert**

le 15 avril 2003

pour obtenir le grade de Docteur de l'Université Louis Pasteur

spécialité : Astrophysique

---

## Structure et dynamique des disques de la Galaxie

---

Directeur de thèse : Olivier Bienaymé  
Co-Directeur de thèse : Christophe Pichon  
Rapporteurs : Agnès Acker  
Michel Crézé  
Gerard Gilmore  
Examineur : Ana Gómez



*À ma famille*



# Merci à . . .

Tout d'abord, je voudrais remercier Olivier et Christophe qui m'ont encadré, guidé et encouragé, sans jamais rien m'imposer, tout au long de ces années de thèse. Le fait d'avoir pu bénéficier de vos connaissances et de votre expérience a été un atout majeur dans le bon déroulement de cette thèse.

Je tiens ensuite à remercier les membres de mon jury, Agnès Acker, Michel Crézé, Ana Gòmez et Gerard Gilmore pour avoir accepté de juger mon travail. Vos commentaires sur le manuscrit et sur la présentation me seront d'une aide précieuse pour les années à venir. Je tiens tout particulièrement à remercier Agnès Acker pour m'avoir accueilli au sein du DEA et de m'avoir permis d'effectuer cette thèse (me retrouver pendant mon service militaire - afin de lancer la procédure - n'a pas dû être évident).

Je veux également remercier ici les différentes personnes avec qui j'ai eu l'occasion de discuter et de collaborer au cours de ces trois années. Plus particulièrement, merci à Caroline Soubiran, avec qui la première partie de cette thèse a été réalisée. Merci également à Eric Thiébaud pour ses conseils sur l'inversion et pour m'avoir expliqué différentes façons d'imposer la positivité dans une inversion. Si je n'ai pas encore utilisé ces méthodes, cela ne saurait tarder.

Merci également à tout le personnel de l'observatoire, en particulier Jean-Yves et Thomas pour avoir toujours répondu à toutes mes questions et mes problèmes informatiques, ainsi qu'à Sandrine et Estelle pour leur aide précieuse dans les méandres administratifs.

Je souhaiterais également remercier Joe Silk pour m'avoir accueilli à l'université d'Oxford pendant les six derniers mois de cette thèse. Merci également à James Binney pour m'avoir encadré durant cette période et initié aux joies des simulations numériques et de la dynamique du gaz dans les potentiels barrés. Ces six mois passés à Oxford n'auraient sans doute pas été pareils sans le chaleureux accueil du "petit" groupe de Français là-bas, donc merci Céline, Jérémy, Julien, Adrienne (quoique Américaine), Marian et Hugues.

Ces remerciements ne seraient pas complets sans une référence à ma famille et à Stéphanie qui m'ont soutenu et aidé tout au long de la thèse et des longues années d'études qui ont précédé. Veuillez trouver ici l'expression de toute ma gratitude qui,

si elle n'est jamais avouée, est bien réelle.

Enfin, je voudrais remercier mes amis (de l'observatoire et d'ailleurs) pour les nombreux moments passés ensemble, pendant cette thèse, autour d'un verre (souvent plusieurs), d'un repas ou d'un café, à refaire l'univers (ou pas). Donc, merci Sébastien, Caroline, Jérôme, Philippe, Sandrine, Jean-Luc, Dominique, Pierre, Anais, Patrick, Manu, Armelle, Antony, Frédéric, Polo, Jéjé.

Merci à tous

# Table des matières

<b>Avant Propos</b>	<b>1</b>
<b>1. Structure et évolution des disques de la Galaxie</b>	<b>19</b>
<b>1. Introduction</b>	<b>21</b>
1.1. Les sphéroïdes . . . . .	21
1.1.1. Le bulbe . . . . .	21
1.1.2. Le halo . . . . .	23
1.2. Les disques . . . . .	25
1.2.1. Le disque mince . . . . .	25
1.2.1.1. Structure . . . . .	25
1.2.1.2. Cinématique . . . . .	28
1.2.1.3. Fonction de luminosité et distribution de la métallicité	31
1.2.2. Le disque épais . . . . .	33
1.2.2.1. Structure . . . . .	33
1.2.2.2. Cinématique . . . . .	34
1.2.2.3. Fonction de luminosité et métallicité . . . . .	34
<b>2. Construction de l'échantillon</b>	<b>39</b>
2.1. Sélection de l'échantillon . . . . .	39
2.2. Détermination des paramètres stellaires . . . . .	41
2.3. Séparation naines–géantes . . . . .	42
2.4. Caractéristiques des échantillons . . . . .	43
<b>3. La sphère locale Hipparcos</b>	<b>49</b>
3.1. Correction du biais de Lutz-Kelker . . . . .	49
3.2. Détermination de la fonction de luminosité de l'échantillon Hipparcos	53
3.3. Caractéristiques du champ . . . . .	56
<b>4. Populations stellaires et cinématique des disques</b>	<b>59</b>
4.1. Cinématique des disques . . . . .	59
4.1.1. Propriétés de l'échantillon : vitesses moyennes et dispersion de vitesse . . . . .	60
4.1.2. Comparaison au modèle de Besançon . . . . .	60

4.1.3. Décomposition en populations gaussiennes . . . . .	65
4.2. Ellipsoïde des vitesses . . . . .	67
4.3. Le disque mince et le disque épais dans l'échantillon . . . . .	70
<b>5. Potentiel vertical et densité locale de matière</b>	<b>73</b>
5.1. $K_z$ et densité locale de matière . . . . .	73
5.2. Méthode du maximum de vraisemblance . . . . .	76
5.2.1. Echantillon Hipparcos . . . . .	77
5.2.2. Echantillons PNG . . . . .	78
5.3. Densité locale et potentiel vertical . . . . .	81
5.3.1. Ajout de la contrainte sur la limite de Oort . . . . .	83
<b>6. Evolution chimique</b>	<b>91</b>
6.1. Propriétés chimiques des échantillons . . . . .	92
6.2. Détermination du taux de formation d'étoiles . . . . .	94
6.2.1. Relation âge-métallicité . . . . .	95
6.2.2. Relation âge-dispersion de vitesse . . . . .	96
6.2.3. Prise en compte de l'évolution stellaire . . . . .	99
6.3. Résultats . . . . .	101
<b>7. Conclusions de la première partie</b>	<b>105</b>
<b>Article 1</b>	<b>109</b>
<b>Article 2</b>	<b>123</b>
<b>II. Méthode de détermination de la fonction de luminosité locale</b>	<b>137</b>
<b>8. Introduction</b>	<b>139</b>
<b>9. Le problème inverse</b>	<b>145</b>
9.1. L'équation de la statistique stellaire . . . . .	145
9.2. Dégénérescence . . . . .	146
9.2.1. Cas d'une population stellaire simple. . . . .	146
9.2.2. Cas d'une superposition de populations stellaires. . . . .	147
9.3. Méthode de reconstruction de la fonction de luminosité . . . . .	148
<b>10. Fonction de distribution du disque</b>	<b>153</b>
10.1. Modèle épicyclique . . . . .	153
10.1.1. Modèle de Bienaymé & Séchaud (1997) . . . . .	153
10.1.2. Passage en coordonnées galactiques . . . . .	156
10.2. Validation sur les données locales . . . . .	158



---

<b>11. Positivité et minimisation sous contrainte du problème non-linéaire</b>	<b>161</b>
11.1. Effet du rapport signal sur bruit . . . . .	161
11.2. Imposer la positivité . . . . .	164
11.3. Impact de la positivité sur la reconstruction . . . . .	165
<b>12. Validation de la méthode</b>	<b>169</b>
12.1. Simulation de pseudo-comptages . . . . .	169
12.2. Résultats . . . . .	171
<b>13. Conclusions de la seconde partie</b>	<b>175</b>
<b>Article 3</b>	<b>177</b>
<b>14. Conclusion Générale &amp; Perspectives</b>	<b>193</b>
<b>Table des figures</b>	<b>207</b>
<b>Liste des tables</b>	<b>211</b>



# Avant-Propos

Cet avant-propos est largement inspiré de deux articles de revue : Freeman & Bland-Hawthorn (2002) qui place la formation de la Voie Lactée dans le contexte cosmologique de la formation hiérarchique des galaxies, et Majewski (1993) basé sur une explication plus classique de la formation des galaxies. Le lecteur est renvoyé à ces deux articles pour de plus amples détails.

## Quelques généralités sur les galaxies

Une galaxie est un ensemble de  $10^6$  à  $10^{13}$  étoiles et de gaz liés par la gravitation et dont la découverte est assez récente. En effet, le caractère extragalactique des “nébuleuses”, que les astronomes observaient dans le ciel, a été prouvé par Hubble en 1922 . Il a montré que la distance à la galaxie d’Andromède (M31) la place en dehors de la limite de notre Galaxie. Depuis cette première détermination de la nature extragalactique des galaxies, de nombreux catalogues ont été produits pour répertorier les galaxies et les classer en fonction de leur forme (par exemple de Vaucouleurs et al. (1991) et Sandage & Bedke (1994)). De grands programmes internationaux ont également été mis en place pour mesurer leurs distances via la mesure du décalage vers le rouge, avec notamment le Sloan Digital Sky Survey<sup>1</sup> qui a mesuré le décalage vers le rouge de près de 100 millions de galaxies sur 1/4 du ciel.

Lorsque l’on regarde la distribution des galaxies en fonction de la distance (ou décalage vers le rouge), on remarque qu’elles sont regroupées en amas et distribuées le long de filaments (voir fig. 1). Ce point est important, non seulement pour contraindre les modèles d’univers via la formation des grandes structures (du domaine de la cosmologie), mais également pour comprendre l’évolution des galaxies, comme nous le verrons plus tard dans cet avant-propos.

Les galaxies possèdent une grande variété de formes : elliptiques, spirales ou irrégulières pour citer les morphologies principales. Les galaxies spirales sont des systèmes aplatis et riches en gaz avec des structures appelées bras spiraux qui leurs donnent leurs noms. Un exemple de galaxie spirale est donné dans la fig. 2. Si les galaxies spirales font partie des objets les plus impressionnant visuellement, elles ne représentent que  $\sim 30\%$  des galaxies connues. Les galaxies, dans leur majorité, ont une forme elliptique et ne présentent ni de bras spiral ni de disque dans leur morphologie.

---

<sup>1</sup><http://www.sdss.org>

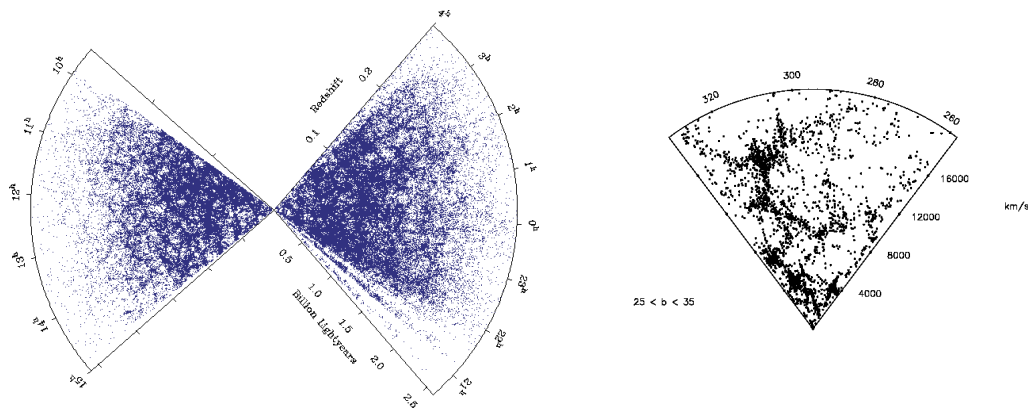


FIG. 1.: Répartition des galaxies dans le survey 2dF galaxy redshift survey ([http://www.roe.ac.uk/japwww/2df/2df\\_main.html](http://www.roe.ac.uk/japwww/2df/2df_main.html) figure de gauche) et dans le FLAIR Shapley/Hydra survey ([http://www.sr.bham.ac.uk/~somak/research/flair\\_survey.html](http://www.sr.bham.ac.uk/~somak/research/flair_survey.html) figure de droite). On remarque dans ces figures que les galaxies ne sont pas distribuées uniformément à faible décalage vers le rouge mais suivent des structures filamentaires. A grand décalage vers le rouge (plus loin dans le temps) la distribution s'homogénéise et l'univers est isotrope.

La distribution des morphologies est liée à l'évolution des galaxies d'une manière qui n'est pas encore totalement comprise. Dans une première tentative pour relier la morphologie à l'évolution des galaxies, Hubble (1936) a proposé le diagramme de la fig. 3 où les galaxies sont sensées évoluer de la gauche vers la droite. Néanmoins, on pense maintenant que les galaxies peuplent ce diagramme en fonction de leurs interactions. Les disques se forment en premier, puis les galaxies elliptiques par la fusion/interaction de galaxies au sein des amas qui peuplent les filaments des grandes structures. Enfin, quand une galaxie ne rencontre plus d'interaction majeure, le gaz accrété permet de reformer un disque et la galaxie remonte dans le diagramme vers les galaxies de type S. On continue cependant à appeler les galaxies dans la partie gauche du diagramme les galaxies de type précoce, et celles dans la partie droite les galaxies de type tardif. La classification de Hubble (basée sur la morphologie) est encore largement utilisée de nos jours avec les dénominations E0-E7 pour les galaxies elliptiques (le chiffre correspond au degré d'aplatissement), Sa-Sc pour les galaxies spirales et SBa-SBc pour les galaxies spirales barrées.

## La Voie Lactée parmi les galaxies

La Voie Lactée (ou la Galaxie avec un G majuscule) est une galaxie spirale de type SBb/c dans la classification de Hubble (fig. 3). Elle fait partie d'un amas de galaxies nommé le groupe local (fig. 4) qui comprend environ une trentaine de membres (Grebel 2001). Il se peut toutefois que des membres à faible brillance de surface n'aient pas encore été détectés. La Voie Lactée est la deuxième galaxie la plus massive

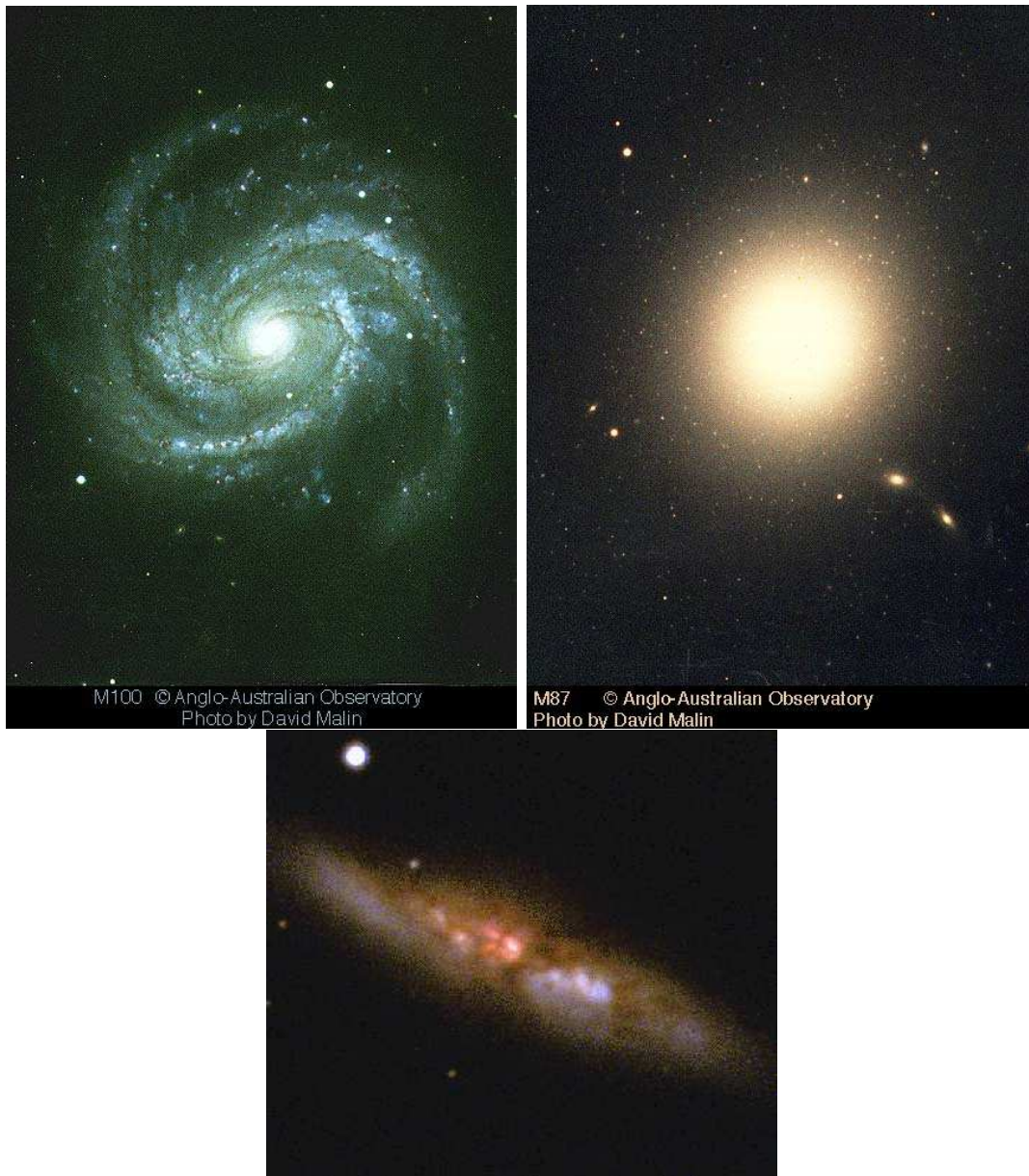


FIG. 2.: En haut à gauche, un exemple de galaxie spirale : M100 (objet n° 100 dans le catalogue de Messier). A droite, M87 qui est une galaxie elliptique géante se trouvant au centre de l'amas de la vierge. En bas, M82 une galaxie irrégulière. Les images des galaxies présentées dans cette partie sont issues du site internet <http://csep1.phy.ornl.gov/guidry/violence/galaxies-info.html>.

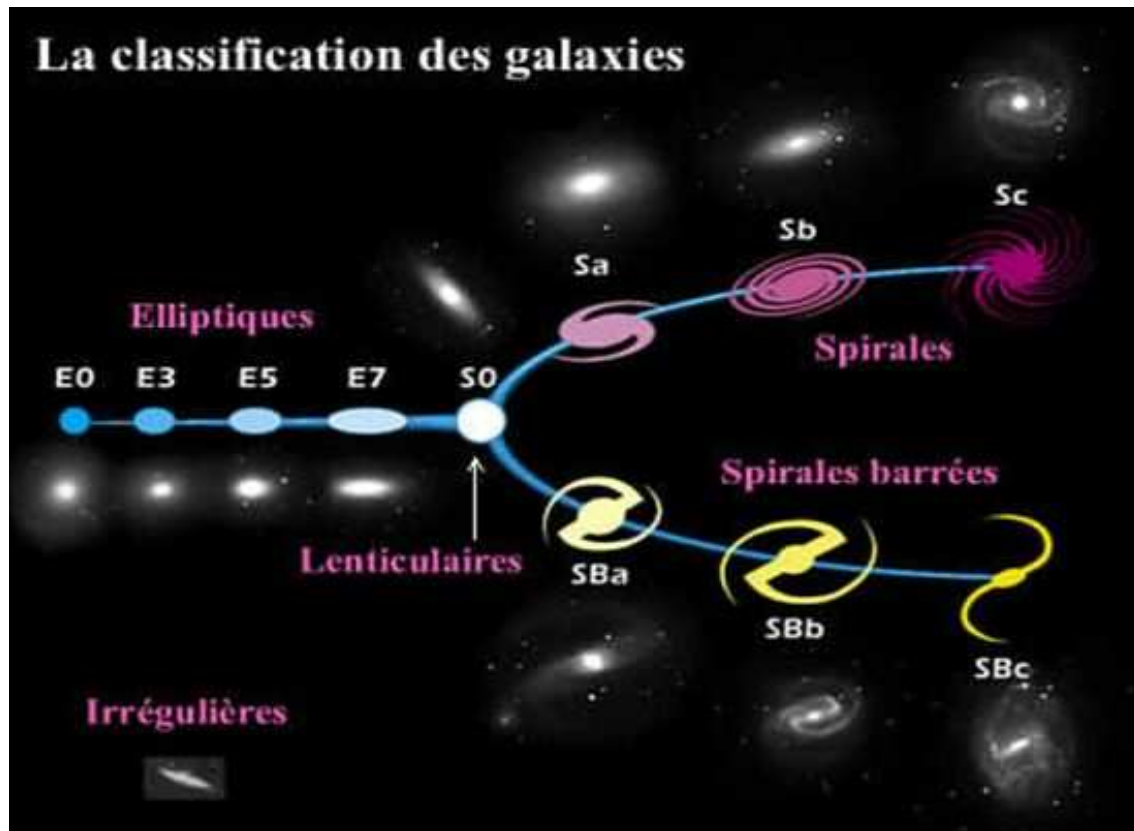


FIG. 3.: Classification de Hubble des Galaxies. (figure extraite de <http://perso.club-internet.fr/jrosu/univers/galaxies/classification/classification.htm>).

du groupe local après la galaxie d'Andromède (ou Messier 31), qui est également une galaxie spirale. Une vue schématique de ce à quoi pourrait ressembler notre Galaxie est donnée par la figure 5 qui montre clairement les différentes composantes de la Voie Lactée. On distingue notamment le disque avec ses bras spiraux, le bulbe et la barre centrale ainsi que le halo peuplé d'amas globulaires <sup>2</sup>.

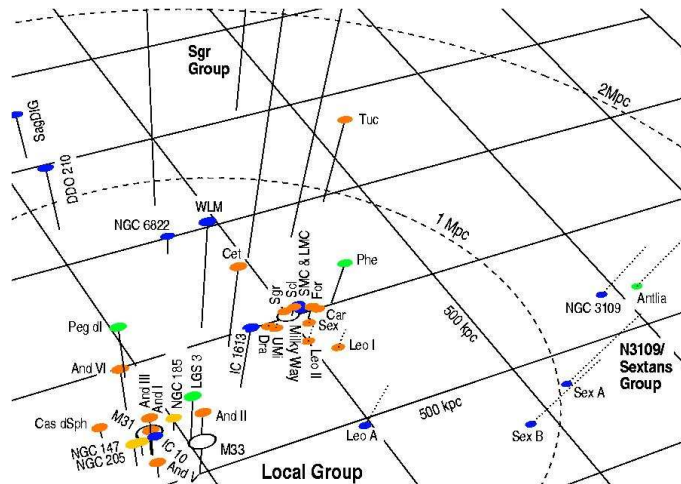


FIG. 4.: Le groupe local (amas de galaxie) auquel appartient la Voie Lactée. Le groupe local est composé d'environ 30 galaxies dont les deux plus importantes (en terme de masse) sont la galaxie d'Andromède et la Voie Lactée. (figure tirée de [http://www.astro.uu.se/~ns/local\\_group.html](http://www.astro.uu.se/~ns/local_group.html))

Une notion importante lorsque l'on traite des galaxies est la notion des populations stellaires. Celle-ci a été introduite dans les années 40 par Både, suite à une étude montrant que les propriétés du bulbe de M31 (la galaxie d'Andromède) sont similaires à celles de la Voie Lactée. Les populations stellaires se réfèrent maintenant aux différentes composantes que l'on observe dans les galaxies extérieures comme le bulbe, le(s) disque(s) ou encore le halo. Elles se divisent en deux classes principales : les sphéroïdes comprenant le bulbe et le halo, et les disques (dans le cas de notre Galaxie, on parle des disques minces et du disque épais). Une introduction plus détaillée des populations stellaires sera donnée au chapitre 1.

## La formation et l'évolution des galaxies

### La formation hiérarchique des galaxies

Depuis les avancées de la cosmologie théorique au début des années 70, notre vue sur la formation des galaxies a fondamentalement changé. En effet, on pensait que les galaxies s'étaient formées peu après le big bang et avaient évolué jusqu'à

<sup>2</sup>Un amas globulaire est un ensemble de  $10^4$  à  $10^6$  étoiles gravitationnellement liées

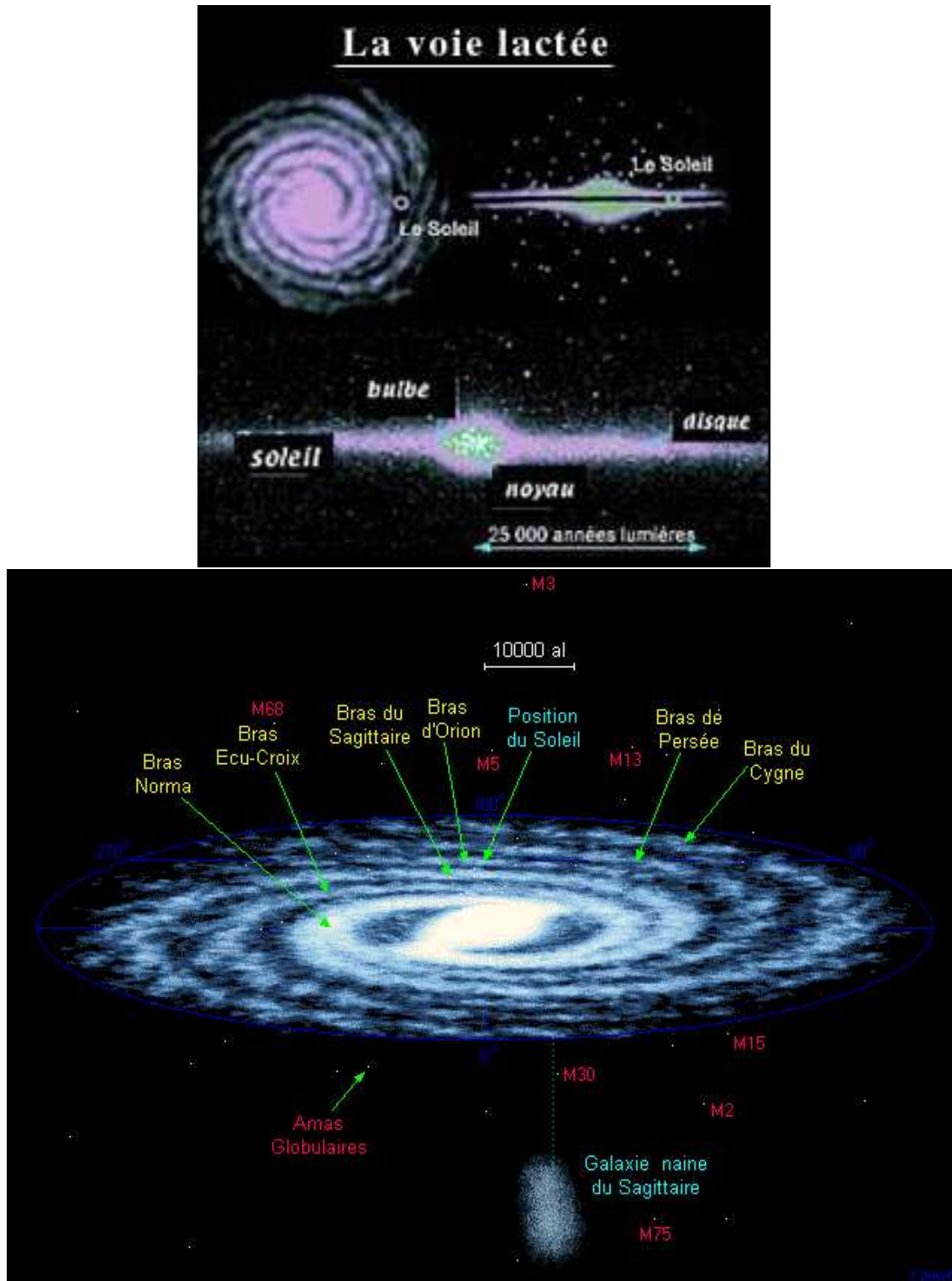


FIG. 5.: Vue schématique de la structure de la Voie Lactée. On distingue dans cette représentation les bras spiraux dans le disque, le bulbe et la barre dans la partie centrale (figures extraites de <http://www.multimania.com/blackden/avenement.html> et <http://atunivers.free.fr/galaxy.html>).



aujourd'hui sans (ou presque sans) heurt. Néanmoins, on pense (sait) aujourd'hui que l'évolution des galaxies n'est pas aussi simple.

L'idée d'une formation hiérarchique des galaxies est apparue dans la première moitié des années 70 avec les travaux de Peebles (1974), Press & Schechter (1974) ou encore White & Rees (1978). Ces travaux se situaient dans le contexte des modèles de formation des grandes structures avec la matière noire froide (CDM pour Cold Dark Matter)<sup>3</sup>. Dans ce modèle, les halos de matière noire évoluent et fusionnent entre eux au cours du temps. A  $z = 0$  (c'est-à-dire aujourd'hui), cette évolution conduit à la formation de structures filamentaires semblables à celles observées pour la distribution des galaxies (cf. fig. 1). Les galaxies, quant-à elles, se forment dans les halos peu après la formation de ces derniers par refroidissement des baryons (la matière ordinaire). Elles interagissent au fur et à mesure que les halos fusionnent. La fig. 6 montre un exemple d'arbre de fusion d'un halo de matière noire dans une simulation de type  $\Lambda$ CDM (matière noire froide plus constante cosmologique). En partant du bas de la figure et en remontant l'arbre, on peut suivre l'histoire de fusion de ce halo et ses différentes interactions jusqu'au début de la simulation (ici à  $z = 40$ ). Dans ce contexte, l'histoire d'une galaxie, dans le halo final, est plus compliquée qu'une simple évolution autonome. De plus, la probabilité qu'une galaxie se soit formée et n'ait subi aucune perturbation jusqu'à aujourd'hui est faible. Les galaxies sont donc principalement modelées par les interactions et la fusion de galaxies plus petites au cours du temps. Pour plus de détails sur la formation hiérarchique des galaxies, le lecteur peut se référer aux articles suivant Bond et al. (1991), Peebles (1971), Lacey & Cole (1993) et Lacey & Cole (1994). Néanmoins, on notera que le modèle CDM semble prédire plus de satellites autour d'une galaxie telle que la Voie Lactée qu'il n'est actuellement observé (Kauffmann et al. (1993), Moore et al. (1999), voir également Stoehr et al. (2002) pour un avis contraire).

## Formation de la Voie Lactée

**Modèle de formation du Halo** La formation de la Galaxie n'a pu être étudiée qu'à partir des années 1950. En effet, les premiers modèles d'évolution et de formation de la Galaxie n'ont pu être développés qu'après les grandes avancées théoriques de l'évolution stellaire. On notera en particulier la nucléosynthèse, production des éléments chimiques autres que les éléments primordiaux par la fusion au cœur des étoiles (Burbidge et al. 1957), et la détermination des âges des groupes d'étoiles par l'utilisation des diagrammes couleur-magnitude (Sandage & Schwarzschild 1952).

Les premiers modèles de formation de la Galaxie se sont focalisés sur le halo avec notamment les travaux de Eggen et al. (1962) (ELS) dont les hypothèses et les

---

<sup>3</sup>Le concept de la matière noire ou de masse manquante est assimilé à Zwicky (1937), qui en comparant la masse lumineuse de galaxies distantes à la masse déduite de leurs mouvements (dynamique), trouva que la détermination dynamique prédisait une masse 400 fois supérieure à l'estimation de la masse visible. Aujourd'hui, on estime qu'environ 90% de la masse se trouve sous la forme d'une composante sombre.

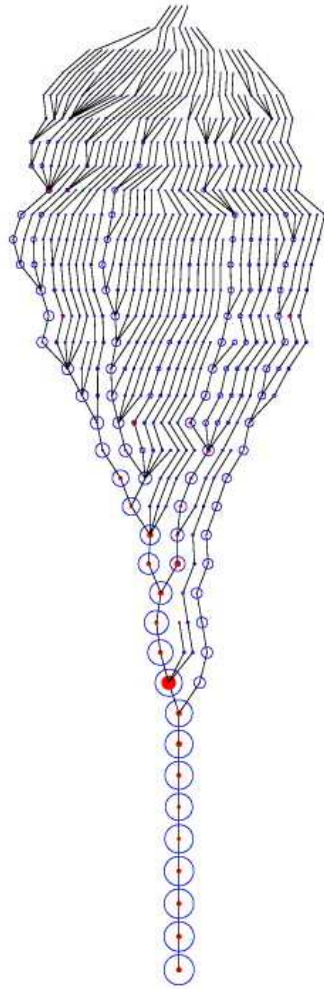


FIG. 6.: Arbre de fusion des halos de matière noire issu d'une simulation cosmologique de matière noire froide (Wechsler et al. 2002). Dans la théorie de la formation hiérarchique des galaxies, celles-ci se forment à l'intérieur de ces halos de matière noire et interagissent après la fusion de ces derniers. Le halo du bas est observé dans la simulation à  $z = 0$  et en remontant l'arbre on remonte son histoire avec ses fusions successives au cours de la simulation.

résultats ont été précisés par Sandage (1990). A partir d'un échantillon d'étoiles à grandes vitesses, pour lesquelles ils ont obtenu la vitesse radiale, l'excès d'émission en ultra-violet (corrélée à la métallicité), l'énergie verticale de l'orbite, le moment angulaire  $L_z$  ainsi que les excentricités, ils ont estimé que le halo s'est formé au cours d'un effondrement rapide et uniforme (chute libre) du nuage proto-galactique sur une échelle de temps de l'ordre de  $10^8$  années. Ce résultat était fondé sur la corrélation entre le moment angulaire et les différentes quantités précitées<sup>4</sup>. L'effondrement n'a cependant pas pu être aussi important dans la direction radiale que dans la direction verticale à cause de la conservation du moment angulaire. L'interaction et les collisions entre les atomes et molécules des nuages (de gaz) ont permis au gaz de "s'agglomérer" dans un système aplati en rotation formant le disque. Néanmoins, ce modèle ne permet pas d'expliquer la présence d'étoiles avec de faibles excentricités et de faibles métallicités. Ceci a poussé Isobe (1974), dans une réanalyse plus fine des données de Eggen et al. (1962), à proposer un effondrement plus lent.

En 1977, ce modèle a été remis en cause par Searle & Zinn (1978) qui ont noté que les amas globulaires ont une dispersion en métallicité importante et indépendante du rayon au centre de la Galaxie<sup>5</sup>. Ce fait est incompatible avec le modèle de formation proposé par Eggen et al. (1962) qui prédit une dispersion en âge de quelques milliards d'années (2-3 Gyr). Searle & Zinn (1978) ont alors proposé que le halo se soit formé par la fusion de fragments indépendants, d'une masse de l'ordre de  $10^8 M_\odot$  et, qui ont évolué indépendamment jusqu'à la fusion. Ce modèle de formation peut être directement relié avec la formation hiérarchique des galaxies qui implique également que les galaxies se soient formées par la fusion et l'accrétion de satellites.

Un exemple remarquable de ce type de fusion a été apporté par Ibata et al. (1994, 1995) avec la découverte de la galaxie du Sagittaire. Cette galaxie, cachée derrière le bulbe de la Galaxie, est en phase d'accrétion par la Voie Lactée. Elle laisse une queue de marée dans le halo qui a depuis été détectée de nombreuses fois (Ibata et al. 2001a, 2002, Dohm-Palmer et al. 2001, Majeski 1999, Newberg et al. 2002, Kundu et al. 2002). La figure 7 montre la détection de cette trainée comme une surdensité dans les comptages d'étoiles (figure de Ibata et al. (2002) à partir des données du survey 2MASS). Ce phénomène n'est pas unique et a pu être observé dans une galaxie extérieure : des débris de satellites ont été observés dans le halo de la galaxie d'Andromède (Ibata et al. 2001b, Ferguson et al. 2002). Ceci montre que l'évolution/formation des galaxies est toujours en cours et supporte le scénario

---

<sup>4</sup>le moment angulaire et l'excentricité de l'orbite sont des invariants adiabatiques (Binney & Tremaine (1987) § 3.6, Binney & Merrifield (1998) § 10.7) et ne varient pas si le potentiel change lentement. La corrélation entre la métallicité (indicateur d'âge) et ces grandeurs implique que, soit le potentiel a varié brutalement, soit les étoiles de faible métallicité se sont formées sur des orbites plus excentriques.

<sup>5</sup>La Galaxie contient environ 150 amas globulaires, qui sont classés en deux sous-groupes avec  $[Fe/H] < 0.8$  (qui forment les amas globulaires du halo, les amas globulaires de type F) et  $[Fe/H] \geq 0.8$  (qui constituent les amas du disque, amas globulaires de type G) (Zinn 1985, Armandroff 1989).

hiérarchique. L'accrétion de ces satellites chauffe dynamiquement le disque pouvant entraîner la formation d'un disque épais ce que nous verrons dans le paragraphe suivant. Or, dans la Galaxie, le disque mince est la population dominante. Ceci implique que la plupart des phases d'accrétion ont eu lieu avant la formation du disque épais (il y a environ 10-12 milliards d'années). Ainsi, il est peu probable d'observer directement une galaxie satellite dans sa phase d'accrétion par la Voie Lactée (comme la galaxie du Sagittaire). Néanmoins, on peut encore observer aujourd'hui les reliques de ces satellites dans l'espace des phases, car elles ne sont pas dynamiquement mélangées (Helmi & White 1999).

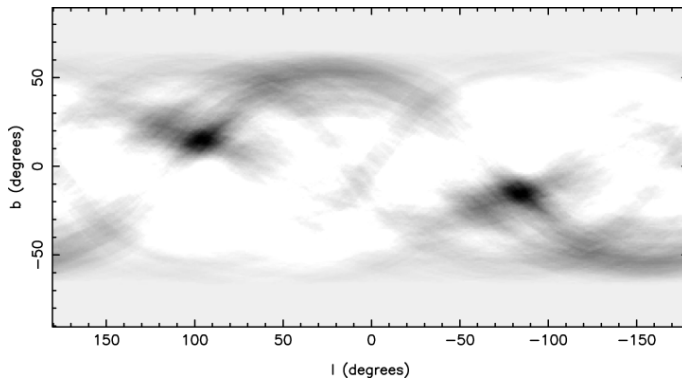


FIG. 7.: Détection de la trainée du Sagittaire dans les données 2MASS par Ibata et al. (2002). La trainée apparaît dans cette figure comme une surdensité le long de grands cercles dans les coordonnées Galactiques  $(\ell, b)$ .

Comme le font remarquer Freeman & Bland-Hawthorn (2002), d'après ce que nous avons vu précédemment sur la formation du halo et sur la formation hiérarchique, le halo semble être la population la plus adaptée pour étudier les détails de la formation de la Galaxie. Ceci peut être fait en associant les étoiles du halo aux différents débris (trainées) et les débris à leurs progéniteurs (Helmi & White 1999, Harding et al. 2001). Cependant, cette procédure nous renseigne plus sur l'évolution chimique des galaxies naines au début de leur vie que sur la formation de la Voie Lactée. En effet, on ne peut remonter qu'au nombre de fusions et aux propriétés des galaxies accrétées, qui forment aujourd'hui le halo de la Galaxie, et l'information temporelle est difficilement accessible. Néanmoins, cette information est utile pour contraindre les modèles cosmologiques.

**Modèle de formation du disque** Les disques galactiques se forment par un effondrement dissipatif du gaz. Le disque est ensuite "chauffé" au cours de son évolution (la dispersion verticale de vitesse augmente) par la combinaison des effets des bras spiraux (Carlberg & Sellwood 1985) et de la diffusion par les nuages moléculaires géants (Spitzer & Schwarzschild 1953). Le chauffage vertical s'arrête toutefois au bout d'environ 3 milliards d'années quand l'amplitude des mouvements aléatoires rend le disque moins sensible aux effets des bras spiraux et des nuages moléculaires

géments : le processus de chauffage sature (Binney & Lacey 1988, Jenkins & Binney 1990). Cette saturation du chauffage (donc de la dispersion verticale de vitesse) après 3 milliards d'années ainsi qu'une corrélation entre la structure verticale et l'âge avant 3 milliards d'années ont été observés par Edvardsson et al. (1993). Celles-ci ont été confirmées par les données Hipparcos (voir par exemple Gómez et al. 1997).

Néanmoins, certaines galaxies (dont la nôtre) comportent un disque épais en plus du disque usuel (appelé le disque mince). La formation de ce second disque, dans la Galaxie, a longtemps été au cœur des débats depuis sa mise en évidence par Gilmore & Reid (1983). On remarquera que toutes les galaxies spirales ne possèdent pas de disque épais. Cet élément est important car il précise que la formation d'un disque épais n'est pas un élément essentiel de la formation d'une galaxie.

Plusieurs modèles de la formation du disque épais ont été proposés avec deux classes particulières : les scénarios *top-down* (associé à des phases d'effondrement) et les *bottom-up* (chauffage du disque mince par interaction avec un satellite, par diffusion avec les nuages moléculaires, etc.). Les scénarios *top-down* induisent que le disque épais est antérieur au disque mince tandis que les scénarios de type *bottom-up* forment le disque épais à partir du disque mince. Une revue des différents modèles proposés ainsi que leurs signatures observationnelles (en âge, métallicité et cinématique) est donnée par Majewski (1993) dans sa table 1 qui est reproduite ici (cf. table 1). A cette liste vient s'ajouter un modèle présenté récemment par Kroupa (2002), qui propose une formation du disque épais par l'addition de rémanents d'amas de  $10^5$  à  $10^6 M_{\odot}$ . Dans ce dernier modèle, la formation du disque épais n'est pas l'effet direct de l'accrétion d'un satellite (comme dans les modèles 6 et 7 de la table 1 qui font intervenir soit un satellite pour un chauffage "direct" du disque, soit l'accrétion de débris de satellites). En effet, dans ce modèle, le passage d'un satellite déclenche une formation stellaire très importante, qui permet la formation d'amas massifs. Ces amas perdent des étoiles au cours de leurs évolutions dans le potentiel de la Galaxie et finissent par être détruits, ne laissant plus que des rémanents.

Aujourd'hui, la formation du disque épais est associée au chauffage violent du disque mince par l'accrétion d'une galaxie satellite. Les données des comptages profonds et l'étude des différents indicateurs présentés dans la table 1 semblent confirmer ce modèle (Robin et al. 1996, Sommer-Larsen & Antonuccio-Delogu 1993, Gilmore et al. 2002). Cependant, la formation du disque épais est probablement plus compliquée et la découverte de traînées dans le plan du disque par Newberg et al. (2002) et Ibata et al. (2003) laisse à penser que le disque épais est lui même composé de plusieurs sous populations (voir également l'article n° 1 de cette thèse). De plus, l'étude de la distribution du moment angulaire semble également contredire cette version simplifiée de la formation du disque épais (Gilmore 1999) et supporte plutôt un modèle où le disque épais est antérieur au disque mince.

TAB. 1.: Les différents modèles de formation du disque épais et leurs caractéristiques (Majewski 1993).

Model	Thin disk disjoint ?	Halo disjoint ?	Key age features	Key abundance feature	Key kinematic feature
<u>Pre-thin disk (“top-down”) model</u>					
1. First phase of partial pressure support as gas begins dissipational collapse (Sandage 1990)	No	No	No age gap with halo	Gradient	Gradient
2. Rapid ELS collapse, gap in star formation, then pressure-supported collapse (Larson 1976, Gilmore 1984)	No	Yes	Age gap with halo	Gradient	Gradient
3. Rapid increase in dissipation due to line radiation cooling (Wyse & Gilmore 1988, Bukert et al. 1992)	No	Yes	Small range of age	[Fe/H] > -1, little/no gradient	Gradient
4. Formation disconnected from halo, “disk first” (Jones & Wyse 1983, Norris & Ryan 1991)		Yes	Can overlap with halo		
<u>Post-thin disk (“bottom up”) models</u>					
5. Secular kinematic diffusion of thin disk stars (Norris 1987)	No	Yes	Wide range of ages. Gradient, overlap thin disk.	Gradient, [Fe/H] ≤ old disk	Gradient
6. Violent thin disk heating by satellite accretion (Carney et al. 1989, Hernquist & Quinn 1989, Quinn et al. 1992)	Yes	Yes	Older than oldest thin disk star	Expansion of disk gradient at event	Modest asymmetric drift, radial $\sigma_z$ gradient
7. Accretion of thick disk material directly, e.g. debris of accreted satellite	Yes	?	Lots of possibilities	Probably no gradient	?
8. Halo response to disk potential (van der Kruit & Searle 1981a,b, Gilmore & Reid 1983)	Yes	No	As old as halo	Halo metallicity properties	Halo (large) asymmetric drift

**Le halo de matière noire** La Galaxie est composée d'environ 90% de matière sombre comme l'indique sa courbe de rotation. Cette masse doit se trouver principalement sous la forme d'halo de matière noire. En effet, les études des données de la mission Hipparcos (ESA 1997) par Crézé et al. (1998) et Holmberg & Flynn (2000) ont montré que la matière noire dans le voisinage solaire n'est pas distribuée sous la forme d'un disque (voir également l'article n°2 de cette thèse, voir cependant Pfenniger et al. (1994), Pfenniger & Combes (1994) pour les arguments en faveur d'un disque de matière noire composé d'un milieu interstellaire fractal). Dans le contexte de la formation hiérarchique, ce halo de matière noire s'est formé par la fusion de halos plus petits au cours du temps.

La forme du halo de matière noire de la Galaxie a été contrainte par l'étude de la trainée du Sagittaire par Ibata et al. (2001a). Ces auteurs ont montré que pour reproduire la forme de la trainée du Sagittaire, qui suit un grand cercle sur le ciel, le halo ne pouvait pas être plus aplati qu'un coefficient  $q_m \sim 0.7^6$ . La figure 8 montre la forme de la trainée obtenue par ces auteurs pour deux valeurs du coefficient d'aplatissement  $q_m$  (0.5 et 1.). On voit nettement sur cette figure que lorsque le halo est trop aplati, il est difficile d'associer la trainée à un grand cercle. Or, les étoiles carbonnées associées à la trainée du Sagittaire suivent nettement un grand cercle, ce qui apporte une contrainte sur la forme du halo de matière noire.

Le profil de densité du halo de matière noire est souvent représenté par une loi de puissance du type  $\rho(r) \sim r^{-2}$  (voir par exemple Kochanek (1996), Navarro et al. (1996) (NFW)) avec une extension de l'ordre de 100 kpc (voir Dehnen & Binney (1998a) pour une modélisation plus complète). Néanmoins les modèles cosmologiques de formation des halos de matière noire (CDM) ne prédisent pas cet exposant 2. Dans les simulations, les profils de densités des halos de matière noire semblent tendre vers un profil universel (NFW, Navarro et al. (1997)) où la densité varie moins vite que le profil en  $r^{-2}$  au centre et plus vite près du rayon du viriel<sup>7</sup>. On notera toutefois que le modèle universel proposé par NFW est à symétrie centrale avec une loi de densité de la forme

$$\rho(r) = \frac{1}{r^\alpha (r_s + r)^{3-\alpha}} \quad \alpha \sim 1$$

et que les halos formés pendant les simulations sont triaxiaux. De plus, l'étude de la forme du halo de matière sombre de la Galaxie par Binney & Evans (2001) montre que ces profils ne sont pas compatibles avec les données provenant du *microlensing*

---

<sup>6</sup>Le paramètre  $q_m$  est défini par la forme de la loi de densité. Ici les auteurs ont utilisé une loi de densité  $\rho(s)$  où  $s$  est donné par  $s = (R^2 + (z/q_m)^2)^{1/2}$  qui définit  $q_m$ .  $R$  et  $z$  sont les coordonnées cylindriques centrées sur la Galaxie

<sup>7</sup>Le rayon viriel est défini dans cet article comme étant le rayon contenant une surdensité moyenne de 200 particules.

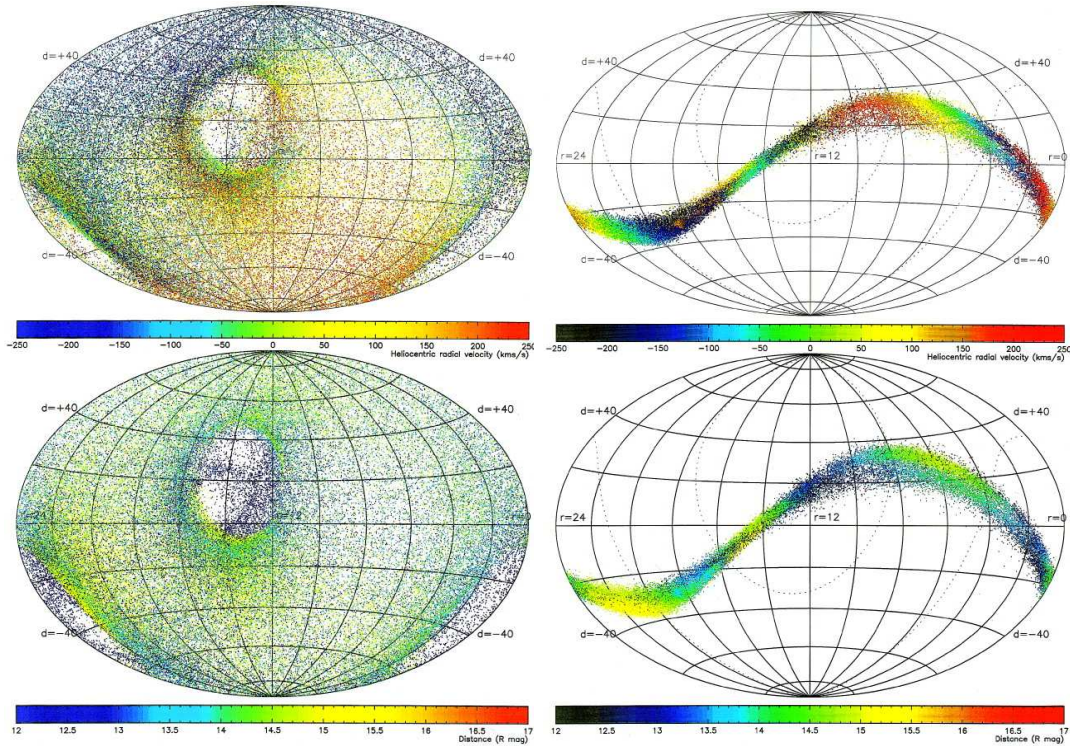


FIG. 8.: Simulation de la forme de la trainée du Sagittaire pour deux coefficients d’aplatissement du halo de matière noire par Ibata et al. (2001a). La figure de gauche montre un coefficient d’aplatissement de 0.5 et la figure de droite un coefficient d’aplatissement de 1 (halo sphérique). Ces simulations montrent que la forme de la trainée du Sagittaire est fortement dépendante de l’aplatissement du halo de matière noire. En comparant ces simulations aux données de la trainée du Sagittaire, Ibata et al. (2001a) ont pu montrer que le halo de matière noire de la Galaxie ne peut pas être plus aplati qu’un coefficient 0.8. Les figures du haut montrent la vitesse radiale tandis que celles du bas montrent un estimateur de la distance basé sur la magnitude apparente dans la bande R construit pour les étoiles carbonées en supposant que la magnitude absolue dans cette bande est de -3.5.



et les estimations de la quantité de matière noire locale<sup>8</sup>.

**Evolution chimique** Si l'évolution dynamique joue un rôle important dans la formation et l'évolution des galaxies, l'évolution chimique n'est pas un phénomène mineur. En effet, au cours de son évolution la Galaxie forme des étoiles qui produisent des éléments lourds (c'est-à-dire autres que l'hydrogène et l'hélium). Ceux-ci enrichissent le milieu interstellaire via des vents stellaires ou des phénomènes plus violents pour les étoiles massives en fin de vie : les supernovae. Ainsi, la métallicité du milieu interstellaire et des étoiles augmente en fonction de l'âge et est un indicateur de l'évolution. Freeman & Bland-Hawthorn (2002) font toutefois remarquer que la métallicité n'est pas une horloge convenable de l'évolution mais plutôt une mesure du nombre d'évènements de supernovae.

L'évolution chimique d'une galaxie est complexe. Quand on cherche à comprendre l'évolution de la Galaxie et à étudier les différentes relations contraignant celle-ci, la relation âge-métallicité est la première qu'il convient d'étudier. Il semble normal que la métallicité augmente avec l'âge, cependant la relation âge-métallicité est controversée (voir par exemple Corder & Twarog (2001), Rocha-Pinto et al. (2000a), Haywood (2001) pour des articles en faveur d'une telle relation et Carlberg & Sellwood (1985), Feltzing et al. (2001) pour un avis contraire). Freeman & Bland-Hawthorn (2002) notent cependant que si l'existence d'une relation âge-métallicité qui soit valide pour toutes les étoiles n'est pas observée, l'existence de ce type de relation est confirmée pour les étoiles jeunes (si l'on se réfère à Carlberg & Sellwood (1985), la relation âge-métallicité existe pour des âges inférieurs à 4 milliards d'années).

La Galaxie n'est sans doute pas un système clos. Du gaz peut être transféré du milieu intergalactique vers la Galaxie ou encore la Galaxie a pu accréter du gaz pendant les interactions avec des galaxies naines riches en gaz au cours de son histoire. Dans le voisinage solaire, ce phénomène peut être relié au *problème des naines G* (voir Binney & Merrifield (1998) chapitres 5 et 10). En effet, si l'on compare la distribution en métallicité des étoiles de type naines G dans le voisinage solaire à un modèle fermé d'évolution chimique (ce modèle est couramment appelé les *simple closed box* ou SCB), on s'aperçoit qu'il manque des étoiles de faible métallicité par rapport aux prédictions de ce modèle. Le même effet semble exister pour les étoiles de type F (Mould 1982). Pour combler ce déficit, une proposition fait intervenir l'accrétion par le disque de matériel faible en métaux (*accretion box model* : le disque accrète du matériel à faible métallicité soit provenant du milieu intergalactique, soit lors de rencontres avec des galaxies naines et riches en gaz). Néanmoins, Binney & Merrifield (1998) font remarquer que ce déficit peut également être reproduit si le disque mince a une métallicité initiale plus importante, de l'ordre de celle du disque

---

<sup>8</sup>En comparant la quantité de matière visible à la quantité de matière requise pour expliquer la dynamique dans le voisinage solaire, la contribution de la matière noire dans le voisinage solaire est estimée à  $30M_{\odot}\text{pc}^{-2}$  dans un cylindre de hauteur 1.1 kpc Binney & Evans (2001).

épais (pré-enrichissement). D'un autre côté, Haywood (2001) a montré que si l'on tient compte convenablement des effets de sélection, le modèle SCB permet un bon ajustement des propriétés locales et donc que le problème des G dwarfs n'existe pas. Ceci montre que même pour le voisinage solaire, l'évolution chimique n'est pas encore clairement établie. De plus, celle-ci est intimement liée à l'histoire de la formation stellaire. En effet, le milieu interstellaire s'enrichit via les vents stellaires et les supernovae dont la fréquence est liée à la quantité d'étoiles formée, et donc au taux de formation stellaire. Cependant, celle-ci est mal connue malgré les récentes avancées obtenues par des surveys spécifiques comme Rocha-Pinto et al. (2000b) ou avec les données Hipparcos (Vergely 1998, Hernandez et al. 2000) en utilisant des méthodes inverses.

- Comment se sont formées les populations stellaires ?
- Quelles sont les propriétés des populations stellaires ?
- Quelle est la structure du disque et quelle est son histoire ?
- Quelle est l'évolution chimique du disque ?

Si les réponses à certaines de ces questions sont connues, comme nous l'avons vu plus haut, il reste encore beaucoup de points sombres et de désaccords.

Le modèle hiérarchique de formation des galaxies est maintenant considéré comme la solution la plus probable pour répondre à la question de la formation des galaxies dans le contexte cosmologique. Cependant, le modèle cosmologique standard ( $\Lambda$ CDM) semble prédire plus de satellites pour une galaxie comme la Voie Lactée qu'il n'est actuellement observé. Ceci limite les prédictions de ces modèles quant-à la densité de trainée attendue, mais reste une base solide pour expliquer les structures du halo ainsi que sa formation.

La structure verticale du disque est toujours sujette à débat et le disque épais est une population mal connue. Si la densité locale de masse a été mesurée avec précision avec les données du satellite Hipparcos, le contenu en matière noire du voisinage solaire n'est pas très bien contraint car la quantité de masse visible n'est pas mesurée avec précision.

Très récemment, grâce à l'avènement de nouveaux instruments, les spectromètres multi-objets, qui permettent d'observer un nombre important d'objets en même temps et d'obtenir leurs vitesses radiales, Gilmore et al. (2002) ont mis en évidence une nouvelle population. Les données du Sloan Digital Sky Survey ont montré la présence d'une structure dans la partie extérieure du disque Galactique ce qui a été confirmé par Ibata et al. (2003). Combien de populations nous reste-t'il à découvrir dans la Galaxie et de quoi est composé le disque de notre Galaxie ? De débris de satellite ou d'amas globulaires, d'étoiles du disque mince chauffé par l'accrétion

d'un satellite. . . De toute évidence, notre connaissance de la structure Galactique et de ses disques est incomplète ! Mieux connaître les propriétés des disques peut nous permettre d'apporter des contraintes sur la formation et l'évolution de notre Galaxie. Dans ce contexte, le disque épais est particulièrement intéressant car il représente une vue figée du disque mince tel qu'il était au moment de la formation du disque épais (si l'on accepte le scénario de formation via un merger). Ainsi, comparer les propriétés du disque mince, qui forme continuellement des étoiles (mais à un taux qui peut varier en fonction du temps), et du disque épais peut nous renseigner sur l'évolution du disque. De plus, la détermination de quantités comme l'histoire de la formation stellaire est importante car elles contiennent une information sur les interactions qu'a subie notre Galaxie au cours du temps.

C'est dans ce contexte que cette thèse a été préparée. Elle contient deux projets indépendants qui forment les deux parties du corps de la thèse. La première partie présente une étude de la structure verticale du disque Galactique avec une détermination de la forme du potentiel vertical et de la densité locale de matière. Une décomposition des différentes populations stellaires a été effectuée à partir d'un échantillon observé avec le spectromètre Elodie de l'Observatoire de Hautes-Provence. Pour les différentes populations identifiées dans l'échantillon, nous donnerons les propriétés cinématiques moyennes ainsi qu'une estimation des paramètres de la loi de densité. J'apporterai également une nouvelle détermination de l'histoire de la formation stellaire dans le disque de la Galaxie obtenue à partir de cet échantillon.

La seconde partie de cette thèse présente une méthode permettant, en se basant sur un modèle dynamique, de retrouver la fonction de luminosité des populations stellaires à partir de catalogues contenant les mouvements propres sans utiliser les modèles d'évolution stellaire. Appliquer cette méthode à des catalogues comme Tycho-2 (Høg et al. 2000), ou des catalogues plus grands tels que l'USNO-B ou le GSC-II avec mouvements propres, permettra d'étudier la fonction de luminosité et le diagramme couleur-magnitude des populations stellaires de la Galaxie. L'obtention de ces diagrammes couleurs magnitudes nous permettra à terme de dater les populations (ainsi que les "sous" populations, si elles existent) et ainsi d'apporter de nouvelles contraintes sur l'évolution de la Galaxie.



Première partie .

Structure et évolution des disques  
de la Galaxie



# 1

## Introduction

Dans la seconde partie de l'avant-propos, nous avons passé en revue les différents modèles de formation des populations stellaires de la Galaxie. Comme je l'ai indiqué auparavant, la notion de population stellaire a été introduite dans les années 40 par Bâde, suite à une étude montrant que les propriétés du bulbe de la Voie Lactée sont similaires à celles de Messier 31. Elles sont divisées en deux groupes principaux : les disques et les sphéroïdes. Chacune de ces composantes est définie en terme de métallicité, de propriétés cinématiques et de distribution dans l'espace. Ainsi, il est généralement admis que le disque de la Voie Lactée est composé d'au moins deux disques, distincts dans leurs propriétés, tant chimique que cinématique, ou de distribution spatiale.

Dans la suite de cette introduction, je vais indiquer succinctement les propriétés des différentes populations stellaires de la Voie Lactée. Néanmoins, la thèse étant focalisée sur les disques de la Galaxie, je ne passerai que rapidement sur les propriétés des sphéroïdes.

### 1.1. Les sphéroïdes

#### 1.1.1. Le bulbe

Le bulbe de la Galaxie est sans doute la population stellaire la moins comprise. En effet, il est difficile à observer car il est en majeure partie caché par le disque. De plus, l'absorption par le milieu interstellaire est importante, rendant les observations dans le domaine visible impossibles, sauf dans certaines régions de faible extinction. Avec l'avènement des observations dans l'infrarouge, où l'extinction est moindre, de

nombreux progrès ont pu être réalisés pour l'étude du bulbe.

Le bulbe est divisé en deux populations : un bulbe "vieux" et axisymétrique (Sevenster 1999) et une population d'âge intermédiaire formant une barre. La structure de la partie interne du bulbe (ou la barre) est triaxiale Wyse et al. (1997), Binney et al. (1997), Sevenster (1999). En analysant la luminosité intégrée, obtenue par les mesures de l'instrument DIRBE, Binney et al. (1997) ont proposé une modélisation de la densité de luminosité de la forme

$$f_b = j_0 f_0 \frac{\exp(-\frac{a^2}{a_m^2})}{(1 + a/a_0)^{1.8}} \quad (1.1)$$

avec  $a = \left( x^2 + \frac{y^2}{\eta^2} + \frac{z^2}{\zeta^2} \right)$

où  $j_0 = 0.456$  unité COBE  $\text{kpc}^{-3}$  pour la bande  $L$ ,  $f_0 = 624$ ,  $a_m = 1.9$  kpc et  $a_0 = 100$  pc. Les paramètres  $\eta$  et  $\zeta$  qui spécifient la dilution des axes sont donnés par  $\eta = 0.5$  et  $\zeta = 0.6$ . La figure 1.1 montre un isocontour de la densité de luminosité prédite par l'équation 1.1 pour les paramètres de leur meilleur modèle. L'isocontour est fixé à  $f_b = 0.001$  (figure de gauche). Le bulbe est orienté de  $\Phi \sim 20^\circ$  par rapport à la ligne de visée "centre Galactique-soleil". La figure de gauche montre la densité de luminosité, intégrée suivant la ligne de visée (brillance de surface), sur un cube centré sur la Galaxie. Ce modèle comprend deux disques exponentiels et un bulbe avec un angle de 20 degrés (trait plein). Les traits pointillés représentent les contours pour la contribution du bulbe (pour un ajustement de ce modèle aux données DIRBE voir la figure 1 de Binney et al. (1997)).

Une détermination de la structure du bulbe combinant les données dans l'infrarouge proche et lointain, également à partir des données DIRBE, par Drimmel & Spergel (2000) donne un rapport d'axe (1 : 0.54 : 0.33) pour une orientation  $\Phi = 12^\circ$ . De plus, ces auteurs notent un gradient du rapport axe majeur/axe mineur dont la cause n'est pas identifiée. Enfin, Bissantz & Gerhard (2002) obtiennent pour les données DIRBE un angle  $\Phi = 20^\circ$  pour un rapport d'axe (1 : 0.3-0.4 : 0.3), ce qui est sensiblement plus aplati que les modèles précédents.

Le bulbe montre un mouvement net de rotation (Wyse et al. 1997, Ibata & Gilmore 1995). Beaulieu et al. (2000), dans une étude utilisant les nébuleuses planétaires du catalogue de Acker et al. (1992), obtiennent une vitesse moyenne par rapport au LSR de  $36 \pm 10 \text{ km.s}^{-1}$  avec une dispersion de vitesse de l'ordre de 50-100  $\text{km.s}^{-1}$ .

Le bulbe montre également une grande dispersion de métallicité avec un maximum de la distribution à  $[\text{Fe}/\text{H}] \sim -0.3$  et s'étendant au-delà de  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1$  dans sa partie extérieure (Ibata & Gilmore 1995). La partie centrale (mesurée dans les fenêtres de Bâde) montre également une grande dispersion de la métallicité avec une distribution présentant un maximum à  $[\text{Fe}/\text{H}] \sim -0.2$ , et une queue de distribution



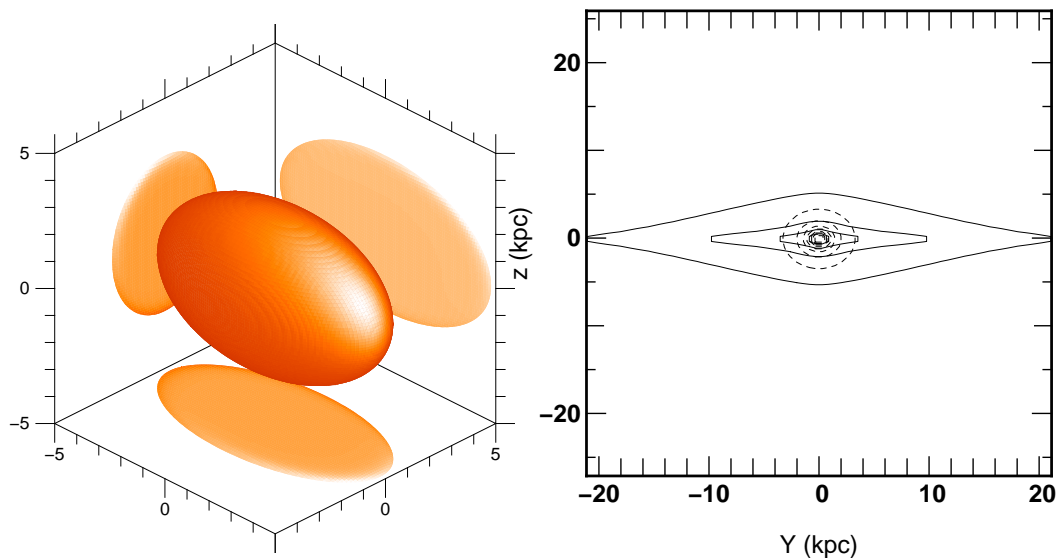


FIG. 1.1.: Loi de densité du bulbe proposée par Binney et al. (1997). A gauche, contour 3D, l'axe des  $x$  est orienté suivant le grand axe du bulbe. A droite, contours de la luminosité intégrés suivant l'axe  $x$  pour un cube de taille 8.5 kpc, le bulbe faisant un angle  $\Phi = 20^\circ$  avec l'axe  $x$  (trait tireté) et pour un modèle composé de ce même bulbe plus deux disques exponentiels Binney et al. (1997) qui permet de reproduire la distribution de brillance de surface mesurée par DIRBE.

s'étendant au-delà de  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1$  pour la partie inférieure et  $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.5$  pour la partie supérieure (Mc William & Rich 1994, Sadler et al. 1996). Les deux distributions (interne et externe) sont compatibles avec un modèle de type SCB (Wyse et al. 1997).

### 1.1.2. Le halo

Le halo est la population la plus vieille de la Galaxie. Son âge est estimé entre 12 et 14 Gyr et sa masse représente environ 1% de la masse totale des étoiles de la Galaxie soit environ  $10^9 M_\odot$  (Morrison 1993, Freeman & Bland-Hawthorn 2002). La métallicité du halo couvre un intervalle allant de  $[\text{Fe}/\text{H}] \sim -5$  à environ  $-2.5$ .

La loi de densité du Halo peut être représentée par une loi de puissance en coordonnées cylindriques du type (Robin et al. 2000)

$$\rho(R, z) = \rho_0 \left( R^2 + \frac{z^2}{\epsilon^2} \right)^{n/2}, \quad (1.2)$$

où  $R$  et  $z$  sont les coordonnées cylindriques centrées sur la Galaxie.  $\rho_0$  est la densité locale du halo et la forme générale de la loi de densité est fixée par les paramètres  $\epsilon$ , qui représente l'aplatissement, et  $n$  l'indice de la loi de puissance. A

titre d'exemple, la figure 1.2 montre les isocontours de la densité dans le plan  $(R,z)$  pour deux modèles correspondant aux meilleurs modèles de Robin et al. (2000).

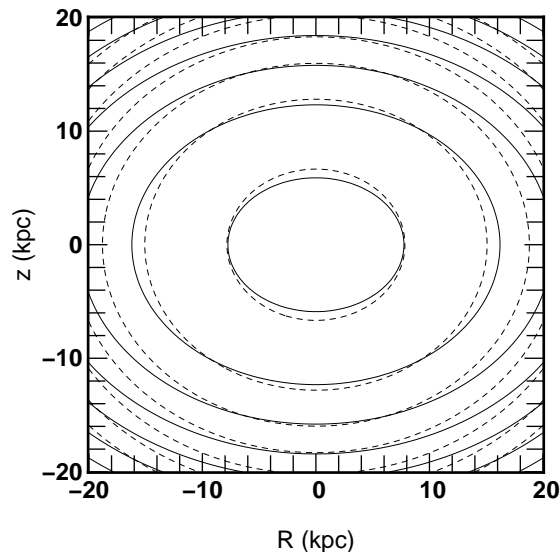


FIG. 1.2.: Isocontours de la densité pour les modèles de halo de l'équation 1.2 dans le plan  $(R,z)$ . Les deux modèles présentés correspondent aux meilleurs modèles de Robin et al. (2000) avec pour paramètre  $(\epsilon = 0.76, n = 2.44)$  (trait plein) et  $(\epsilon = 0.85, n = 2.75)$  (trait interrompu). Les isocontours correspondent à  $\rho/\rho_0 = [25, 21, 17, 13, 9, 5, 0.8]$  et les coordonnées du soleil utilisées sont  $R = 8.5$  kpc,  $z = 14$  pc.

Des déterminations récentes donnent pour ces paramètres du halo  $(\epsilon = 0.76, n = 2.44)$  et  $(\epsilon = 0.85, n = 2.75)$  pour Robin et al. (2000). Ces mesures ont été obtenues à partir de la combinaison de 15 champs profonds. Ces auteurs notent toutefois qu'un modèle plus aplati avec les paramètres  $(\epsilon = 0.6, n = 2)$  ne peut pas être rejeté. Siegel et al. (2002), en utilisant un survey couvrant  $\sim 15$  deg<sup>2</sup> et comprenant 70,000 étoiles pour lesquelles des parallaxes photométriques ont pu être déterminées obtiennent  $(\epsilon = 0.6, n = 2.75)$ . A partir des données du SDSS couvrant  $\sim 279$  deg<sup>2</sup> à haute latitude, Chen et al. (2001) ont également déterminé des paramètres favorisant un halo aplati avec  $\epsilon = 0.55 \pm 0.06$  et un indice  $n = 2.5 \pm 0.3$ . En utilisant des champs profonds du Hubble Space Telescope (HST) pour lesquels ils ont identifié 166 étoiles de type naines K, Gould et al. (1998) obtiennent  $\epsilon = 0.8 \pm 0.1$  et  $n = 3.06 \pm 0.22$ . Enfin, l'analyse de 32 champs du HST contenant  $\sim 1000$  étoiles par Kerber et al. (2001) permet également de réfuter des modèles dont l'aplatissement est inférieur à  $\epsilon \sim 0.5$ . Néanmoins, les deux déterminations provenant du HST utilisent peu d'étoiles et doivent être considérées avec précaution.

Le halo stellaire est soutenu contre l'effondrement par les mouvements aléatoires (comparé aux disques qui sont supportés par la rotation). Ainsi, sa vitesse moyenne de rotation est estimée à  $\langle V_{rot} \rangle = 37 \pm 10$  km.s<sup>-1</sup> à partir de surveys ba-

sés sur des traceurs<sup>1</sup>. L'ellipsoïde des vitesses du halo<sup>2</sup> est donné par  $(\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z) = (131, 106, 85) \pm (6, 6, 4)\text{km.s}^{-1}$  (Majewski 1993) où  $(r, \theta, z)$  sont les coordonnées cylindriques centrées sur la Galaxie. Cependant, comme le fait remarquer cet auteur, les déterminations des différents groupes ont un écart significatif et ce probablement à cause d'effets de sélection ou d'erreurs systématiques. Une détermination basée sur les comptages d'étoiles est donnée par Ojha et al. (1994) pour un champ à latitude intermédiaire en direction du centre Galactique. Ces auteurs obtiennent  $\langle U + W \rangle = 6 \pm 10\text{km.s}^{-1}$ , une vitesse de rotation moyenne  $\langle V \rangle_{LSR} = -144 \pm 9\text{km.s}^{-1}$ , une dispersion de vitesse de  $\sigma_{U+W} = 156 \pm 7\text{km.s}^{-1}$  et  $\sigma_V = 145 \pm 7\text{km.s}^{-1}$ . Soubiran (1993), à partir d'un survey de mouvements propres vers le pôle nord Galactique, obtient  $\langle V_{rot} \rangle = 58 \pm 12\text{km.s}^{-1}$  avec un ellipsoïde de vitesse  $(\sigma_U, \sigma_V) = (137 \pm 13, 79 \pm 6)\text{km.s}^{-1}$ . Enfin, Chen (1999) à partir d'un échantillon de 144 étoiles de type RR Lyrae observées par Hipparcos et pour lesquelles il a estimé la métallicité, obtient  $(U, V, W) = (-17 \pm 19, -254 \pm 10, 2 \pm 10)\text{km.s}^{-1}$  et un ellipsoïde des vitesses défini par  $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (176 \pm 14, 87 \pm 7, 90 \pm 7)\text{km.s}^{-1}$ .

La fonction de luminosité du halo à été déterminée par Gould et al. (1998) à partir de son échantillon d'étoiles HST. Cette fonction de luminosité est comparée, dans leur figure 3, aux fonctions de luminosité déterminées par Dahn et al. (1995) et Bahcall & Casertano (1986). La fonction de luminosité de Dahn et al. (1995) est obtenue à partir d'un échantillon d'étoiles à grandes vitesses, issu du catalogue de Luyten (1979), et celle de Bahcall & Casertano (1986), à partir de 94 étoiles issues des catalogues de mouvements propres de Eggen (1979, 1980). Gould et al. (1998) ont également comparé leur fonction de luminosité à la fonction de luminosité moyenne de trois amas globulaires, associés au halo, extraite de Piotto et al. (1997). Cette figure est reproduite dans la figure 1.3.

## 1.2. Les disques

### 1.2.1. Le disque mince

#### 1.2.1.1. Structure

Le disque mince de la Galaxie évolue par la formation constante (ou quasi-constante) d'étoiles au cours du temps. Ainsi, il ne peut pas être représenté par une population unique et nécessite la superposition de plusieurs populations (Haywood et al. (1997b,c), Bienaymé et al. (1987), Robin & Crézé (1986)). Par exemple, le modèle proposé par Robin & Crézé (1986) et Bienaymé et al. (1987) utilise 7 populations dont les propriétés sont données dans la table 1.1. La modélisation de la loi de densité utilisée par ces auteurs est donnée par

---

<sup>1</sup>Un traceur est une sous population dont les caractéristiques sont supposées être les mêmes que celles de la population parente.

<sup>2</sup>L'ellipsoïde des vitesses donne les dispersions de vitesses suivant les trois directions cardinales.

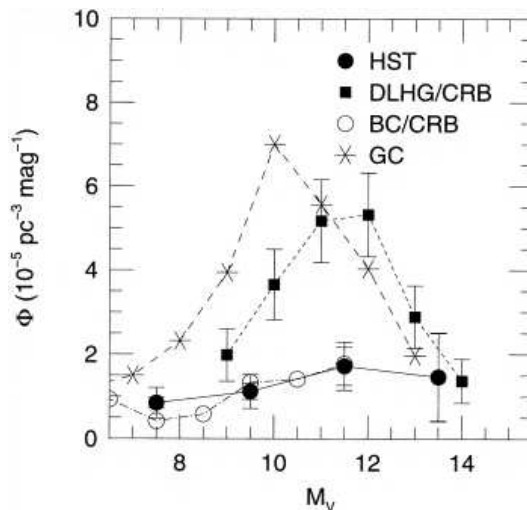


FIG. 1.3.: Fonction de luminosité du halo déterminée par Gould et al. (1998) (cercles pleins) comparée aux fonctions de luminosité du halo déterminées par Dahn et al. (1995) (carrés pleins) et Bahcall & Casertano (1986) (cercles). Les étoiles correspondent à la fonction de luminosité moyenne de trois amas globulaires du halo déterminée par Piotto et al. (1997). Cette figure est extraite de Gould et al. (1998).

$$\rho = Cste \left[ \exp \left( -(a/K_+)^2 \right) - \exp \left( -(a/K_-)^2 \right) \right], \quad (1.3)$$

pour le disque jeune avec  $a = \sqrt{r^2 + z^2/c^2}$  ( $r$  et  $z$  étant les coordonnées cylindriques centrées sur la Galaxie),  $K_+ = 5$  kpc,  $K_- = 3$  kpc et  $c = 0.014$ . Pour le disque vieux, ces auteurs utilisent

$$\rho = Cste \left[ \exp \left( -(0.5^2 + (a/K_+)^2) \right) - \exp \left( -(0.5^2 + (a/K_-)^2) \right) \right], \quad (1.4)$$

où  $K_+ = 2.226$  kpc et  $K_- = 494.4$  pc. La figure 1.4 montre la densité du disque mince pour ce modèle avec les paramètres de la table 1.1.

Si Haywood et al. (1997b), Robin & Crézé (1986) utilisent le modèle précité (sphéroïdes aplatis) pour reproduire la densité du disque mince, un autre modèle largement utilisé est celui du disque exponentiel donné par

$$\rho = \rho_0 \exp(-r/h_r) \exp(-|z|/h_z), \quad (1.5)$$

où  $h_r$  et  $h_z$  sont les échelles caractéristiques respectivement de longueur et de hauteur (Bahcall & Soneira 1980, 1984, Gilmore 1984, 1981). Les déterminations de ces échelles caractéristiques pour le disque vieux donnent pour ces auteurs  $(h_r, h_z) = (3500, 250)$  pc Bahcall & Soneira (1984),  $(4000, 325)$  pc Gilmore (1984). Néanmoins, comme le fait remarquer Haywood et al. (1997b), l'approximation d'un disque exponentiel n'est correcte que dans l'intervalle  $300 < z < 900$  pc. Des déterminations

TAB. 1.1.: Paramètres du disque mince dans le modèle de Bienaymé et al. (1987).

	Age (Gyt)	$\rho_{\odot} (M_{\odot}/\text{pc}^{-3})$	$\sigma_w (\text{km.s}^{-1})$
Disque jeune	0-0.15	$7.40 \cdot 10^{-4}$	6
	0.15-1	$6.78 \cdot 10^{-3}$	10
Disque vieux	1-2	$3.93 \cdot 10^{-3}$	14
	2-3	$4.47 \cdot 10^{-3}$	18.5
	3-5	$5.42 \cdot 10^{-3}$	23
	5-7	$7.02 \cdot 10^{-3}$	25
	7-10	$1.52 \cdot 10^{-2}$	25

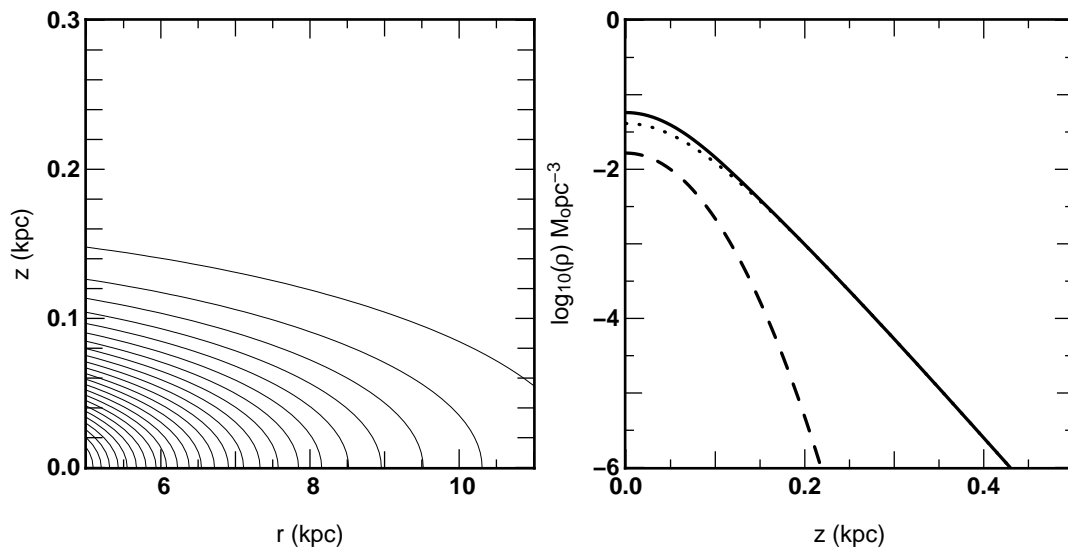


FIG. 1.4.: Densité stellaire du disque mince dans le modèle de Bienaymé et al. (1987).

A gauche, isocontour de la densité pour la somme des sept populations dans le plan  $(r, z)$  qui sont les coordonnées cylindriques centrées sur la Galaxie. A droite, structure verticale du disque pour le même modèle. En trait plein, la densité totale, en trait tireté la densité totale des disques jeunes, en pointillés la densité totale du disque vieux. Le soleil se trouve à  $(r, z) = (8.5, 0.014)$  kpc.

plus récentes des paramètres  $h_r$  et  $h_z$  sont données dans la table 1.2.

TAB. 1.2.: Déterminations récentes des paramètres de la structure du disque mince.

Référence	$h_r$ (kpc)	$h_z$ (kpc)	Note
Ng et al. (1997)	-	0.1-0.25-0.5	séparation en trois composantes du disque mince
Ojha (2001)	$2.8 \pm 0.3$	-	à partir des données 2MASS
Feast (2000)	$3.3 \pm 0.6$	-	
Dehnen & Binney (1998b)	2.5	-	à partir des données Hipparcos
Nikolaev & Weinberg (1997)	$4.0 \pm 0.55$	-	à partir des données IRAS
Ruphy et al. (1996)	$2.3 \pm 0.1$	-	à partir des données DENIS
Bienaymé (1999)	$1.8 \pm 0.2$	-	à partir des données Hipparcos
Freudenreich (1998)	2.6	0.34	à partir des données COBE
López-Corredoira et al. (2002)	$0.42 R_\odot$	$0.036 R_\odot$	à partir des données 2MASS
Siegel et al. (2002)	-	0.35-0.375	
Chen et al. (2001)	-	$0.330 \pm 0.003$	à partir de données SDSS
Ojha et al. (1999)		$0.240 \pm 0.020$	à partir de plaques photographiques
		$0.301 \pm 0.035$	
		$0.222 \pm 0.004$	

On notera également que le disque est “warpé” mais ce point ne sera pas abordé ici. Le lecteur est renvoyé à López-Corredoira et al. (2002) pour une référence récente.

### 1.2.1.2. Cinématique

L’étude de la cinématique du disque mince est une tâche compliquée car il contient un mélange de populations de différents âges. De plus, la partie la plus jeune du disque mince n’est pas relaxée et montre des sous-structures. L’étude des résultats de la mission Hipparcos (ESA 1997) montre une variation nette des dispersions de vitesse en fonction de la couleur  $B - V$  (Dehnen & Binney 1998b, Bienaymé 1999) mais les données sont un mélange du disque mince et du disque vieux. Ainsi,

je vais présenter dans la suite les analyses issues de la mission Hipparcos séparément avant de présenter les dernières déterminations de la cinématique du disque vieux.

**Sphère Hipparcos** Les figures 1.5 et 1.6 montrent les vitesses moyennes ainsi que les dispersions de vitesses et rapport d'axe de l'ellipsoïde des vitesses en fonction de la couleur  $B - V$  obtenus par Bienaymé (1999) (une étude similaire peut être trouvée dans Dehnen & Binney (1998b)) à partir des données Hipparcos. Ces figures montrent de nettes variations des propriétés moyennes en fonction de la couleur (les intervalles de couleurs bleus correspondant à des étoiles principalement jeunes et les rouges à des étoiles plus vieilles). La déviation du vertex<sup>3</sup>, qui peut être considérée comme une mesure de l'état de relaxation d'une population pour un potentiel axisymétrique, montre également une forte variation avec la couleur : les étoiles bleues ont une déviation plus forte que les étoiles rouges. Cet effet est attendu étant donné que les étoiles bleues, qui sont jeunes, ne sont pas relaxées. Ainsi, elles ont une cinématique qui décrit plutôt la cinématique du milieu où elles se sont formées. On notera également que la déviation du vertex n'est pas nulle pour l'intervalle de couleur le plus rouge. Cet effet est principalement dû au fait que cet intervalle contient la superposition d'une population vieille et d'une population jeune. En effet, si l'on représente la déviation du vertex en fonction de l'âge des étoiles, cette dernière tend effectivement vers 0 pour les populations les plus vieilles, qui sont relaxées (Gómez et al. 1997). Enfin, on notera que les dispersions de vitesses augmentent également avec la couleur. Cette variation est un effet de la relaxation (voir par exemple Wielen 1977) et se stabilise pour les populations les plus vieilles. Le même effet est rencontré par Gómez et al. (1997) dans son étude des données Hipparcos en fonction de l'âge.

Si l'on se concentre sur les vitesses moyennes, on remarque que les vitesses  $\langle U \rangle$  et  $\langle W \rangle$  sont à peu près constantes en fonction de l'intervalle de couleur. Cependant, la vitesse de rotation  $\langle V \rangle$  montre une croissance avec la couleur  $B - V$  (dépendance du courant asymétrique avec l'âge). Bienaymé (1999) interprète cet effet comme provenant soit d'une variation de la loi de densité radiale (le paramètre  $h_r$ ) avec l'âge, soit du fait que la population bleue est non relaxée (voir également la discussion concernant la déviation du vertex par Binney & Merrifield (1998) chapitre 10).

Si l'on regarde la densité dans l'espace des phases<sup>4</sup>, on rencontre des structures (ou des inhomogénéités) qui ne sont pas attendues dans le cas d'une population relaxée. Chereul et al. (1998, 1999), à partir d'un échantillon d'étoiles naines A et F issu de la mission Hipparcos, ont montré que l'espace des phases possède des structures : les "moving groups" proposés par Eggen (1992) (voir également Dehnen (1998) pour une analyse similaire des données Hipparcos ainsi que Gómez et al. (1990), Figueras et al. (1997)). Si ces structures sont correctement mélangées dans

<sup>3</sup>La déviation du vertex correspond localement à l'angle que fait l'ellipsoïde des vitesses avec la direction soleil-centre galactique

<sup>4</sup>L'espace des phases correspond à la combinaison de l'espace des positions et de celui des vitesses

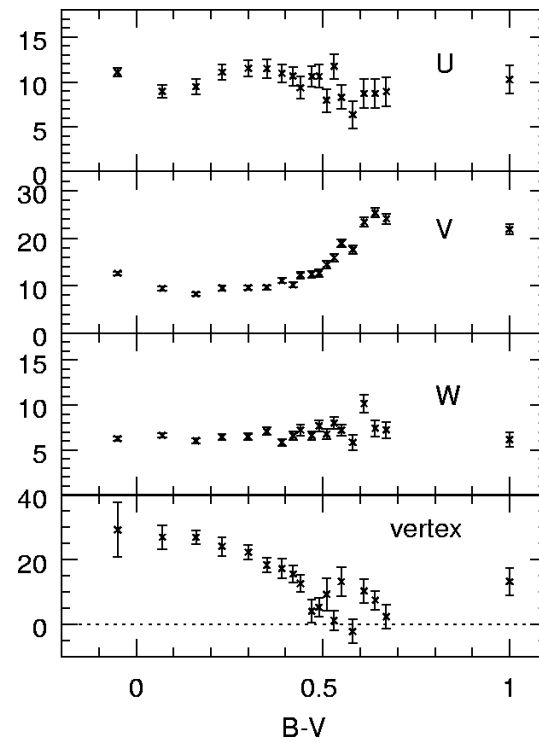


FIG. 1.5.: Vitesses moyennes et déviation du vertex, en km/s, pour l'échantillon extrait de Hipparcos de Bienaymé (1999) en fonction de la couleur  $B - V$ . (figure tirée de Bienaymé (1999))

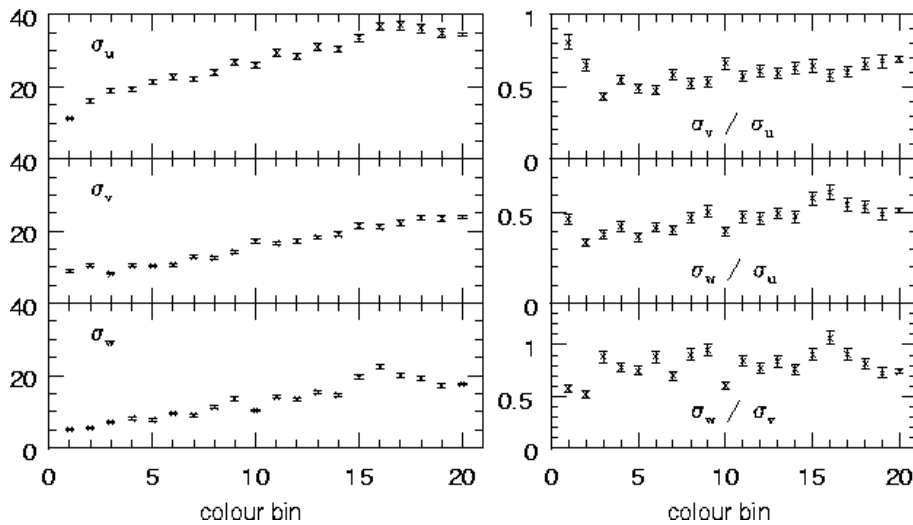


FIG. 1.6.: Dispersions de vitesses, en km/s, et rapports d'axe de l'ellipsoïde en fonction de la couleur obtenus à partir de l'échantillon de Bienaymé (1999). (figure tirée de Bienaymé (1999))



l'espace des positions, elles gardent une trace de leur appartenance dans l'espace des vitesses après plusieurs rotations autour de la Galaxie et ne peuvent pas être expliquées par une formation dans la même région de l'espace des phases (Chereul et al. 1998). Un exemple de ce type de structure dans l'espace des phases par Chereul et al. (1998) est donné dans la figure 1.7.

**Disque vieux** Si le disque vieux est présent dans la partie la plus rouge du catalogue Hipparcos, son étude a également été réalisée à partir de surveys spécifiques ou de comptages d'étoiles incluant les mouvements propres. En effet, dans les sondages profonds, la partie la plus brillante des catalogues est dominée par la composante vieille du disque mince. Ainsi, des déterminations de ses propriétés ont pu être réalisées. Les déterminations récentes de la cinématique du disque vieux sont données dans la table 1.3.

TAB. 1.3.: Déterminations récentes des paramètres cinématiques du disque mince vieux. Les vitesses sont données en km/s.

Référence	$\langle U \rangle$	$\langle V \rangle$	$\langle W \rangle$	$\sigma_U$	$\sigma_V$	$\sigma_W$
Chen (1999)	$-18 \pm 7$	$-12 \pm 6$	$-18 \pm 5$	$33 \pm 5$	$28 \pm 4$	$22 \pm 3$
Wielen et al. (1997)	-	-	-	$39 \pm 6$	$30 \pm 5$	$25 \pm 5$
Haywood et al. (1997a)	-	-	-	$29.4 \pm 1.4$	$24.9 \pm 1.1$	$19.4 \pm 0.9$
Soubiran (1993)	$0 \pm 6$	$-19 \pm 3$	-	$44 \pm 6$	$24 \pm 4$	-
Ojha et al. (1994)	-	$-13 \pm 1$	-	$28 \pm 1$	-	-

### 1.2.1.3. Fonction de luminosité et distribution de la métallicité

Une détermination de la fonction de luminosité du disque mince à été obtenue à partir du catalogue d'étoiles proches de Gliese (1969) par Wielen et al. (1983) (on notera que ce catalogue avait été remis à jour par Jahreiss & Gliese (1993)). Avec les données du satellite Hipparcos, une nouvelle version de ce catalogue a pu être compilée et a permis une amélioration sensible de la détermination de la fonction de luminosité par Jahreiss & Wielen (1997). En combinant les données Hipparcos à un survey propre, Reid et al. (2002) ont pu déterminer la fonction de luminosité pour  $-1 \leq M_V \leq 17$ . La fonction de luminosité obtenue par ces derniers est présentée dans la figure 1.8.

Comme nous l'avons déjà évoqué, le disque mince peut être considéré comme la superposition de plusieurs populations d'âges distincts. La distribution de la métallicité reflète également ce fait. La figure 1.9 montre la distribution en métallicité de 218 étoiles naines du voisinage solaire obtenue par Haywood (2001). On remarque

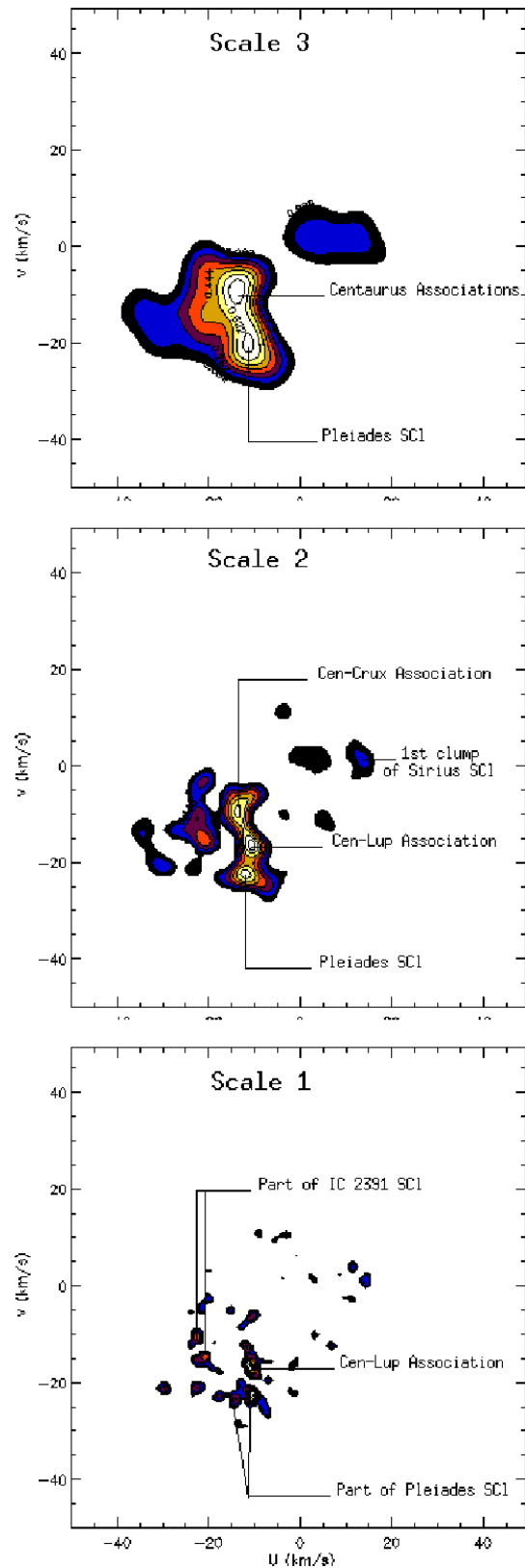


FIG. 1.7.: Sous structures dans l'espace des phases déterminées par Chereul et al. (1998) dans le plan  $(U, V)$ . Les sous-structures présentes sur la plus petite échelle (figure du bas) ont des dispersions de vitesses de l'ordre de 2-4 km/s, les étoiles associées à ces sous structures montrent généralement des distributions en âge cohérentes. (figure extraite de Chereul et al. (1998)).

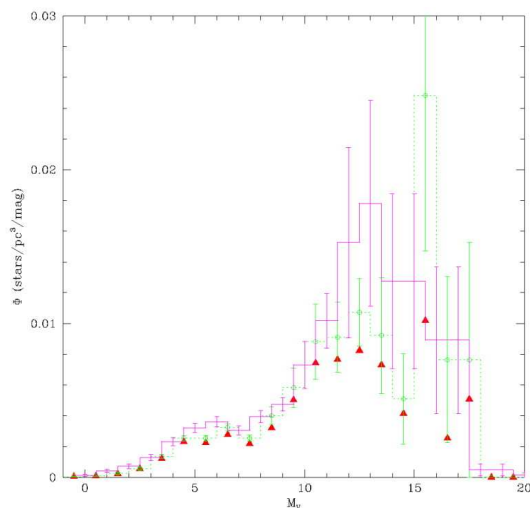


FIG. 1.8.: Fonction de luminosité des étoiles proches obtenue par Reid et al. (2002) en combinant les données Hipparcos pour la sphère de 25 pc et l'échantillon PMSU. Les triangles rouges correspondent aux données des étoiles sans compagnon et des primaires, les cercles verts correspondent à la fonction de luminosité obtenue en incluant les binaires. L'histogramme en trait plein correspond à la fonction de luminosité déduite par Wielen et al. (1983).

que cette distribution est centrée sur la métallicité solaire et s'étend à des métallicités  $[\text{Fe}/\text{H}] > 0.5$ . Une large fraction d'étoiles a une métallicité supérieure à la métallicité solaire (30-40%). La queue de la distribution à faible métallicité, quant-à elle, s'étend à  $[\text{Fe}/\text{H}] < -1.5$ . Néanmoins, les étoiles de métallicité  $[\text{Fe}/\text{H}] < -0.5$  sont majoritairement des étoiles du disque épais. Les études antérieures (Wyse & Gilmore 1995, Rocha-Pinto & Maciel 1996, Favata et al. 1997, Rocha-Pinto & Maciel 1998, Kottoneva et al. 2002) donnent cependant des résultats différents avec une métallicité moyenne comprise entre  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.3$  à  $-0.1$ , et entre 20 et 30% des étoiles avec une métallicité supérieure à la métallicité solaire. Haywood (2001) associe cet écart à une mauvaise prise en compte des différents biais.

## 1.2.2. Le disque épais

### 1.2.2.1. Structure

Le disque épais a été mis en évidence par Gilmore & Reid (1983) qui ont montré que pour reproduire les comptages d'étoiles une seule population du disque n'est pas suffisante. Le disque épais est généralement représenté en utilisant la loi de densité exponentielle présentée à l'équation 1.5. Les déterminations récentes, en particulier avec les grands surveys DENIS 2MASS et SDSS, sont présentées dans la table 1.4. La détermination de Norris (1999), dans cette table, correspond à l'intervalle des

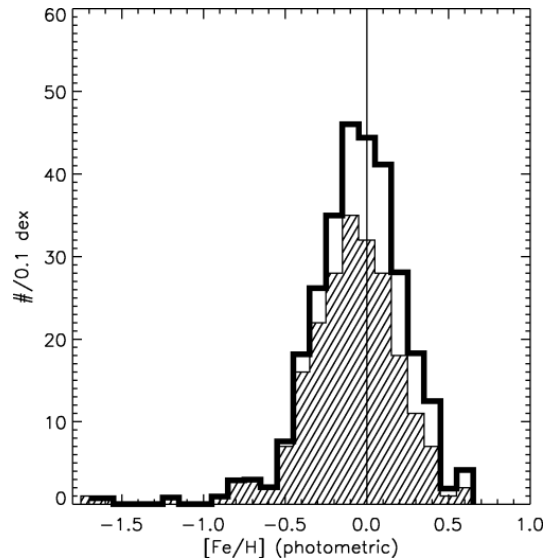


FIG. 1.9.: Distribution des métallicités pour 218 étoiles naines du voisinage solaire de Haywood (2001). La partie grisée correspond à l’histogramme brut. L’histogramme en trait épais correspond à l’histogramme obtenu après correction du biais en masse.

déterminations antérieures à l’article.

On notera en particulier dans cette table que l’échelle de hauteur du disque épais n’est pas correctement contrainte. En effet, les déterminations de cette grandeur varient de 0.58 à 1.5 kpc (soit plus d’un facteur 2) et la normalisation locale au disque mince de la densité varie entre 2 et 13%.

### 1.2.2.2. Cinématique

La cinématique du disque épais est intermédiaire entre celle du disque mince et celle du halo. Il possède une vitesse de rotation d’environ -50 km/s par rapport au LSR et un ellipsoïde des vitesses, donné dans la revue de Norris (1999),  $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (65, 54, 38)$  km/s. Les déterminations récentes des paramètres cinématiques du disque épais sont données dans la table 1.5. On notera dans cette table la détermination de Chen et al. (2001) à partir des données SDSS sensiblement supérieure aux autres déterminations.

### 1.2.2.3. Fonction de luminosité et métallicité

La fonction de luminosité du disque épais est difficile à mesurer directement pour plusieurs raisons évidentes dont la difficulté d’obtenir un échantillon sans biais d’étoiles du disque épais avec une mesure de distance précise. Ainsi, la fonction de

TAB. 1.4.: Déterminations récentes des paramètres de la structure du disque épais.  
La densité est donnée relative au disque mince à  $z = 0$ .

Référence	$h_r$ (kpc)	$h_z$ (kpc)	Densité (%)	Notes
Ojha (2001)	$3.7^{+0.8}_{-0.5}$	$0.86 \pm 0.20$		données 2MASS
Chen et al. (2001)	-	0.58-0.75	13-6.5%	données SDSS
Siegel et al. (2002)		0.94	8%	
Buser et al. (1999)	$3.0 \pm 1.5$	$0.9 \pm 0.3$	$5.9 \pm 3\%$	
Buser et al. (1998)	-	$1.15 \pm 0.15$	$5.4 \pm 1.5\%$	
Kerber et al. (2001)	-	0.8-1.2	4-8%	données HST
Bergeat et al. (2002)	-	$0.95 \pm 0.06$	5.2-7.3%	Etoiles carbonnées + Hipparcos
Ng et al. (1997)	-	1.0		
Norris (1999)	-	0.75-1.5	2-5.6%	Revue
Robin et al. (1996)	-	0.76	6%	

TAB. 1.5.: Déterminations récentes des paramètres cinématiques du disque épais.

Référence	$\langle U \rangle$	$\langle V \rangle$	$\langle W \rangle$	$\sigma_U$	$\sigma_V$	$\sigma_W$
Ojha et al. (1999)	-	$-57 \pm 4$	-	$67 \pm 12$	$60 \pm 3$	-
Chen (1999)	$-19 \pm 13$	$-106 \pm 11$	$6 \pm 12$	$81 \pm 9$	$68 \pm 8$	$75 \pm 9$
Norris (1999)	-	-40	-	65	54	38
Soubiran (1993)	$0 \pm 15$	$-52 \pm 16$	-	$56 \pm 11$	$43 \pm 6$	-
Layden et al. (1996)	-	$-48 \pm 9$	-	$56 \pm 8$	$51 \pm 8$	$31 \pm 5$
Ojha et al. (1994)	-	$-49 \pm 3$	-	-	$56 \pm 2$	-

luminosité pour cette population est déterminée principalement via des méthodes indirectes, basées sur les comptages d'étoiles et la modélisation de la structure Galactique. Par exemple, Kerber et al. (2001) montrent, via l'analyse d'environ 1000 étoiles observées avec le HST, que la fonction de luminosité du disque épais doit décroître aux faibles luminosités. Ce résultat a également été montré dans des études précédentes comme celles de Mendez & Guzman (1998), Gould et al. (1997), Santiago et al. (1996). Un autre exemple de résultat issu de ce type de méthode est donné dans la figure 1.10 qui montre la détermination de la fonction de luminosité des disques par Reylé & Robin (2001). Comme pour les déterminations précédentes, la fonction de luminosité du disque épais décroît aux faibles magnitudes ( $M_V > 11$ ).

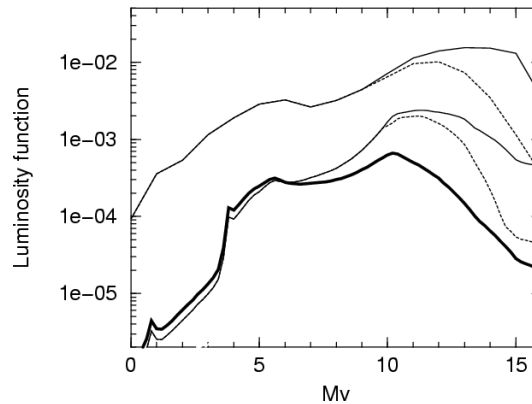


FIG. 1.10.: Fonctions de luminosité des disques déterminées par Reylé & Robin (2001). Les fonctions de luminosité sont données en nombre d'étoiles par  $\text{pc}^3$  et par magnitude ( $\text{pc}^{-3} \cdot \text{mag}^{-1}$ ). La courbe supérieure montre la fonction de luminosité du disque mince pour les étoiles de champs (trait plein) et pour les systèmes binaires (trait pointillé). Les courbes inférieures montrent les déterminations de la fonction de luminosité du disque épais pour deux valeurs de l'exposant de la fonction de masse initiale.

La métallicité moyenne du disque épais n'est pas très bien connue. Les déterminations de  $\langle [\text{Fe}/\text{H}] \rangle$  vont de  $-0.36$  (Bell 1996) à  $-0.7$  (Robin et al. 1996, Gilmore, & Wyse 1995). La distribution des métallicités, pour cette population, s'étend pour la valeur inférieure à des métallicités de l'ordre de  $[\text{Fe}/\text{H}] < -1.5$ . En effet, Morrison et al. (1990) ont montré qu'une fraction de leur échantillon (géantes G et K) dans cet intervalle de métallicité possède une cinématique semblable à celle du disque épais. Cette cinématique est très différente des amas globulaires et RR Lyrae de même métallicité (qui sont associés au halo). Ce résultat, déjà suggéré par Norris et al. (1985), a récemment été confirmé par Chiba & Beers (2000) qui ont estimé qu'environ 30% des étoiles dans l'intervalle de métallicité  $-1.6 < [\text{Fe}/\text{H}] < -1.0$  font partie du disque épais.

Dans la suite de cette partie, qui présente un travail réalisé en collaboration avec Olivier Bienaymé et Caroline Soubiran (Observatoire Aquitain des Sciences de l'Univers), je présenterai différents résultats obtenus à partir d'un échantillon observé à l'observatoire de Haute-Provence. Celle-ci est structurée de la façon suivante : dans le chapitre 2, je présenterai la construction de l'échantillon que nous avons observé avec le spectrographe Elodie. Le chapitre 3 présente la contrepartie locale de l'échantillon Elodie, issue du catalogue Hipparcos, ainsi que la méthode employée pour corriger cet échantillon du biais de Lutz-Kelker. Les chapitres 4 et 5 contiennent l'analyse des populations stellaires de l'échantillon ainsi que la détermination du potentiel vertical. Enfin, le chapitre 6 présente une étude préliminaire des données en métallicité combinées aux données cinématiques de l'échantillon Elodie. Celle-ci est centrée sur la détermination de l'histoire de la formation stellaire au-dessus du disque et sa comparaison avec les déterminations antérieures dans le disque.





# 2

## Construction de l'échantillon

Afin d'étudier la structure verticale du disque Galactique, l'idéal serait d'observer spectroscopiquement toutes les étoiles d'un champ en direction du pôle Galactique. Malheureusement, le nombre d'étoiles à observer est trop important. Il est donc nécessaire de sélectionner une population particulière. Néanmoins, cette situation est nettement améliorée avec l'apparition des spectromètres multifibres qui permettent l'acquisition d'un grand nombre de spectres simultanément.

Plusieurs critères doivent être pris en compte pour définir la population. Tout d'abord, nous voulons sonder la structure verticale et les populations stellaires des disques minces vieux et du disque épais. Ensuite, nous voulons utiliser cet échantillon pour déterminer le potentiel vertical et la densité locale de matière au voisinage du soleil. Ainsi, il est important que la population soit relativement âgée afin qu'elle soit "relaxée" et que la mesure de la vitesse des étoiles nous donne effectivement une mesure du potentiel. Une telle population est appelée un *traceur*.

La sélection du traceur ainsi que les propriétés de l'échantillon observé vont être présentées dans les paragraphes suivants.

### 2.1. Sélection de l'échantillon

Pour étudier la structure du disque et le potentiel vertical de la Galaxie, nous avons observé un échantillon d'étoiles vers le pôle nord de la Galaxie<sup>1</sup>. Cet échantillon a été sélectionné à partir du catalogue Tycho-2 (Høg et al. 2000) contenant

---

<sup>1</sup>le pôle nord Galactique se trouve, en coordonnées équatoriales J2000, à la position  $(\alpha_{GP}, \delta_{GP}) = (192.85948^\circ, 27.12825^\circ)$  (page 30 Binney & Merrifield 1998, voir )

les magnitudes apparentes  $B_T$  et  $V_T$  ainsi que les mouvements propres des étoiles jusqu'à la magnitude visuelle 11.0 (limite de complétude à 99% du catalogue).

Le but étant d'obtenir un échantillon permettant de sonder le disque jusqu'à une hauteur au-dessus du plan d'approximativement 1 kpc, nous avons sélectionné la partie du diagramme couleur–magnitude correspondant aux géantes rouges avec combustion de l'hélium dans le cœur (aussi appelé le *Red Clump* que nous noterons RC dans la suite). Ces étoiles présentent l'avantage d'être brillantes avec une magnitude absolue moyenne dans le visible d'environ 0.8, et d'avoir une fonction de luminosité fortement piquée, approximativement gaussienne, ce qui permet de réduire le biais de Malmqvist. De plus, les géantes du clump ont un spectre comportant des raies fortes ce qui facilite les mesures de vitesses radiales.

En se basant sur les travaux de Girardi et al. (1998), nous avons ainsi sélectionné les étoiles dans l'intervalle de couleur  $0.9 < B - V < 1.1$ . Cet intervalle permet de maximiser le nombre de géantes du clump par rapport aux géantes de la branche ascendante et aux naines de même couleur. La coupure en couleur  $B - V$  peut également induire un biais en métallicité dans l'échantillon. En effet, l'étalement de la branche horizontale en  $B - V$  est causé par la métallicité (les étoiles du clump sont la contrepartie à "haute" métallicité des étoiles de la branche horizontale). Ainsi, introduire une coupure dans l'indice de couleur entraîne un biais de sélection en métallicité. Néanmoins, l'étude du voisinage du red clump dans le diagramme couleur–magnitude Hipparcos montre que cet effet est très faible. On ne trouve que peu d'étoiles au-delà des limites à 0.9 et 1.1 en  $B - V$ .

Deux champs circulaires ont été sélectionnés vers le pôle nord Galactique. Le premier champ, de rayon  $10^\circ$ , est décalé de  $10^\circ$  par rapport au pôle afin d'éviter l'amas de Coma Berenices. Le second champ, de rayon  $15^\circ$ , pointe directement sur le pôle. La zone correspondant à l'amas de Coma Berenices a été retirée a priori. Comme les champs 1 et 2 se recouvrent, la partie commune est définie comme appartenant au champ le plus profond (dans notre cas le champ 1 de rayon  $10^\circ$ ).

A l'aide de la base Simbad<sup>2</sup> (Wenger et al. 2000), nous avons retiré de la sélection toutes les étoiles étant répertoriées comme appartenant à un système multiple ou comme étant variables ainsi que toutes les étoiles ayant une parallaxe Hipparcos permettant de les classer comme de classe de luminosité V ou proche de la séquence principale. Les étoiles du programme ont ensuite été observées avec le spectrographe échelle Elodie (Baranne et al. 1996) monté sur le télescope de 193 cm de l'observatoire de Hautes-Provence au cours de 24 nuits sur deux ans (dont 12 effectives). La détermination des vitesses radiales ainsi que la mesure de  $[\text{Fe}/\text{H}]$  est décrite dans la section suivante.

Les différentes caractéristiques des deux champs, ainsi que l'état actuel des observations, sont résumées dans la table 2.1.

---

<sup>2</sup><http://simbad.u-strasbg.fr>

TAB. 2.1.: Caractéristiques des deux champs sélectionnés et état actuel des observations.

	champ 1	champ 2
$l_{centre}$ (deg)	35.46	0.
$b_{centre}$ (deg)	80.	90.
surface (deg <sup>2</sup> )	309.4	410.1
nombre d'étoiles observées	246	141
limite de complétude $V$	10.1	9.2
magnitude limite	10.48	9.57

## 2.2. Détermination des paramètres stellaires

Les étoiles du programme ont été observées à l'aide du spectrographe échelle Elodie (Baranne et al. 1996) monté au foyer coudé du télescope de 1.93 m de l'Observatoire de Haute-Provence. Cet instrument a été spécialement étudié pour la mesure précise de vitesses radiales (100 m.s<sup>-1</sup> pour les étoiles F, G et K). Il a notamment permis de découvrir la première planète extrasolaire (51 Peg par Mayor & Queloz 1995). Le pouvoir de résolution de l'instrument est de 42000 avec une couverture spectrale allant de 390 nm à 680 nm sur 67 ordres.

Cet instrument permet d'obtenir en 1 heure de pose un rapport signal sur bruit (S/N) de 100 pour une étoile de magnitude apparente 8.5 et un S/N de 10 pour une étoile de magnitude apparente 12.75. La réduction des spectres ainsi que la mesure des vitesses radiales sont effectuées de façon automatique par le logiciel de traitement développé par Queloz (1996).

Les paramètres stellaires ( $\log g$ ,  $T_{\text{eff}}$ ,  $M_V$  et  $[\text{Fe}/\text{H}]$ ) ont été obtenus en utilisant la méthode TGMET (Katz et al. 1998) sur les spectres réduits, calibrés en longueur d'onde et en flux par le logiciel de réduction d'Elodie. Le principe de TGMET est de calculer les différents paramètres en comparant l'observation à une librairie de spectres de référence à haut rapport signal sur bruit (typiquement S/N de 100 Soubiran et al. 1998, Prugniel & Soubiran 2001). L'avantage de cette méthode est qu'elle permet une détermination rapide et efficace des différents paramètres même avec un S/N faible pour l'observation (le S/N des étoiles de l'échantillon est de 20).

L'algorithme permettant de calculer les paramètres stellaires procède en plusieurs étapes. Certaines sont réalisées par le logiciel de réduction d'Elodie, d'autres par TGMET. Les étapes principales de la réduction, données dans Katz et al. (1998), sont rappelées brièvement ici :

1. Extraction des pixels morts (Elodie)
2. Extraction des ordres et calibration en longueur d'onde (Elodie)
3. Redressement des différents ordres (TGMET)
4. Retrait des rayons cosmiques (TGMET)

5. Soustraction du ciel (TGMET) – uniquement si l'intensité du ciel dépasse 1% de l'intensité de l'étoile
6. Convolution du profil instrumental (TGMET)
7. Soustraction des raies du ciel (TGMET)

Une fois le spectre *nettoyé* des effets instrumentaux, des pixels morts et des rayons cosmiques, il est comparé aux spectres de la base pixel par pixel et ordre par ordre par une méthode de  $\chi^2$  afin de déterminer les paramètres stellaires.

Cette détermination procède en deux étapes. La première consiste à ajuster les longueurs d'ondes entre les spectres de l'étoile observée et l'étoile de référence de la base. En effet, les deux étoiles n'ayant pas la même vitesse radiale par rapport au spectromètre, les spectres se retrouvent décalés. Ainsi, il est nécessaire de corriger cet effet avant d'entreprendre la détermination des grandeurs qui nous intéressent. La seconde étape consiste à corriger le spectre de l'effet de la différence d'intensité. Ces deux étapes sont décrites en détails dans Katz et al. (1998) et sont effectuées sur les spectres de la librairie afin d'éviter les interpolations sur une fonction trop bruitée. La figure 2.1 montre le remplissage de la librairie utilisée par TGMET pour la détermination des paramètres stellaires.

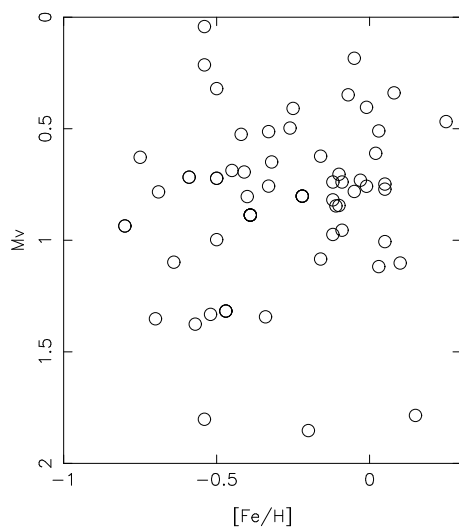


FIG. 2.1.: Répartition des étoiles de la librairie de TGMET en fonction de  $M_V$  et  $[Fe/H]$  dans le voisinage du red clump.

### 2.3. Séparation naines–géantes

L'échantillon observé, bien que conçu pour maximiser le nombre d'étoiles du clump, contient également un mélange de naines et de géantes sur la branche ascendante. Dans l'optique de déterminer la densité locale de masse et le potentiel vertical, nous souhaitons ne conserver que les étoiles du clump car leur fonction de

luminosité est bien définie ce qui permet de réduire les incertitudes (cf chapitre 5). Ainsi, il est nécessaire de séparer les étoiles du clump des autres types d'étoiles dans l'échantillon.

Plusieurs critères sont applicables pour mettre en oeuvre cette séparation. Les paramètres stellaires déterminés à l'aide de TGMET nous donnent les mesures de  $\log g$ ,  $M_V$ ,  $[\text{Fe}/\text{H}]$  ainsi que de la température effective  $T_{\text{eff}}$  qui permettent de faire une sélection précise. Cependant, l'échantillon Elodie (que j'appellerai également échantillon PNG pour Pôle Nord Galactique) va être combiné à un échantillon local d'étoiles du clump issu du catalogue Hipparcos (ESA 1997) présenté dans le chapitre 3. Cet échantillon ne dispose pas des mesures équivalentes des paramètres stellaires. Il faut donc trouver un critère qui soit transposable à cet échantillon.

Les mesures de parallaxe fournies par Hipparcos pour les étoiles les plus proches permettent de calculer la magnitude absolue. Cette grandeur, commune aux différents échantillons, sera utilisée afin de fixer le critère de sélection des géantes. Néanmoins, pour tester la validité de la sélection, nous la comparons avec la sélection de la surdensité dans l'espace des paramètres stellaires défini par  $\log g$ ,  $M_V$ ,  $[\text{Fe}/\text{H}]$  et  $T_{\text{eff}}$ . La figure 2.2 montre la répartition des étoiles du programme dans les différents plans définis par les paramètres stellaires. Les lignes horizontales correspondent au critère de sélection appliqué aux champs du programme ainsi qu'au champ Hipparcos (i.e.  $0.4 < M_V < 1.15$ ). Si l'on se limite aux étoiles contenues dans la surdensité définie par les paramètres  $\log g$ ,  $M_V$  et  $T_{\text{eff}}$ , certaines se situant au bord de la surdensité se trouvent dans la sélection en magnitude absolue. Ces étoiles sont indiquées par les cercles dans les différents plans.

La figure 2.3 montre la présence du clump dans la fonction de luminosité comme une structure piquée, approximativement gaussienne, autour de  $M_V \sim 0.8$ . Les deux lignes verticales indiquent les limites de la sélection en magnitude absolue. Pour la détermination de potentiel vertical, la fonction de luminosité sera modélisée en deux parties. La première correspond aux géantes du clump (forme gaussienne) et la seconde correspond aux géantes sur la branche ascendante (qui sera représentée par un polynôme du second ordre). Les détails de cette modélisation, ainsi que l'estimation de la pollution par les géantes de la branche ascendante et les naines, sont repoussés au chapitre 3

## 2.4. Caractéristiques des échantillons

La séparation naines–géantes présentée dans la section précédente permet de sélectionner un sous-échantillon dont la fonction de luminosité est bien connue et qui sera utile lors de la détermination des paramètres du potentiel.

Néanmoins, les deux champs étant larges (respectivement de surface 410 et 309 degrés carrés), il faut s'assurer que les caractéristiques des deux échantillons sont cohérentes. La figure 2.4 montre les comptages cumulés dans la bande  $V$  par degré

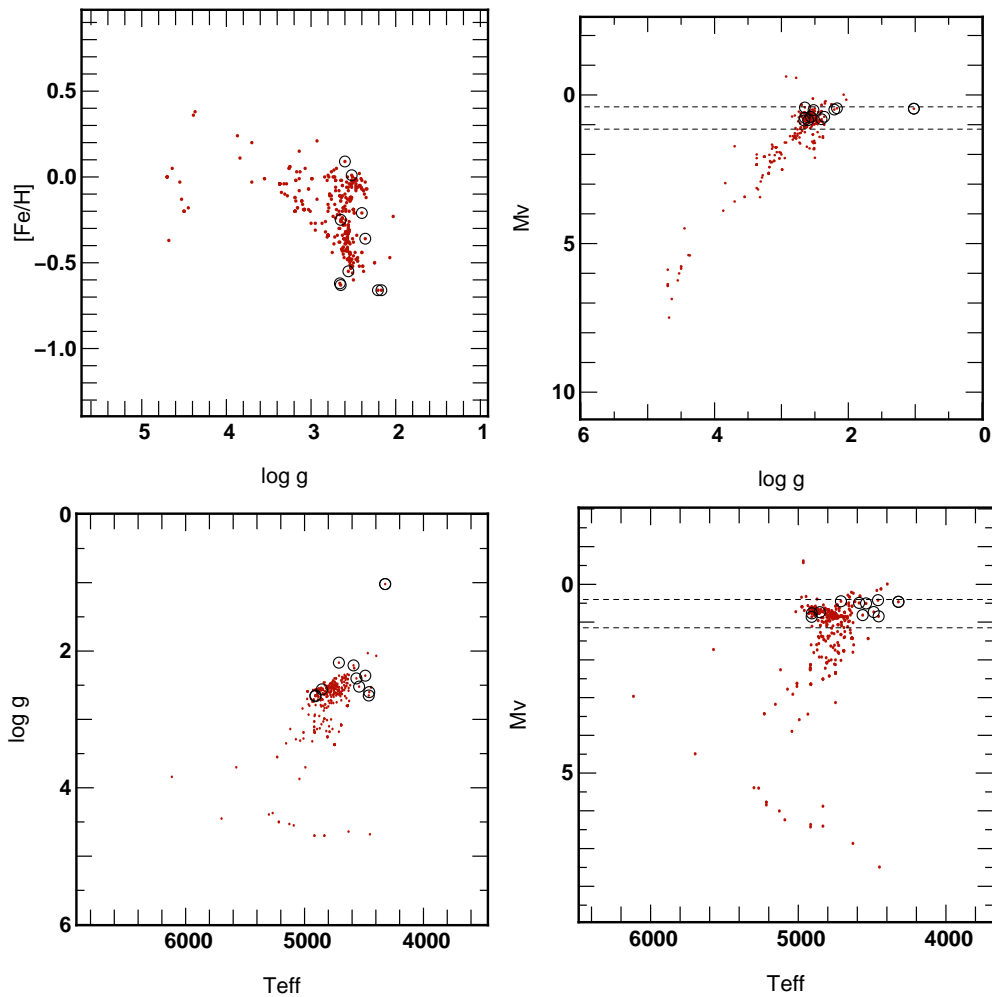


FIG. 2.2.: Répartition des étoiles observées dans les différents plans définis par les paramètres stellaires. Les lignes horizontales délimitent la sélection des étoiles du clump sur le critère de magnitude absolue. Les cercles indiquent les étoiles retenues dans la sélection en magnitude absolue mais qui n'appartiennent pas à la surdensité observée dans l'espace des paramètres stellaires (voir texte).

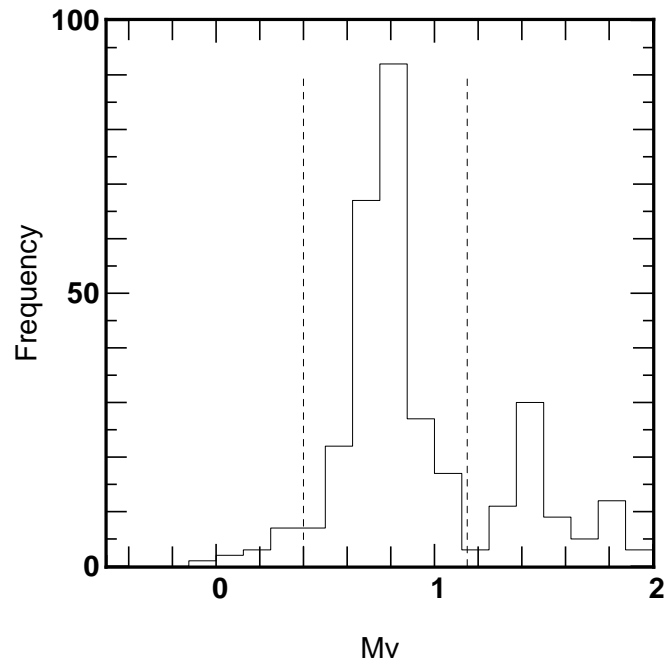


FIG. 2.3.: Illustration de la sélection des étoiles du clump pour l'échantillon vers le pôle nord Galactique. Les lignes verticales indiquent les limites de la sélection à  $M_V = 0.4$  et  $1.15$ . On notera la présence du clump dans la fonction de luminosité comme une structure gaussienne fortement piquée dans l'intervalle en magnitude absolue  $[0.4, 1.15]$ .

carré sur le ciel pour l'échantillon complet (figure de gauche) et le sous échantillon correspondant à la sélection des géantes du clump (figure de droite). Les deux traits verticaux montrent les limites de complétudes des échantillons au-delà desquels les deux échantillons ne sont plus supposés être cohérents. Cette figure montre qu'en terme de comptage les deux échantillons sont compatibles jusqu'à la limite de complétude supérieure la plus basse (i.e.  $V = 9.2$  correspondant au champ de 15 degrés carrés).

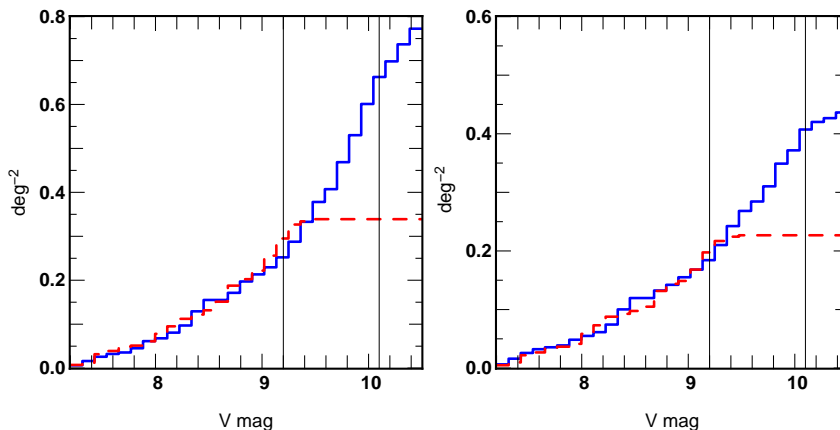


FIG. 2.4.: Histogrammes cumulés de la distribution des magnitudes apparentes pour les étoiles des deux champs PNG. Trait plein : champ de rayon 10 degrés. Trait interrompu : champ de rayon 15 degrés. Les deux droites verticales représentent les limites de complétude en  $V$  pour les deux échantillons. La figure de gauche présente le cas de l'ensemble des étoiles, la figure de droite montre le sous échantillon correspondant aux étoiles du clump. Dans les deux cas on ne distingue pas de désaccord entre les deux champs.

La table 2.2 présente les principales caractéristiques des champs ainsi que les résultats de la sélection des géantes du clump (cette table complète la table 2.1 présentée précédemment). Le nombre d'étoiles effectivement associées au clump (via la sélection en magnitude absolue de la figure 2.3) est considérable (respectivement 56% et 67%). Ceci montre que notre sélection en couleur du catalogue Tycho-2 est efficace. Néanmoins, la figure 2.5 montre l'évolution de la proportion de géantes du clump dans l'échantillon en fonction de la magnitude apparente pour les deux champs. Si la proportion est importante pour les étoiles brillantes (autour de 80% en-dessous de  $V = 9$ ), elle diminue jusqu'à moins de 50% pour la partie la plus faible de l'échantillon et la sélection en couleur devient moins justifiée.

Si l'on ajoute à la diminution de l'efficacité du critère de sélection l'effet de volume<sup>3</sup> et l'augmentation du temps de pose aux faibles luminosités (1 heure de

<sup>3</sup>On sonde un volume plus grand à faible luminosité apparente qu'à forte pour un intervalle de magnitude absolue fixé. On récupère donc un plus grand nombre d'objets



pose pour une étoile de magnitude 10.5 pour obtenir un SNR de 20), il est évident qu'obtenir un échantillon complet pour sonder le potentiel jusqu'à 1 kpc demanderait beaucoup de temps de télescope. Il est donc nécessaire pour la suite observationnelle de ce projet de raffiner le critère de sélection.

TAB. 2.2.: Caractéristiques principales des deux champs.

Champ	Rayon (deg)	Surface (deg <sup>2</sup> )	$V_{inf}$ mag	$V_{sup}$ mag	Complétude mag	Nombre total d'étoiles	Nombre d'étoiles du clump
1	10	309.4	7.2	10.5	10.1	246	137
2	15	410.1	7.2	9.6	9.2	141	95

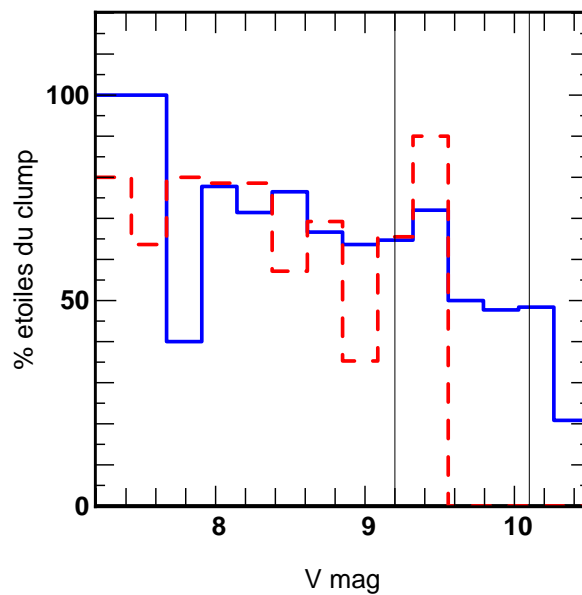


FIG. 2.5.: Proportion d'étoiles du clump par rapport au nombre total d'étoiles observées dans les champs en fonction de la magnitude apparente. Trait plein : champ de rayon 10 degrés. Trait interrompu : champ de rayon 15 degrés.

La table 2.3 présente les différents sous échantillons que l'on peut extraire des champs PNG suivant que l'on souhaite un échantillon complet en distance ou en magnitude apparente.

TAB. 2.3.: Caractéristiques des sous échantillons extraits des champs PGN.

Champ	Complétude	Nombre d'étoiles
1	Distance	85
2	Distance	48
1	Magnitude apparente	128
2	Magnitude apparente	73

# 3

## La sphère locale Hipparcos

Les échantillons présentés dans le chapitre 2 nous permettent d'apporter des contraintes sur le potentiel au-dessus du plan galactique. Cependant, il est nécessaire d'ajouter un point local à l'étude afin de mieux contraindre le problème et de déterminer la densité locale de masse.

A cette fin, nous avons utilisé un échantillon issu du catalogue Hipparcos (ESA (1997)) sélectionné avec le même critère en couleur que pour les échantillons vers le pôle nord de notre galaxie (à savoir  $0.9 < B - V < 1.1$ ). Cet échantillon a été sélectionné sur la base de la parallaxe. Il est donc assujéti au biais de Lutz-Kelker (Lutz & Kelker (1973)) qui provient de la non linéarité de la transformation parallaxe - distance. La méthode utilisée pour corriger ce biais est présentée dans la section 3.1. Dans la section 3.2 nous décrivons la fonction de luminosité utilisée pour la correction du biais de Lutz-Kelker et les caractéristiques du champ seront présentées dans la section 3.3.

### 3.1. Correction du biais de Lutz-Kelker

Le biais induit par la non linéarité de la relation distance - parallaxe a été quantifié pour la première fois par Lutz & Kelker (1973). Cependant, leur correction suppose que l'on n'ait pas a priori sur la fonction de luminosité de la population étudiée et que la distribution des étoiles soit uniforme.

Une amélioration de cette correction a été proposée par Turon Lacarrieu & Crézé (1977) où la correction tient compte de notre connaissance a priori de la fonction de luminosité. Cette correction peut être améliorée si l'on connaît la distribution spatiale de la population. Mais, comme nous cherchons à déterminer cette dernière

quantité, nous nous placerons dans le cas où nous ne disposons pas d'un a priori, ce qui nous ramène à corriger le biais à la manière de Turon-Lacarrieu & Crézé.

Le biais de Lutz-Kelker est défini par :

$$\langle M_{V\text{obs}} + \Delta M_V \rangle = M_{V\text{vrai}} , \quad (3.1)$$

où  $M_{V\text{vrai}}$  est la magnitude absolue vraie de l'étoile,  $M_{V\text{obs}}$  la magnitude absolue observée et  $\Delta M_V$  la correction que l'on cherche à déterminer. Cette équation se réécrit sous la forme

$$\langle \Delta M_V \rangle = \langle M_{V\text{vrai}} - M_{V\text{obs}} \rangle , \quad (3.2)$$

ou encore

$$\langle \Delta M_V \rangle = \frac{\int (M_{V\text{vrai}} - M_{V\text{obs}}) d\mathcal{P}(M_{V\text{vrai}}|M_{V\text{obs}})}{\int d\mathcal{P}(M_{V\text{vrai}}|M_{V\text{obs}})} , \quad (3.3)$$

qui introduit  $\mathcal{P}(M_{V\text{vrai}}|M_{V\text{obs}})$ , la probabilité conditionnelle de  $M_{V\text{vrai}}$  autour de  $M_{V\text{obs}}$ .

En remarquant que  $(M_{V\text{vrai}} - M_{V\text{obs}}) = 5 \log\left(\frac{\pi_{\text{vrai}}}{\pi_{\text{obs}}}\right)$ , on réécrit cette équation sous la forme

$$\langle \Delta M_V \rangle = \frac{\int_0^\infty \mathcal{G}_{\pi_{\text{vrai}}}(\pi_{\text{obs}}) 5 \log\left(\frac{\pi_{\text{vrai}}}{\pi_{\text{obs}}}\right) d\pi_{\text{vrai}}}{\int_0^\infty \mathcal{G}_{\pi_{\text{vrai}}}(\pi_{\text{obs}}) d\pi_{\text{vrai}}} . \quad (3.4)$$

La fonction  $\mathcal{G}_{\pi_{\text{vrai}}}(\pi_{\text{obs}})$  introduite à l'équation précédente n'est autre que  $\mathcal{P}(\pi_{\text{vrai}}|\pi_{\text{obs}})$ , la probabilité conditionnelle de  $\pi_{\text{vrai}}$  autour de  $\pi_{\text{obs}}$ .

Il faut donc calculer  $\mathcal{P}(\pi_{\text{vrai}}|\pi_{\text{obs}})$ . Si l'on suppose l'erreur sur la parallaxe gaussienne (ce qui est une bonne approximation pour l'échantillon Hipparcos (Arenou & Luri 1999)), on peut écrire :

$$\mathcal{P}(\pi_{\text{obs}}|\pi_{\text{vrai}}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\pi} \exp\left[-\frac{(\pi_{\text{obs}} - \pi_{\text{vrai}})^2}{2\sigma_\pi^2}\right] , \quad (3.5)$$

où  $\sigma_\pi$  est l'écart type de la parallaxe vraie. En appliquant le théorème de Bayes on relie  $\mathcal{P}(\pi_{\text{vrai}}|\pi_{\text{obs}})$  à  $\mathcal{P}(\pi_{\text{obs}}|\pi_{\text{vrai}})$  par

$$\mathcal{P}(\pi_{\text{vrai}}|\pi_{\text{obs}}) = \frac{\mathcal{P}(\pi_{\text{obs}}|\pi_{\text{vrai}})\mathcal{P}(\pi_{\text{vrai}})}{\mathcal{P}(\pi_{\text{obs}})} , \quad (3.6)$$

où  $\mathcal{P}(\pi_{\text{obs}}|\pi_{\text{vrai}})d\pi_{\text{obs}}$  est la probabilité de mesurer la parallaxe  $\pi_{\text{obs}}$  pour une étoile dont la parallaxe est  $\pi_{\text{vrai}}$ . Nous voulons déterminer  $\mathcal{P}(\pi_{\text{vrai}}|\pi_{\text{obs}})$  en fonction de  $\pi_{\text{vrai}}$ ,  $\pi_{\text{obs}}$  étant fixé par l'observation (ce qui implique que  $\mathcal{P}(\pi_{\text{obs}})$  est constant pour une étoile individuelle). Ainsi, il n'est pas nécessaire de connaître  $\mathcal{P}(\pi_{\text{obs}})$ . Par contre, le terme  $\mathcal{P}(\pi_{\text{vrai}})$  est crucial.

On peut estimer  $\mathcal{P}(\pi_{\text{vrai}})$  si l'on connaît la distance et la magnitude apparente :

$$\mathcal{P}(\pi_{\text{vrai}})d\pi_{\text{vrai}} = \mathcal{P}(r|m_V) \left| \frac{\partial r}{\partial \pi_{\text{vrai}}} \right|_{m_V} d\pi_{\text{vrai}} \quad (3.7)$$

avec  $r = \frac{1}{\pi_{vrai}}$  et  $M_V = m_V + 5 \log(\pi_{vrai}) + 5$ .  $\mathcal{P}(r|m_V)$  est la probabilité conditionnelle de la distance  $r$  connaissant la magnitude apparente  $m_V$ . En appliquant à nouveau le théorème de Bayes à cette dernière expression, on obtient :

$$\mathcal{P}(r|m_V) = \frac{\mathcal{P}(m_V|r)\mathcal{P}(r)}{\mathcal{P}(m_V)}, \quad (3.8)$$

avec  $\mathcal{P}(m_V) = A(m_V)$  qui n'est autre que la loi de comptage et est une constante à  $m_V$  fixée.  $\mathcal{P}(r)$  est la loi de densité (i.e.  $\mathcal{P}(r) \propto \rho(r)r^2$ ) et  $\mathcal{P}(m_V|r)$  est la fonction de luminosité  $\Phi(M_V)$  (i.e.  $\mathcal{P}(m_V|r) \propto \Phi(M_V)$ ).

Ainsi, on déduit d'après les équations 3.7 et 3.8

$$\mathcal{P}(\pi_{vrai})d\pi_{vrai} \propto \Phi(M_V)\rho(r)r^4d\pi_{vrai} \quad (3.9)$$

et donc

$$\mathcal{P}(\pi_{vrai}|\pi_{obs}) \propto \mathcal{P}(\pi_{obs}|\pi_{vrai})\Phi(M_V)\rho(r)\frac{1}{\pi_{vrai}^4}. \quad (3.10)$$

À ce niveau, nous pouvons utiliser les a priori dont nous disposons, à savoir la loi d'erreur des parallaxes vraies ainsi que la loi de densité et la fonction de luminosité. Dans notre cas, nous cherchons à déterminer la loi de densité et donc nous ne souhaitons pas faire d'a priori sur celle-ci. De plus, les erreurs sur les parallaxes sont faibles et l'on peut supposer que la densité est constante dans l'intervalle de distance délimité par l'incertitude sur la parallaxe. On considérera par la suite que  $\rho(r)$  est constant pour la correction d'une étoile individuelle.

$\Phi(M_V)$  est, quant-à elle, déterminée à partir d'un échantillon local et sa formulation mathématique est décrite dans la section 3.2. Sans expliciter  $\Phi(M_V)$ , nous obtenons donc pour la fonction  $\mathcal{G}_{\pi_{obs}}(\pi_{vrai})$  l'expression suivante :

$$\mathcal{G}_{\pi_{obs}}(\pi_{vrai}) \equiv \mathcal{P}(\pi_{vrai}|\pi_{obs}) \propto \pi_{vrai}^{-4}\Phi(M_V)\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\pi_{vrai}}}\exp\left[-\frac{(\pi_{obs} - \pi_{vrai})^2}{2\sigma_{\pi_{vrai}}^2}\right]. \quad (3.11)$$

Cette expression n'est pas utilisable directement sous cette forme car le terme  $\sigma_{\pi_{vrai}}$  n'est pas connu. Malheureusement, il est impossible de le connaître et l'on supposera par la suite que  $\sigma_{\pi_{vrai}} = \sigma_{\pi_{obs}}$  ce qui est une hypothèse raisonnable.

On notera que si l'on pose  $Z = \frac{\pi_{vrai}}{\pi_{obs}}$  on retrouve le résultat de Turon-Lacarrieu et Crézé :

$$\langle \Delta M_V \rangle = \frac{\int_0^\infty 5 \log(Z)\mathcal{G}(Z)dZ}{\int_0^\infty \mathcal{G}(Z)dZ} \quad (3.12)$$

En appliquant la même démarche, on peut également obtenir la correction  $\langle \Delta r \rangle$  de la distance qui s'écrit :

$$\langle \Delta r \rangle = \frac{\int_0^\infty \left(\frac{1}{\pi_{vrai}} - \frac{1}{\pi_{obs}}\right)\mathcal{G}(Z)dZ}{\int_0^\infty \mathcal{G}(Z)dZ}. \quad (3.13)$$

On remarquera que la distance obtenue en utilisant la magnitude absolue corrigée du biais est équivalente à celle obtenue en corrigeant directement la distance.

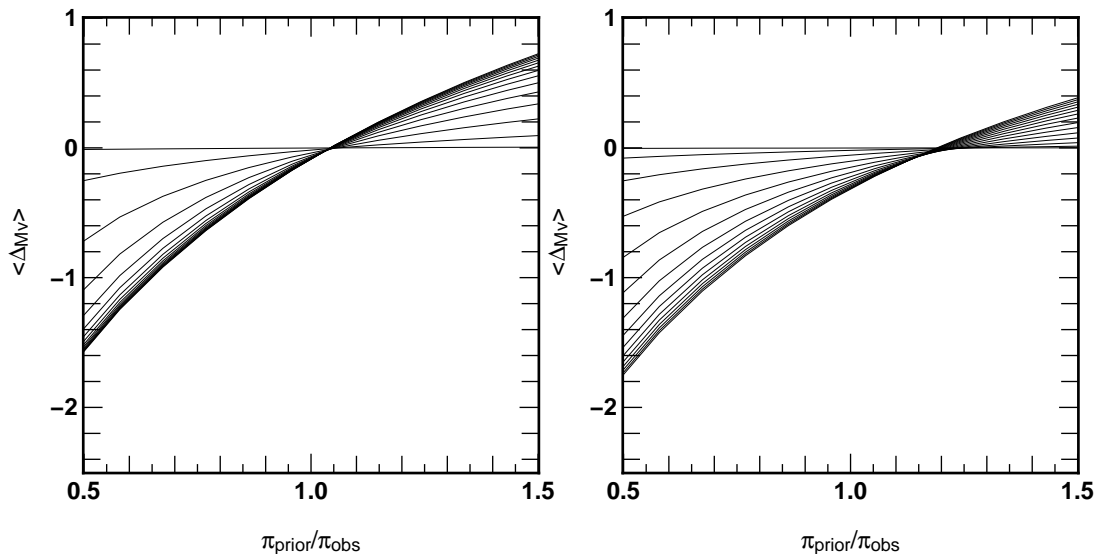


FIG. 3.1.:  $\langle \Delta M_V \rangle$  en fonction du rapport  $\pi_{prior}/\pi_{obs}$  pour différentes valeurs de  $\sigma_\pi/\pi$  et deux valeurs de  $\sigma_{M_V}$ . À gauche  $\sigma_{M_V} = 0.25$ , à droite  $\sigma_{M_V} = 0.50$ .

Les figures 3.1 à 3.1 montrent l'amplitude de la correction  $\langle \Delta M_V \rangle$  en fonction de plusieurs paramètres. Tout d'abord la figure 3.1 montre la variation de  $\langle \Delta M_V \rangle$  en fonction du rapport  $\pi_{prior}/\pi_{obs}$  telle qu'elle est présentée dans Turon Lacarrieu & Crézé (1977) pour deux valeurs de  $\sigma_{M_V}$  (la dispersion de la fonction de luminosité gaussienne). Comme on peut s'y attendre,  $\langle \Delta M_V \rangle$  augmente avec  $\sigma_\pi/\pi$  mais diminue avec  $\sigma_{M_V}$ .

Ensuite, la figure 3.1 montre l'influence de la fonction de luminosité sur la correction  $\langle \Delta M_V \rangle$ . À gauche est représenté le cas d'une fonction de luminosité gaussienne et à droite le cas de la fonction de luminosité obtenue dans la section suivante à partir d'un échantillon local d'étoiles Hipparcos. Les deux fonctions de luminosité sont dominées par le terme gaussien mais dans le cas de la fonction de luminosité Hipparcos, un second terme (polynôme du second ordre) est introduit et représente les géantes de la branche ascendante. Ce second terme est petit par rapport au terme gaussien (voir section 3.2) mais apporte néanmoins une contribution significative à la correction  $\langle \Delta M_V \rangle$ .

La figure 3.1 superpose les différentes corrections : la correction de Lutz & Kelker (1973) (voir leur table 1), la correction de Turon Lacarrieu & Crézé (1977) dans le cas de la fonction de luminosité déduite du sous échantillon Hipparcos (traits pleins) et enfin avec une fonction de luminosité gaussienne de même moyenne et dispersion que la fonction de luminosité Hipparcos (traits tiretés) en fonction de  $\sigma_\pi/\pi$ . Les deux familles de courbes utilisant la méthode de Turon Lacarrieu & Crézé (1977) ont été tracées pour trois valeurs du rapport  $\pi_{prior}/\pi_{obs}$  (0.9, 1.0 et 1.1). À nouveau, on remarque l'apport de la connaissance a priori de la fonction de luminosité sur le calcul de la correction. On notera également le changement de signe de la correction quand le rapport  $\pi_{prior}/\pi_{obs}$  est positif dans la correction de Turon Lacarrieu & Crézé (1977) ainsi que la stabilisation du terme correctif quand le rapport  $\sigma_\pi/\pi$  augmente. Ainsi,

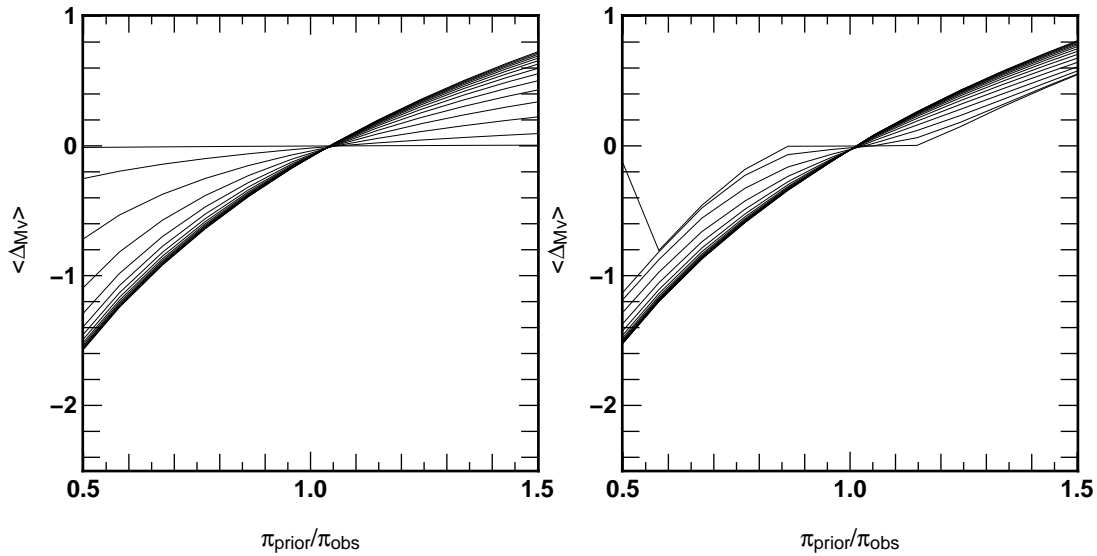


FIG. 3.2.:  $\langle \Delta M_V \rangle$  en fonction du rapport  $\pi_{prior}/\pi_{obs}$  pour différentes valeurs de  $\sigma_\pi/\pi$  et  $\sigma_{M_V} = 0.25$ . A gauche, correction obtenue avec une fonction de luminosité gaussienne. A droite, correction obtenue avec la fonction de luminosité déduite de l'échantillon Hipparcos dans la section 3.2.

la correction originale de Lutz & Kelker (1973) sous estime  $\langle \Delta M_V \rangle$  aux faibles rapports  $\sigma_\pi/\pi$  et la surestime quand  $\sigma_\pi/\pi$  est supérieur à  $\sim 0.13$ . La différence entre la correction de Lutz & Kelker (1973) et celle de Turon Lacarrieu & Crézé (1977) atteint plusieurs dixièmes de magnitude, ce qui montre que pour corriger proprement ce biais, il est important d'utiliser toute l'information dont nous disposons.

### 3.2. Détermination de la fonction de luminosité de l'échantillon Hipparcos

Nous avons vu dans la section 3.1 que la correction du biais de Lutz-Kelker nécessite de connaître la fonction de luminosité du traceur étudié, où tout du moins, la correction est plus précise si l'on dispose d'un a priori sur cette fonction de luminosité.

Afin d'obtenir cet a priori, nous avons utilisé un échantillon d'étoiles proches obtenu également à l'aide du catalogue Hipparcos. Cet échantillon, complet jusqu'à 50 pc (i.e.  $\pi > 20$  mas), est très peu affecté par le biais de Lutz-Kelker grâce à la grande précision des mesures Hipparcos. Ainsi, nous pouvons l'utiliser pour déterminer la fonction de luminosité du Red Clump (RC).

Le nombre d'étoiles étant limité dans la sphère des 50 pc, nous ne pouvons pas utiliser la fonction de luminosité observée qui est définie avec trop peu de précision. Nous ajustons donc, sur la distribution des magnitudes absolues, la fonction (Girardi

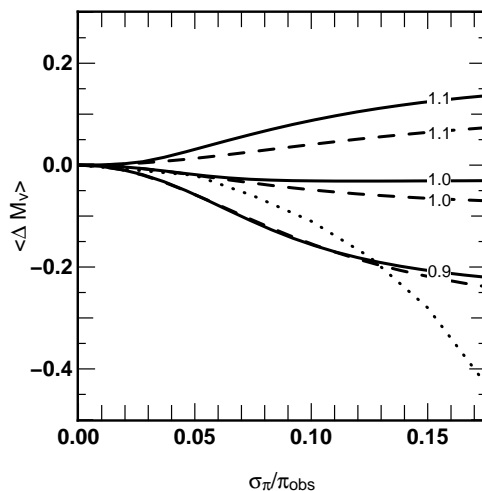


FIG. 3.3.: Comparaison des corrections de Lutz-Kelker originale (traits pointillés), Turon Lacarrieu et Cr ez e avec une fonction de luminosité gaussienne de dispersion 0.25 et moyenne 0.74 (tirets) et la correction calcul e à partir de la fonction de luminosité du clump (traits pleins) pour trois valeurs du rapport  $\pi_{prior}/\pi_{obs}$ .

et al. 1998) :

$$\Phi(M_V) = a_1 + a_2 M_V + a_3 M_V^2 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{M_V RC}} \exp \left[ -\frac{(M_V - \overline{M_V RC})^2}{2\sigma_{M_V RC}^2} \right]. \quad (3.14)$$

Celle-ci se décompose en deux parties. La première est un polynôme du second ordre qui représente les géantes sur la branche ascendante que nous ne pouvons pas distinguer, sur le simple critère de la magnitude absolue et de la couleur, des étoiles du clump. Le second terme est une gaussienne de moyenne  $\overline{M_V RC}$  et d'écart type  $\sigma_{M_V RC}$  et représente la fonction de luminosité du RC.

Un ajustement de cette fonction sur la distribution en magnitude absolue de l'échantillon à 50 pc nous donne  $\overline{M_V RC} = 0.74$  et  $\sigma_{M_V RC} = 0.25$ . Pour les coefficients polynômiaux représentant les géantes de fonds nous obtenons  $a_1 = -9.9810^{-10}$ ,  $a_2 = -1.5210^{-5}$  et  $a_3 = 0.039$ . A l'aide de ces paramètres, nous pouvons estimer la contamination du champ par les géantes de fond en intégrant les deux parties de l'équation sur l'intervalle en  $M_V$ . Ceci nous donne approximativement 2% de géantes dans les échantillons.

Les figures 3.2 et 3.2 montrent la sélection effectuée sur l'échantillon Hipparcos ainsi que l'ajustement obtenu de la fonction de luminosité.



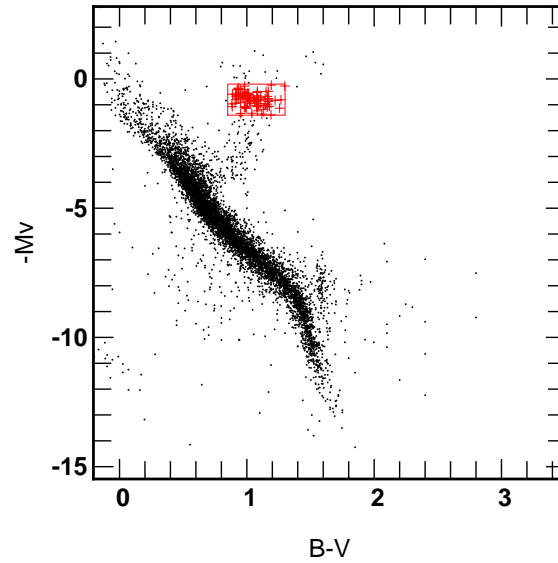


FIG. 3.4.: Sélection des étoiles Hipparcos ayant une parallaxe supérieure à 20 mas dans la région du clump. Cette sélection est utilisée afin de déterminer la fonction de luminosité des étoiles du clump.

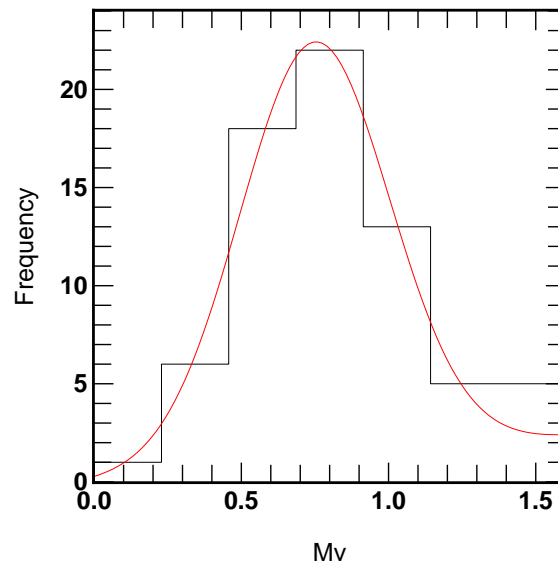


FIG. 3.5.: Fonction de luminosité des étoiles du clump pour un échantillon d'étoiles issu du catalogue Hipparcos ayant une parallaxe supérieure à 20 mas. L'histogramme représente la distribution observée en fonction de la magnitude absolue. La courbe présente le meilleur ajustement de cette distribution en utilisant la fonction de luminosité Eq. 3.14.

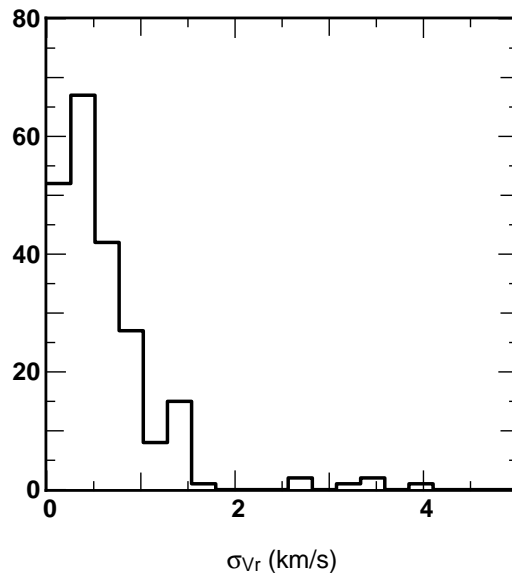


FIG. 3.6.: Distribution des erreurs sur les vitesses radiales dans le catalogue de vitesses radiales Barbier-Brossat & Figon (2000) pour les étoiles de l'échantillon Hipparcos.

### 3.3. Caractéristiques du champ

L'échantillon Hipparcos, une fois corrigé du biais de Lutz-Kelker, contient 537 étoiles dans les intervalles  $0.9 < B - V < 1.1$  et  $0.4 < M_V < 1.15$ . Cependant le catalogue Hipparcos ne contient pas les vitesses radiales. Celles-ci ont été récupérées à l'aide des outils Simbad (Wenger et al. 2000) et Vizier (Ochsenbein et al. 2000) développés au CDS. La plupart de ces vitesses radiales sont issues du catalogue de vitesses radiales de Barbier-Brossat & Figon (2000). Les étoiles dont les vitesses radiales ne sont pas présentes dans ce catalogue ont été obtenues à l'aide de Simbad (concerne 27 étoiles). Ceci nous a permis de récupérer la donnée manquante pour la plupart des étoiles. Néanmoins, un peu moins de 2% n'ont pas de mesure de vitesse radiale connue.

Les vitesses radiales obtenues à partir du catalogue Barbier-Brossat & Figon (2000), bien que de qualité inférieure aux vitesses radiales d'Elodie, sont d'une précision supérieure à 5 km/s pour la plupart des mesures. La figure 3.3 montre la répartition des erreurs sur vitesses radiales du catalogue pour les étoiles ayant une mesure de  $\sigma_{Vr}$  et le tableau 3.1 donne la répartition des indices de qualité pour le restant des objets.

Les vitesses radiales obtenues à l'aide de Simbad ne disposent pas, dans la plupart des cas, de mesure de  $\sigma_{Vr}$ . Cependant, leur faible nombre (27 pour un échantillon de 526 étoiles soit 5% de l'échantillon) ne doit pas affecter de façon dramatique la qualité de l'échantillon.

TAB. 3.1.: Distribution de l'indice de qualité dans Barbier-Brossat & Figon (2000) pour les étoiles de l'échantillon Hipparcos.

Indice de qualité	$\sigma_{V_r}$	(km/s)	nombre d'étoiles
A	$\sigma_{V_r}$	$\leq 2.5$	74
B	$2.5 < \sigma_{V_r}$	$\leq 5.0$	170
C	$5.0 < \sigma_{V_r}$	$\leq 10.0$	23
D	$10.0 \leq \sigma_{V_r}$		8

Au final, les mouvements propres et les vitesses radiales ont été transformés en vitesses dans le trièdre. Nous obtenons ainsi un échantillon local comprenant 526 étoiles et complet à 98% jusqu'à 125 pc.



# 4

## Populations stellaires et cinématique des disques

L'échantillon PNG est composé principalement d'étoiles des disques mince vieux et épais (hauteur moyenne au-dessus du plan 400 pc) avec une très faible proportion d'étoiles des autres populations (halo et disque(s) jeunes(s)).

L'échantillon PNG sondant des hauteurs au-dessus du plan comprises entre 125 pc et  $\sim 800$  pc, il nous est possible de tester les propriétés des populations du disque au-dessus du plan Galactique.

Ce chapitre est divisé en deux parties. La première concerne les propriétés moyennes des populations présentes ainsi que leur contribution à l'échantillon. La seconde partie décrit, quant-à elle, l'ellipsoïde des vitesses en fonction de la métallicité et de la hauteur au-dessus du plan Galactique. Ces deux parties correspondent à un résumé de l'article 1 présenté à la suite de ce chapitre.

### 4.1. Cinématique des disques

Pour les étoiles de l'échantillon PNG, nous disposons des vitesses dans le trièdre  $(U, V, W)$  ainsi que de la métallicité et de la distance (via la mesure de magnitude absolue obtenue grâce à TGMET). L'ensemble de ces mesures, pour les près de 400 étoiles composant l'échantillon, en fait une base d'une grande qualité pour l'étude des populations stellaires du disque ainsi que pour l'étude des gradients verticaux de vitesse et de métallicité.

### 4.1.1. Propriétés de l'échantillon : vitesses moyennes et dispersion de vitesse

Afin de sonder la cinématique du disque en fonction de la hauteur au-dessus du plan, nous avons découpé l'échantillon en bins de 100 pc et calculé les vitesses moyennes et dispersion de vitesse ainsi que la métallicité moyenne et dispersion en métallicité. Ces résultats sont présentés dans le tableau 4.1.1.

Ce tableau montre que les propriétés de l'échantillon passent des propriétés du disque mince près du plan Galactique (métallicité solaire, et faibles dispersions de vitesse ( $\sigma_U \sim 35 - 40\text{km/s}$ ,  $\sigma_V \sim 25 - 30\text{km/s}$ ,  $\sigma_W \sim 15 - 20\text{km/s}$ ) à des propriétés caractéristiques du disque épais dans les derniers bins de distance (faible métallicité, dispersions de vitesse importantes ( $\sigma_U \sim 70 - 80\text{km/s}$ ,  $\sigma_V \sim 40 - 60\text{km/s}$ ,  $\sigma_W \sim 40 - 60\text{km/s}$ )).

### 4.1.2. Comparaison au modèle de Besançon

Dans une première approche pour déterminer les paramètres du disque épais, nous avons comparé l'échantillon Elodie à deux jeux de pseudo-données issus du modèle de synthèse de population de Besançon (Robin et al. 2002). Ce modèle comporte sept disques minces avec des âges variant de 0.15 à 10 Gyr, un disque épais, un halo ainsi qu'un bulbe. Pour la comparaison avec l'échantillon, nous avons choisi deux modèles particuliers pour le disque épais. Le premier modèle comporte un disque épais pauvre en métaux et un disque épais avec une cinématique chaude. Le second modèle comporte un disque épais riche en métaux avec une cinématique plus froide. Les différents paramètres utilisés pour la modélisation sont donnés dans la table 4.2. Dans les deux modèles, l'échelle de hauteur du disque épais est fixée à 800 pc avec une densité relative au voisinage du soleil de 6.2%. Le disque mince étant mieux connu, nous avons conservé les paramètres standards du modèle qui sont également rappelés dans la table 4.2.

La figure 4.3 montre les gradients verticaux de métallicité, de dispersion de vitesse et de vitesse de rotation pour les deux modèles de disque épais ainsi que les mesures de l'échantillon Elodie.

En étudiant la figure 4.3, on peut voir que le modèle 2 montre un meilleur accord avec les données que le modèle 1. Le modèle 1 ne parvient pas à reproduire les gradients verticaux de  $\sigma_V$  et de  $V$  ainsi que les autres gradients au-delà de 600 pc. Cependant, les barres d'erreurs sont larges et le modèle 2 montre également des déviations par rapport aux données en-deçà de 500 pc. Il est donc impossible de favoriser l'un des deux modèles en se basant sur les gradients verticaux et une étude plus détaillée des populations stellaires composant l'échantillon Elodie est nécessaire.

TAB. 4.1.: Propriétés cinématiques de l'échantillon en fonction de la hauteur au-dessus du plan Galactique.

Intervalle pc	Nombre d'étoiles	$\langle[\text{Fe}/\text{h}]\rangle$ dex	$\sigma_{[\text{Fe}/\text{H}]}$ dex	$\langle U \rangle$ km/s	$\sigma_U$ km/s	$\sigma_{\langle U \rangle}$ km/s	$\langle V \rangle$ km/s	$\sigma_V$ km/s	$\sigma_{\langle V \rangle}$ km/s	$\langle W \rangle$ km/s	$\sigma_W$ km/s	$\sigma_{\langle W \rangle}$ km/s
0 100	15	-0.03	0.44	-14	17	4	-17	23	6	1	14	4
100 200	33	-0.12	0.43	-23	39	7	-24	24	4	-9	20	3
200 300	77	-0.19	0.40	-4	40	5	-26	27	3	-11	19	2
300 400	89	-0.20	0.42	-21	50	5	-24	37	4	-11	26	3
400 500	64	-0.26	0.40	-12	52	7	-33	45	6	-8	29	4
500 600	50	-0.31	0.41	1	39	6	-24	37	5	-19	29	4
600 700	34	-0.27	0.42	-8	53	9	-31	42	7	-11	31	5
700 800	15	-0.37	0.59	-3	77	20	-40	49	13	-29	27	7
800 900	9	-0.44	0.34	-33	86	29	-38	50	17	-16	35	12

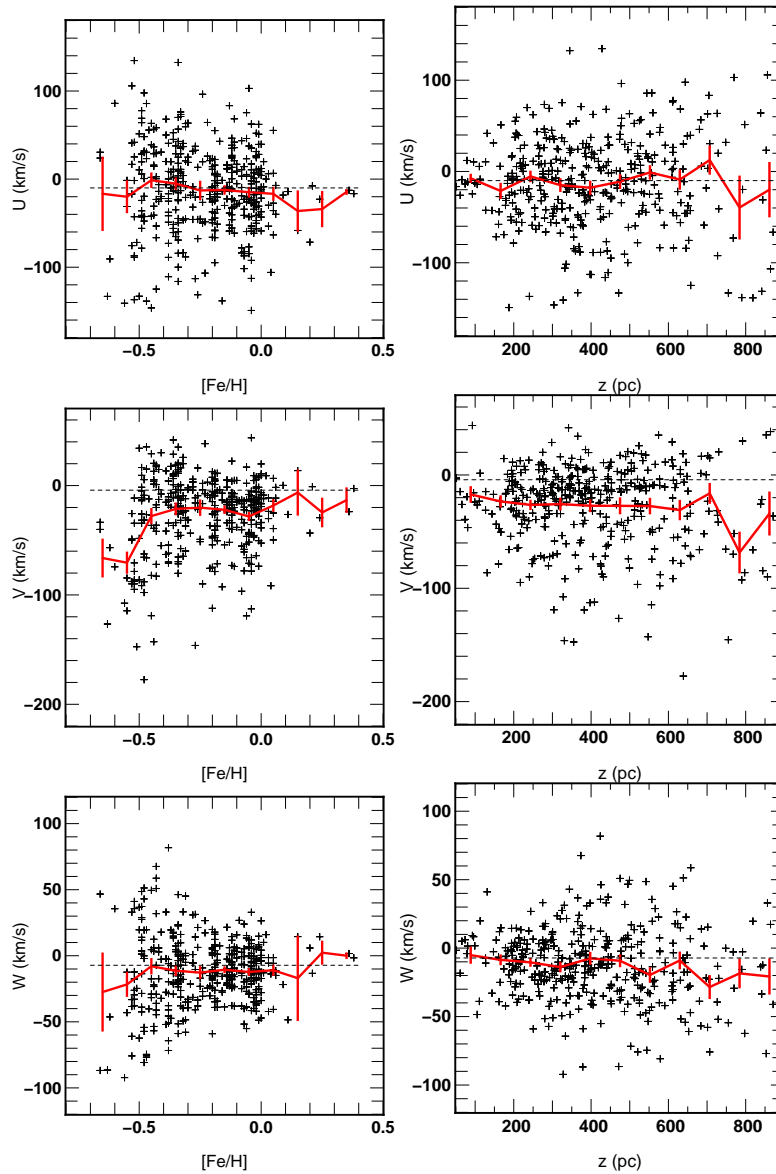


FIG. 4.1.: Distribution des vitesses (U,V,W) des étoiles observées en fonction de la métallicité et de la hauteur au-dessus du plan. Les courbes en pointillés représentent la vitesse du soleil, les courbes en trait épais sont les vitesses moyennes.



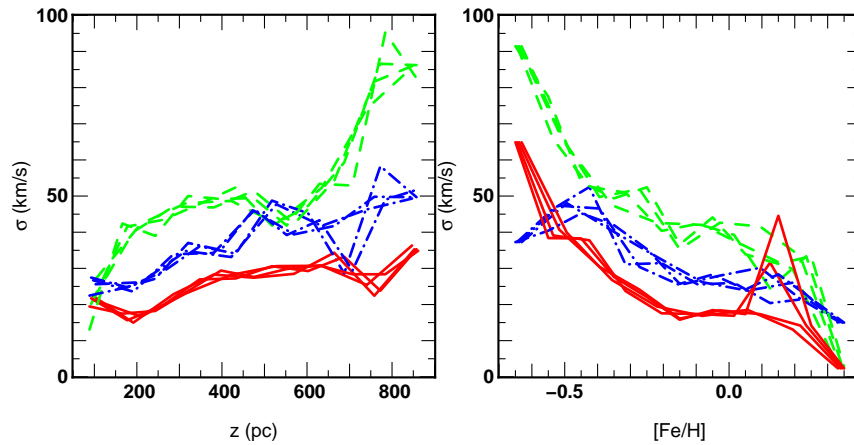


FIG. 4.2.: Dispersion de vitesse en fonction de la métallicité et de la hauteur au-dessus du plan Galactique. Trait tireté : dispersion de vitesse  $U$ , trait tireté interrompu : dispersion de vitesse  $V$ , trait plein : dispersion de vitesse  $W$ . Les différentes courbes de même type correspondent à différents choix de binage.

TAB. 4.2.: Paramètres des disques minces vieux et du disque épais dans le modèle de Besançon utilisé pour la comparaison avec l'échantillon PNG (cf table 3 de l'article 1).

		[Fe/H]	$\sigma_{[\text{Fe}/\text{H}]}$	$V_{\text{lag}}$	$\sigma_U$	$\sigma_V$	$\sigma_W$
				km/s	km/s	km/s	km/s
Disque mince	5 Gyr	-0.07	0.18	-17	37	24	15
	7 Gyr	-0.14	0.17	-21	43	28	18
	10 Gyr	-0.37	0.20	-21	43	28	18
Disque épais	Modèle 1	-0.70	0.30	-86	80	60	55
	Modèle 2	-0.48	0.30	-56	60	45	40

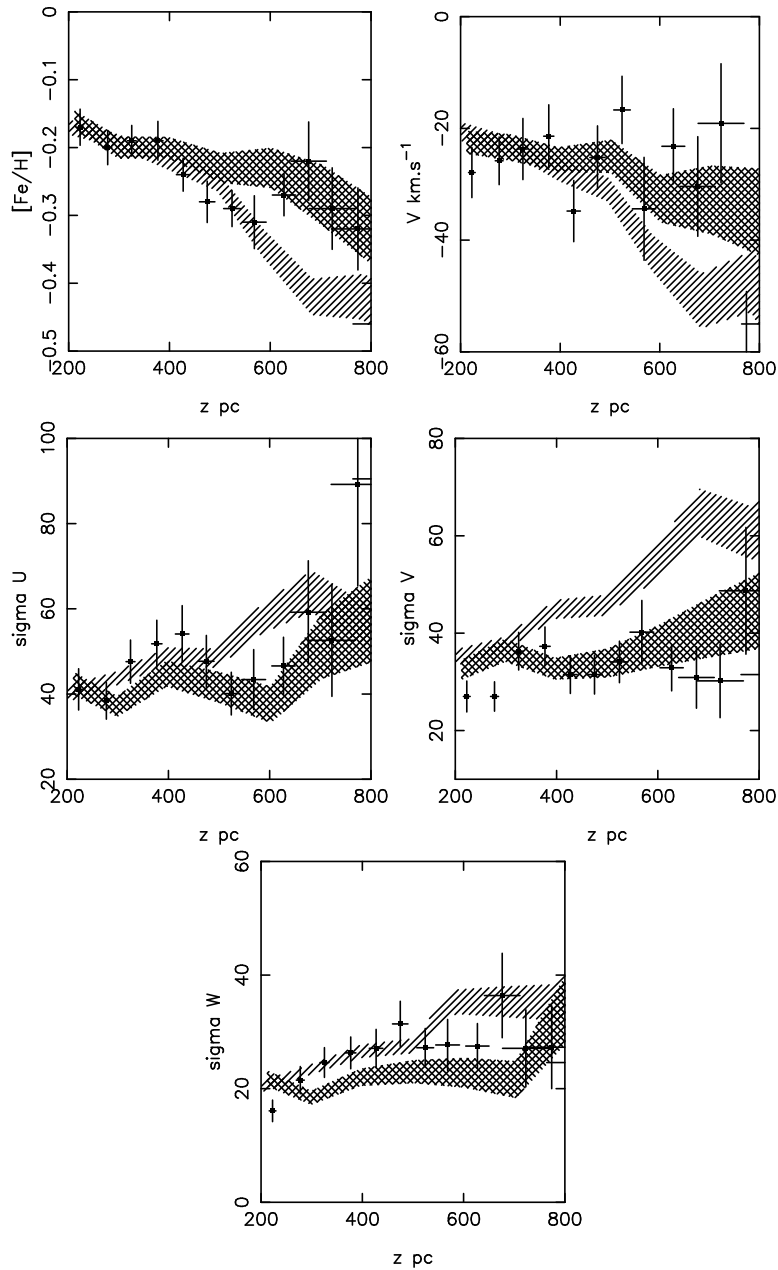


FIG. 4.3.: Comparaison des données de l'échantillon PNG avec deux modèles de disque épais dans le modèle de Besançon. Gris clair : modèle 1, Gris foncé : modèle 2.

### 4.1.3. Décomposition en populations gaussiennes

Afin d'étudier les populations stellaires du disque, nous avons décomposé l'échantillon en populations gaussiennes en utilisant la méthode SEM (Celeux & Diebolt 1986). Cet algorithme a déjà été utilisé précédemment pour des études similaires par Soubiran (1993) et Ojha et al. (1996) pour une décomposition des populations du disque à partir des distributions de vitesse.

Néanmoins, nous avons testé l'algorithme sur des données simulées dont les composantes sont connues (les simulations du modèle de Besançon présentées dans la section 4.1.2). Les résultats de la méthode SEM sur les données simulées sont donnés dans la table 4 de l'article 1. Nous pouvons déduire de ces tests que la méthode SEM permet de retrouver le bon nombre de populations, les paramètres cinématiques ainsi que la métallicité moyenne des populations présentes dans l'échantillon. Cependant, les densités sont moins bien contraintes et nous obtenons des barres d'erreur relativement grandes pour ces paramètres (de l'ordre de 10%). Les barres d'erreur sont également plus grandes pour les paramètres cinématiques du disque épais ce qui montre la difficulté de déterminer les paramètres physiques dans le cas où les deux populations sont mélangées.

Afin d'obtenir les propriétés des populations du disque à partir de l'échantillon Elodie, nous avons séparé l'échantillon en deux sous-échantillons en distance (le premier contenant les étoiles entre 200 et 400 pc, le second les étoiles entre 400 et 800 pc). La méthode SEM a ensuite été appliquée aux espaces de paramètres  $(U, V, W)$  et  $(U, V, W, [Fe/H])$  (nous nous référerons aux décompositions dans ces deux espaces comme les cas 3D et 4D par la suite). Nous avons retiré deux étoiles de l'échantillon, ces étoiles ayant des propriétés du halo (voir section 3.3 de l'article 1). Nous avons testé la décomposition avec deux et trois populations. Chaque décomposition a été répétée 150 fois et converge (presque toujours) sur la même solution sauf dans le cas où trois populations ont été utilisées, la décomposition étant instable dans ce cas (voir paragraphe 4.3.2 de l'article 1). Le fait que la décomposition converge sur deux populations renforce l'idée que le disque épais est une population distincte du disque mince. Les résultats des décompositions à deux populations (dans les cas 3 et 4D) sont présentés dans la table 4.1.3.

La table 4.1.3 nous donne quatre solutions pour les paramètres cinématiques des disques mince et épais (deux bins en distance et deux décompositions). La table 4.1.3 donne les paramètres moyens obtenus en combinant ces solutions. Si les paramètres cinématiques obtenus pour le disque mince correspondent aux paramètres obtenus pour la composante vieille du disque mince avec les données Hipparcos (Bienaymé 1999, Dehnen & Binney 1998b), la densité du disque épais est plus grande que la densité obtenue dans les études précédentes (à l'exception de Bell (1996)) avec une valeur locale relative de 15%.

TAB. 4.3.: Résultats de la décomposition en deux populations gaussiennes par SEM à 3 et 4 dimensions

	%	[Fe/H] dex	$\sigma_{[\text{Fe}/\text{H}]}$ dex	$V_{lag}$ km/s	$\sigma_U$ km/s	$\sigma_V$ km/s	$\sigma_W$
disque mince 200-400 pc 3D	$77 \pm 7$	-	-	$-11 \pm 2$	$37 \pm 2$	$17 \pm 1$	$20 \pm 1$
disque mince 200-400 pc 4D	$75 \pm 7$	$-0.16 \pm 0.01$	$0.23 \pm 0.03$	$-11 \pm 2$	$36 \pm 2$	$17 \pm 1$	$19 \pm 1$
disque mince 400-800 pc 3D	$60 \pm 5$	-	-	$-8 \pm 3$	$39 \pm 3$	$19 \pm 1$	$23 \pm 2$
disque mince 400-800 pc 4D	$65 \pm 6$	$-0.19 \pm 0.01$	$0.29 \pm 0.02$	$-20 \pm 3$	$44 \pm 3$	$28 \pm 2$	$19 \pm 1$
disque épais 200-400 pc 3D	$23 \pm 4$	-	-	$-69 \pm 5$	$68 \pm 8$	$33 \pm 4$	$28 \pm 3$
disque épais 200-400 pc 4D	$25 \pm 4$	$-0.27 \pm 0.03$	$0.27 \pm 0.02$	$-65 \pm 5$	$67 \pm 7$	$34 \pm 4$	$28 \pm 3$
disque épais 400-800 pc 3D	$41 \pm 5$	-	-	$-59 \pm 4$	$64 \pm 6$	$34 \pm 3$	$36 \pm 3$
disque épais 400-800 pc 4D	$35 \pm 5$	$-0.42 \pm 0.01$	$0.32 \pm 0.02$	$-44 \pm 6$	$62 \pm 6$	$44 \pm 4$	$42 \pm 4$

La déconvolution nous donne également une métallicité du disque épais plus grande que prévue (et ce dans les deux bins en distance) qui ne peut pas être expliquée par un biais de sélection ou dans la détermination de la métallicité (voir paragraphe 4.3.3 de l'article 1). La valeur moyenne de la métallicité dans le premier bin en distance ( $[\text{Fe}/\text{H}]=-0.27$ ) peut cependant être expliquée par l'existence d'étoiles de métallicité solaire et faible rotation (voir figure 4.1 panel en haut à droite) (Soubiran 1999, Grenon 1999). Ces étoiles forment une population dont la distribution est aplatie dans le disque local avec une origine proche du bulbe et ne partagent pas l'histoire du disque épais. Elles peuvent expliquer la différence dans les valeurs de  $\sigma_W$  et de  $[\text{Fe}/\text{H}]$  pour les deux bins en distance pour le disque épais. Une diffusion des orbites de ces étoiles par la barre a été proposée pour expliquer la présence de ces étoiles dans le voisinage solaire Martinet & Raboud (1999). La valeur de la métallicité moyenne du disque épais adoptée dans la table 4.1.3 correspond donc à la valeur au-dessus du plan, où la pollution par la population d'étoiles associées au bulbe est faible voire nulle, plus une correction évaluée à 0.2 dex pour tenir compte de l'effet de sélection en couleur (qui rejette environ 30% des étoiles à faible métallicité, voir chapitre 6).

TAB. 4.4.: Paramètres cinématiques des disques mince et épais obtenus en moyennant les 4 solutions de la méthode SEM.

Disque	%	$[\text{Fe}/\text{H}]$ dex	$\sigma_{[\text{Fe}/\text{H}]}$ dex	$V_{lag}$ km/s	$\sigma_U$ km/s	$\sigma_V$ km/s	$\sigma_W$ km/s
Mince	$85 \pm 7$	$-0.17 \pm 0.03$	$0.26 \pm 0.03$	$-12 \pm 2$	$39 \pm 2$	$20 \pm 2$	$20 \pm 1$
Epais	$15 \pm 7$	$-0.48 \pm 0.05$	$0.32 \pm 0.03$	$-51 \pm 5$	$63 \pm 6$	$39 \pm 4$	$39 \pm 4$

## 4.2. Ellipsoïde des vitesses

L'orientation de l'ellipsoïde des vitesses nous apporte un renseignement précieux sur l'état de relaxation des populations ainsi que sur la forme du potentiel. En effet, dans le cas d'un potentiel non axisymétrique, l'orientation dans le plan (U,V) de l'ellipsoïde des vitesses est non nulle, sauf si l'on se trouve sur l'un des axes de symétrie de ce potentiel. Kuijken & Tremaine (1994) ont montré que, dans le cas d'un potentiel non axisymétrique donné par

$$\Psi(R, \phi) = \Phi_0(R) + \psi(R) \cos(\phi - \phi_b),$$

où  $\phi_b$  est une constante et  $(R, \phi)$  sont les coordonnées polaires dans le plan Galactique, la déviation du vertex est donnée par

$$l_v \propto \sin 2(\phi - \phi_b). \quad (4.1)$$

Cette déviation est nulle quand l'on se trouve sur l'un des axes de symétrie ( $\phi = \phi_b$ ).

La figure 4.4 montre l'orientation de l'ellipsoïde des vitesses dans le plan (U,V) pour deux sous-échantillons en métallicité (le premier avec  $[\text{Fe}/\text{H}] < -0.25$ , le second avec  $[\text{Fe}/\text{H}] > -0.25$ ) et différents intervalles en  $z$ . Ces deux sous-échantillons sont construits par la combinaison de l'échantillon Elodie (cf. chapitre 2) avec la contrepartie Hipparcos (cf. chapitre 3). La métallicité des étoiles de l'échantillon Hipparcos a été obtenue à partir de la littérature (cependant les mesures spectroscopiques de  $[\text{Fe}/\text{H}]$  ne sont disponibles que pour 173 étoiles sur les 526). La table 4.2 donne la valeur de la déviation du vertex pour les différents intervalles de distance et de métallicité.

Cette figure montre clairement deux comportements différents pour les sous échantillons (également visible dans la table 4.2). Alors que l'échantillon à faible métallicité ne montre pas ou peu de déviation du vertex (une déviation nulle est compatible avec les barres d'erreur), la contrepartie à plus haute métallicité montre une déviation positive, variant entre  $16.4^\circ$  et  $5.6^\circ$ , pour les trois intervalles en  $z$ . Cette déviation peut être expliquée par la présence de groupes cinématiques jeunes et partiellement mélangés (*moving groups* (Chereul et al. 1999, 1998)). La déviation du vertex a été fréquemment discutée dans la littérature avec les résultats de la mission Hipparcos (Dehnen & Binney 1998b, Bienaymé 1999) qui montrent que la déviation du vertex varie de  $25^\circ$  pour les populations les plus jeunes à approximativement  $0^\circ$  pour les populations les plus vieilles<sup>1</sup>. La déviation non nulle pour la partie bleue de l'échantillon peut impliquer une non axisymétrie du potentiel Galactique. Cependant le fait que la déviation n'est pas constante et que celle-ci diminue avec l'âge de la population considérée, suggère plutôt une perturbation locale (comme un bras spiral) et/ou un effet non-stationnaire.

TAB. 4.5.: Orientation de l'ellipsoïde des vitesses dans le plan (U,V) pour les sous-échantillons de la figure 4.4. L'erreur sur la détermination de la déviation varie entre  $3^\circ$  et  $5^\circ$ .

$z$ (pc)	$[\text{Fe}/\text{H}] < -0.25$	$[\text{Fe}/\text{H}] > -0.25$
$z \geq 400$ pc	$-1.7^\circ$	$5.6^\circ$
$200 \text{ pc} \leq z \leq 400$ pc	$5.6^\circ$	$13.3^\circ$
$z \leq 125$ pc	$0.3^\circ$	$16.4^\circ$

Si l'on se concentre sur la population la plus vieille (ayant la métallicité la plus faible et une forte contribution du disque épais), la déviation nulle trouvée dans cette analyse nous permet de favoriser une Galaxie axisymétrique mais nous ne pouvons

<sup>1</sup>les auteurs utilisent les étoiles sur la séquence principale et l'âge moyen d'une population sur la séquence principale varie avec l'indice de couleur B-V, une population jeune ayant une couleur bleue, la couleur devenant plus rouge à mesure que l'âge augmente.

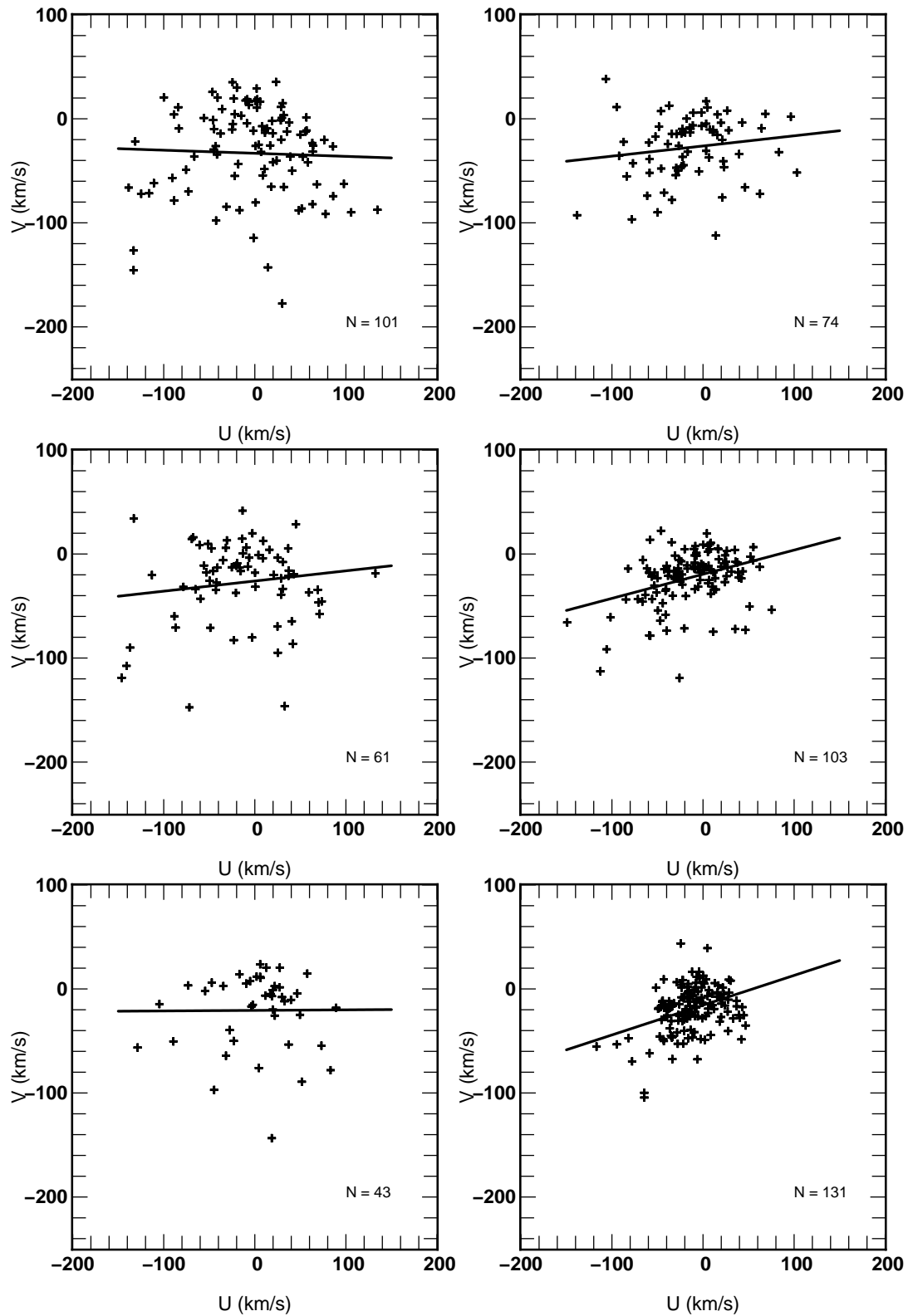


FIG. 4.4.: Distributions des étoiles dans le plan  $(U, V)$  et déviation du vertex pour différents intervalles en  $z$ . L'échantillon a été séparé en deux sous-échantillons en métallicité. A gauche sous-échantillon  $[\text{Fe}/\text{H}] < -0.25$ , à droite sous-échantillon  $[\text{Fe}/\text{H}] > -0.25$ . Les trois intervalles en  $z$  sont :  $z < 125$  pc (en bas),  $200 < z < 400$  pc (au centre) et  $z > 400$  pc (en haut).

rejeter le cas d'un disque elliptique si le soleil se trouve sur l'un des axes de symétrie (cas  $\phi = \phi_b$  dans l'équation 4.1).

### 4.3. Le disque mince et le disque épais dans l'échantillon

Comme nous l'avons mentionné précédemment, l'échantillon PNG contient un mélange d'étoiles du disque mince et du disque épais. Les résultats que nous obtenons pour la population du disque mince est compatible avec notre connaissance actuelle de la population la plus vieille du disque mince (i.e ellipsoïde des vitesses  $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (39 \pm 2, 20 \pm 2, 20 \pm 2)$  km/s et métallicité moyenne  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.17 \pm 0.03$  et courant asymétrique  $V_{lag} = -12 \pm 2$  km/s).

Si les propriétés du disque mince sont relativement bien connues grâce aux données du satellite Hipparcos, le disque épais est moins bien connu et toujours sujet à controverses entre un disque épais dense et plat (avec une échelle de hauteur  $\sim 800$  pc et une densité locale relative de 6-7% Reylé & Robin (2001)) et un disque épais moins dense et plus "épais" (avec une échelle de hauteur  $\sim 1300$  pc et densité locale relative de 2% Chen (1997), Reid & Majewski (1993)).

L'étude des populations présentes dans l'échantillon avec la méthode SEM favorise un disque épais dense et plat avec une cinématique modérée pour les mouvements verticaux et rotationnels ( $(\sigma_V, \sigma_W) = (39 \pm 4, 39 \pm 4)$  km/s) mais cependant une grande dispersion de vitesse radiale ( $\sigma_U = 63 \pm 6$  km/s). Ces résultats pour le disque épais correspondent aux résultats obtenus par Bell (1996) qui, comme cité précédemment, reposent également sur une étude spectroscopique d'étoiles géantes K mais dans la direction de la rotation Galactique et dans la direction opposée. Cet auteur a également noté le déficit d'étoiles de faible métallicité à  $[\text{Fe}/\text{H}] < -0.6$  ce qui nous conforte dans l'idée que ce déficit est réel.

Si l'on tente d'adresser la question de la formation du disque épais à partir de l'échantillon Elodie, le fait que la déconvolution par SEM nous donne deux populations bien distinctes favorise le modèle selon lequel le disque épais se serait formé via l'accrétion d'un satellite (scénario du merger Carney et al. (1989), Hernquist & Quinn (1989), Gilmore et al. (1989), Quinn et al. (1992), Majewski (1993), Robin et al. (1996)). Ce scénario est également conforté par les relations âge-dispersion de vitesse verticale et âge-métallicité (voir par exemple Quillen & Garnett (2000) pour la relation âge-dispersion de vitesse) qui montrent un saut dans la relation à faible métallicité ou au-delà d'un âge donné. Ce saut implique un chauffage violent du disque (par opposition à un chauffage par diffusion des orbites comme dans Wielen (1977)) dont l'une des causes pourrait être le "merger".

Dans le cadre de la formation du disque épais par accrétion d'un compagnon, il est possible de réconcilier les deux points de vue sur le disque épais mentionnés plus



haut. En effet, il est possible aux vues des paramètres modérés que nous avons obtenus que nous ayons observé dans l'échantillon Elodie la partie du disque mince qui a été chauffée par l'accrétion du compagnon alors que Gilmore et al. (2002) et Chiba & Beers (2000) ont observé les reliques du satellite accrété (qui apparaît comme une population de faible métallicité et de faible vitesse de rotation).



# 5

## Potentiel vertical et densité locale de matière

L'échantillon décrit dans le chapitre 2 nous apporte une contrainte pour l'étude du potentiel vertical de 125 pc jusqu'à  $\sim 800$  pc au-dessus du plan. La combinaison de ce dernier avec sa contrepartie Hipparcos nous permet d'apporter des contraintes et sur la densité locale de masse et sur l'échelle de hauteur du potentiel qui n'a pu être mesurée jusqu'à présent. Ce chapitre résume les résultats ainsi que la méthode utilisée dans l'article 2.

Une brève description du problème est donnée dans la section 5.1. Afin d'obtenir les contraintes sur la forme du potentiel, nous avons utilisé une méthode de maximum de vraisemblance, proche de celle utilisée par Kuijken & Gilmore (1989b,a) pour différents sous-échantillons vers le pôle nord Galactique. La méthode, ainsi que la définition de la vraisemblance qui y est associée est décrite dans la section 5.2. Les résultats obtenus sur l'échelle de hauteur ainsi que sur la détermination de la densité locale de matière sont, quant-à eux, présentés dans la section 5.3.

### 5.1. $K_z$ et densité locale de matière

Le problème du  $K_z$  est un problème classique en dynamique Galactique, les premières études étant celles de Kapteyn (1922) et Oort (1932). Ce problème est directement lié au problème de la matière noire. En effet, la détermination de la force de rappel du disque de la Galaxie permet de calculer la densité locale de matière (aussi appelée *limite de Oort*) et, par comparaison avec la matière identifiée, de calculer la proportion de matière non observée (i.e. matière noire) dans le voisinage

solaire.

La force est reliée à la densité via l'équation de Poisson :

$$\nabla^2 \Phi = \nabla \cdot \mathbf{K} = -4\pi G \rho \quad (5.1)$$

où  $\mathbf{K}$  est le vecteur force,  $\Phi$  le potentiel et  $\rho$  la densité. Dans le cas d'un disque axisymétrique, la densité est donnée par

$$\rho = -\frac{1}{4\pi G} \left( \frac{\partial K_z}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R K_R) \right) \quad (5.2)$$

où  $K_R$  est la composante radiale de la force et  $K_z$  la composante verticale.

Le gradient radial de la force se réécrit en fonction des *constantes de Oort* qui décrivent localement la rotation de la Galaxie (Binney & Merrifield 1998, Kuijken & Gilmore 1989b) et l'équation 5.2 devient

$$\rho(z) = -\frac{1}{4\pi G} \left( \frac{\partial K_z}{\partial z} + 2(A^2 - B^2) \right). \quad (5.3)$$

$A$  et  $B$  sont les constantes de Oort,  $A$  mesurant le cisaillement du disque ( $A \equiv -\frac{1}{2}(R \frac{d\Omega}{dR})_{R_0}$  et vaut 0 dans le cas d'une rotation solide) et  $B$  mesurant la vorticité de matériel composant le disque ( $B \equiv -(\Omega + \frac{1}{2}R \frac{d\Omega_R}{dR})_{R_0}$ ). Ces constantes sont d termin es pour le voisinage solaire et une valeur récente, obtenue par Feast & Whitelock (1997)   partir d'un échantillon de c phe ides, donne  $A = 14.82 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{kpc}^{-1}$  et  $B = -10.5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{kpc}^{-1}$  et le terme correctif contribue de  $-0.0025 M_\odot \text{ pc}^{-3}$  à la détermination de la densité. Holmberg & Flynn (2000), dans leur détermination de la densité locale à partir des donn es Hipparcos, utilisent les valeurs de Kovalevsky (1998) calcul es par F. Mignard. Ces valeurs ( $A = 11.7 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{kpc}^{-1}$  et  $B = -10.5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{kpc}^{-1}$ ) donnent une correction plus faible de  $-0.001 M_\odot \text{ pc}^{-3}$ . Néanmoins, cette correction est très faible (1-3% de la valeur moyenne de la densité) et très inférieure aux erreurs de mesure. Nous négligerons donc le terme correctif dans la suite des calculs et l'équation 5.3, qui relie la densité à la force, se r ecrit

$$\rho(z) = -\frac{1}{4\pi G} \left( \frac{\partial K_z}{\partial z} \right). \quad (5.4)$$

Pour déterminer la force de rappel, il faut connaître le potentiel. Celui-ci est calculé par ajustement des donn es de vitesse verticale et de position des étoiles, à l'aide d'une méthode de maximum de vraisemblance décrite dans la section suivante. Si le potentiel est séparable (approximation valide jusqu'à  $z \sim 1 \text{ kpc}$ , Statler (1989)) le  $K_z$  dépend de la composante verticale du potentiel uniquement ( $K_z = -\frac{d\Phi}{dz}$ ). Pour représenter cette composante verticale, nous utilisons la forme paramétrique propos e par Kuijken & Gilmore (1989b) :

$$\Phi(z) = 2\pi G (\Sigma_0 (\sqrt{z^2 + D^2} - D) + \rho_{eff} z^2). \quad (5.5)$$

Cette représentation du potentiel vertical contient trois paramètres ( $\Sigma_0$ ,  $D$ ,  $\rho_{eff}$ ) et permet une description précise de la composante verticale du potentiel (forme et

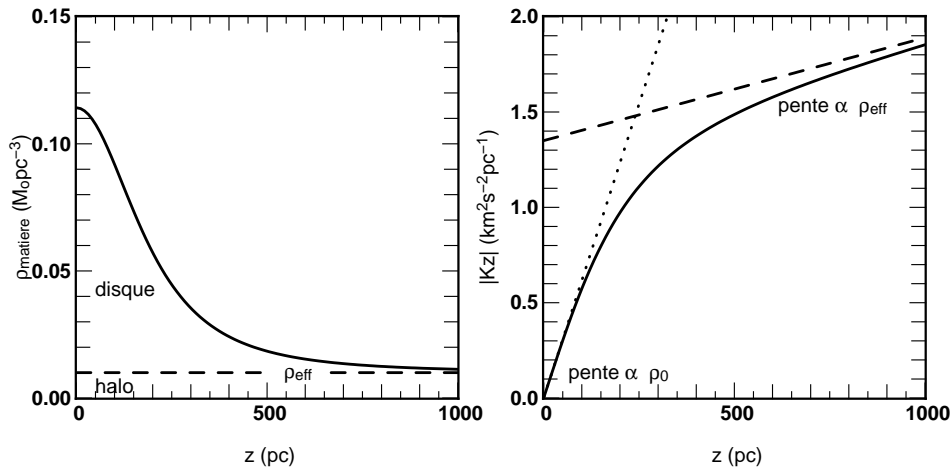


FIG. 5.1.: Densité de matière et force de rappel associées à la description du potentiel vertical proposée par Kuijken & Gilmore (1989b)

contributions) en terme de disque et de halo.  $\Sigma_0$  représente la densité de surface du disque,  $D$  l'échelle de hauteur du potentiel et  $\rho_{eff}$  la densité locale du halo. La figure 5.1 montre les principales caractéristiques de ce potentiel pour la densité de matière et pour la force de rappel. On distingue deux régimes limites où, proche du plan la force de rappel est dominée par la densité locale et, au-dessus du plan, où la densité de matière est dominée par le halo (la force de rappel est proportionnelle à  $\rho_{eff}$ ). On notera que la force de rappel est proportionnelle à la densité de surface via

$$\Sigma(z) = \int_{-z}^{+z} \rho(z) dz = \frac{|K_z|}{2\pi G} - \frac{(A^2 - B^2)|z|}{\pi G} \approx \frac{|K_z|}{2\pi G}. \quad (5.6)$$

Ainsi, la détermination de la force de rappel ou la densité de surface sont équivalentes. On notera également que la densité locale de masse  $\rho_0$  (ou la limite de Oort) si l'on considère le potentiel 5.5 est donné par

$$\rho_0 = \frac{1}{4\pi G} \left( \frac{d^2\Phi}{dz^2} \right)_{z=0} = \frac{\Sigma_0}{2D} + \rho_{eff}. \quad (5.7)$$

La seconde hypothèse dans la détermination du potentiel est que les populations stellaires sont dans un état stationnaire (i.e.  $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$ ) et que leurs fonctions de distributions sont correctement mélangées par rapport aux coordonnées  $z$  (hauteur au-dessus du plan) et  $w$  (vitesse verticale). Cette condition n'est vérifiée que pour les populations âgées, ainsi utiliser un traceur jeune comme les associations OB ne permet pas une détermination du potentiel car leur vitesse est une relique de l'état du gaz interstellaire au moment de leur formation. L'échantillon d'étoiles du clump que nous utilisons est, quant-à lui plus vieux. Ainsi, les étoiles de cet échantillon ont eu le temps de passer plusieurs fois dans le plan Galactique et la population est correctement mélangée.

Enfin, nous décrivons le disque comme une somme de populations isothermes

$$f(z, w) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{w_i}} \rho_i(0) \exp\left(-\frac{\Phi(z) + \frac{w^2}{2}}{\sigma_{w_i}^2}\right), \quad (5.8)$$

où  $N$  est nombre de disque isotherme ayant pour dispersion verticale de vitesse  $\sigma_{w_i}$  et une densité locale  $\rho_i(0)$ . La densité verticale de la superposition des disques est obtenue en intégrant sur la vitesse  $w$

$$\rho(z) = \sum_{i=1}^N \rho_i(0) \exp\left(-\frac{\Phi(z)}{\sigma_{w_i}^2}\right). \quad (5.9)$$

La décomposition en disque isotherme 5.8 nous assure de toujours répondre à l'équation de Boltzmann sans collision qui gouverne la dynamique des systèmes stellaires

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0, \quad (5.10)$$

où  $f$  est la fonction de distribution du disque et  $(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  sont les coordonnées dans l'espace des phases. En d'autres termes,  $f d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{v}$  est le nombre d'étoiles compris dans le volume centré sur  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{v}$  et défini par  $d^3\mathbf{r}$  et  $d^3\mathbf{v}$ . Avec l'hypothèse de stationnarité, l'équation se simplifie, le premier terme étant nul.

## 5.2. Méthode du maximum de vraisemblance

Pour mesurer le potentiel vertical, il nous faut combiner l'information présente dans les deux échantillons vers le pôle nord Galactique et l'échantillon local Hipparcos. Le nombre d'étoiles n'étant pas grand (inférieur à 1000 étoiles), la méthode la plus adaptée est un maximum de vraisemblance car elle ne dégrade pas l'information (comme par exemple un  $\chi^2$ , qui nécessite le *binage* des données et donc un lissage de l'information).

La vraisemblance  $\mathcal{L}$  de l'échantillon est définie par

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \prod_{i=1}^n \mathcal{P}(r_i, \ell_i, b_i, w_i, m_{V_i}, M_{V_i}) \\ &= \prod_{i=1}^{n_{hip}} \mathcal{P}_{hip}(r_i, \ell_i, b_i, w_i, m_{V_i}, M_{V_i}) \cdot \prod_{i=1}^{n_{PNG}} \mathcal{P}_{PNG}(r_i, \ell_i, b_i, w_i, m_{V_i}, M_{V_i}) \end{aligned} \quad (5.11)$$

où  $\mathcal{P}$  est la probabilité des observables et  $n$  le nombre d'étoiles de l'échantillon considéré. Cette probabilité peut être écrite de différentes façons suivant le type d'observables considéré. Néanmoins, pour reprendre la formulation donnée dans l'article 2, nous écrivons

$$\mathcal{P} = \frac{\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3}{\mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2 + \mathcal{N}_3} \quad (5.12)$$

où les  $\mathcal{M}_i$  et  $\mathcal{N}_i$  sont fonctions de distributions et les normalisations associées aux différents champs exprimées dans les observables utilisées. Ainsi les  $\mathcal{N}_i$  sont donnés par :

$$\mathcal{N}_i = \int_{V_i} f(V_i) dV_i, \quad (5.13)$$

où les  $V_i$  sont les volumes de l'espace des phases considérés pour le champ  $i$ . Dans le cas d'un champ conique et pour une fonction de distribution qui ne dépend que de la hauteur  $z$  et de la composante verticale de la vitesse  $w$ , cette expression se réécrit

$$\mathcal{N}_i = \int_r \int_w \int_\ell \int_b f(r \sin b, w) r^2 \cos b \, dr \, d\ell \, db \, dw.$$

L'expression dans l'intégrale ne dépendant pas de  $\ell$ , elle se simplifie pour donner

$$\mathcal{N}_i = \int_b \Delta\ell(b) \int_r \int_w f(r \sin b, w) r^2 \cos b \, dr \, db \, dw, \quad (5.14)$$

qui sera utilisée par la suite dans le calcul de la vraisemblance pour les échantillons PNG.

Les différentes fonctions de probabilité associées aux choix des observables et aux échantillons sont décrites dans l'article 2 mais sont reprises explicitement dans les sous-sections suivantes.

### 5.2.1. Echantillon Hipparcos

L'échantillon Hipparcos est un champ sphérique complet en distance. Ainsi, les observables utilisées pour le calcul de la probabilité  $\mathcal{P}$  sont la hauteur au-dessus du plan  $z$  et la vitesse verticale  $w$ . Nous écrivons

$$d\mathcal{N}_1(z, w) = \begin{cases} \int_{x,y} f(z, w) dx dy dz dw = f(z, w) S(z) dz dw \\ \text{ou} = 0 \quad \text{si } |z| > R_s \end{cases} \quad (5.15)$$

où  $S(z)$  est la surface du champ à la hauteur  $z$  donnée par  $S(z) = \pi(R_s^2 - z^2)$ ,  $R_s$  étant le rayon de la sphère Hipparcos considérée.

La relation entre  $d\mathcal{N}_1$  et  $\mathcal{M}_1$  est simplement  $\mathcal{M}_1 = d\mathcal{N}_1/dzdw$  et le terme de normalisation de ce champ (i.e.  $\mathcal{N}_1$ ) est donné par :

$$\mathcal{N}_1 = \int_{V_1} d\mathcal{N}_1 = \sum_i \int_z \rho_i(z) S(z) dz \quad (5.16)$$

Quel que soit le jeux d'observables utilisé par la suite pour les échantillons PNG, ce champ sera toujours traité de la même façon car le critère utilisé pour sa construction est un critère en parallaxe (distance).

### 5.2.2. Echantillons PNG

Nous avons vu dans la section précédente, la définition de la vraisemblance dans le cas de l'échantillon Hipparcos. Pour les échantillons vers le pôle nord Galactique, nous avons plusieurs choix possibles d'observables et plusieurs sous-échantillons disponibles : pour les sous-échantillons complets en distance (cf Tab. 2.3), nous pouvons utiliser soit la hauteur au-dessus du plan  $z$ , soit la distance  $d$  combinée à la vitesse verticale pour définir la vraisemblance. De même pour les sous-échantillons complets en magnitude apparente, nous pouvons utiliser l'information sur la magnitude absolue ou non.

Dans les deux cas, la taille des champs est trop grande pour que l'on puisse supposer la fonction de distribution constante sur la surface des champs comme le montre la figure 5.2 dans le cas du champ 1 (rayon  $10^\circ$  à  $10^\circ$  du pôle). Cette figure montre que pour ce champ, à une distance de 800 pc, l'écart en densité entre le centre et le bord inférieur du champ atteint 20 % pour une population ayant une dispersion verticale de vitesse de l'ordre de 20 km/s (8% dans le cas champ 2 ayant un rayon de  $15^\circ$ ). Cette différence diminue avec la dispersion de vitesse (4% dans le cas du champ 1 pour une dispersion de vitesse de 40 km/s) mais ne peut être négligée. Par conséquent, il faut intégrer la fonction de distribution sur toute la surface. La hauteur  $z$  ne dépendant que de la distance et de la latitude ( $z = r \sin b$ ) et la fonction de distribution ne dépendant que de la hauteur, la longitude peut être intégrée séparément comme le montre l'équation 5.14. Les paragraphes suivant décrivent suc-

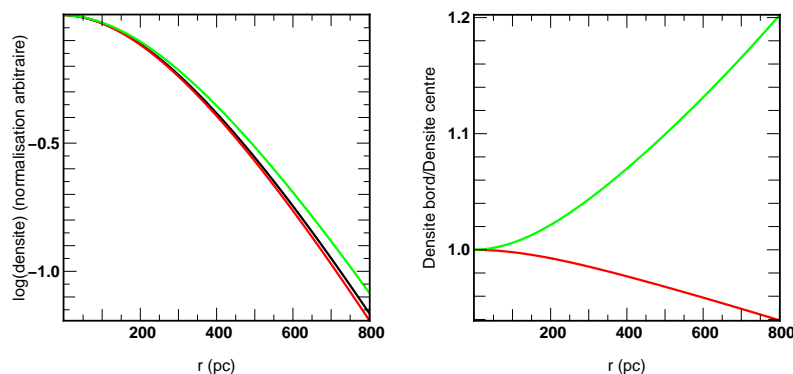


FIG. 5.2.: Différence en densité entre le centre et les bords du champ 1 pour une population isotherme de dispersion verticale de vitesse égale à 20 km/s. Figure de gauche : logarithme de la densité en fonction de la distance le long de la ligne de visée (unité arbitraire), noir : densité au centre du champ, vert : densité au bord inférieur, rouge : densité au bord supérieur. Figure de droite : rapport entre la densité au centre et la densité au bord.

cessivement la définition de la vraisemblance dans le cas des échantillons complets



en distance puis en magnitude apparente ainsi que le calcul de la surface des champs.

**Echantillon complet en hauteur et en distance** En partant de l'équation 5.13, on écrit pour un échantillon complet en hauteur  $z$  au-dessus du plan

$$d\mathcal{N}_k(z, w) = \begin{cases} S(z)f(z, w)dzdw \\ 0 \text{ si } (z, w) \notin \mathbf{V}_k \end{cases},$$

où  $S(z)$  est la surface du champ à la hauteur  $z$ . L'indice  $k$  réfère aux champs PNG (i.e.  $k = 1, 2$ ). Dans le cas du champ 1, ce terme est donné par l'intersection d'un cône (définissant le champ) et d'un plan qui s'écrit

$$S(z) = z^2 \left( \int \left[ \frac{1}{2(\sin b)^2} \right]_{b_{inf}}^{b_{sup}} d\ell \right).$$

Ainsi nous obtenons l'équation pour le cas d'un échantillon complet en hauteur  $z$  (que j'appellerai également sous-échantillon 1 ou méthode 1 par la suite)

$$d\mathcal{N}_k(z, w) = \begin{cases} \left( \int \left[ \frac{1}{2(\sin b)^2} \right]_{b_{inf}}^{b_{sup}} d\ell \right) f(z, w) z^2 dzdw \\ 0 \text{ si } (z, w) \notin \mathbf{V}_k \end{cases}$$

avec, comme dans le cas du champ Hipparcos,  $\mathcal{M}_k = d\mathcal{N}_k/(dzdw)$ , et aussi

$$\mathcal{N}_k = \int_{V_k} dN = \left( \int \left[ \frac{1}{2(\sin b)^2} \right]_{b_{inf}}^{b_{sup}} d\ell \right) \left( \sum_{i=1}^{n_{pop}} \int \rho_i(z) z^2 dz \right)$$

Le cas d'un champ complet en distance (sous-échantillon 2 / méthode 2) est directement déterminé à partir de l'équation 5.14.

$$d\mathcal{N}_k(b, r, w) = \begin{cases} \int_l dN = \Delta\ell(b) f(z, w) r^2 \cos(b) drdbdw \\ 0 \notin \mathbf{V}_k \end{cases}, \quad (5.17)$$

$\Delta\ell(b)$  étant défini par les équations 5.23 dans le cas du champ 1 et 5.24 dans le cas du champ 2. De la même manière que précédemment nous obtenons  $\mathcal{M}_k = d\mathcal{N}_k/(drdbdw)$ , et

$$\mathcal{N}_k = \int_{V_i} d\mathcal{N}_k = \sum_{i=1}^{n_{pop}} \int_b \Delta\ell(b) \int_r \rho_i(z) r^2 \cos(b) drdb$$

**Echantillon complet en magnitude apparente** Dans le cas d'un échantillon complet en magnitude apparente, les équations précédentes se réécrivent

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_k &= d\mathcal{N}_k(b, m_v, w)/(dbdm_vdw) \\ &= \begin{cases} \Delta\ell(b) \int_{r=0}^{\infty} f(r \sin(b), w) \Phi(M_v) r^2 \cos(b) dr \\ 0 \text{ si } m_v \notin \mathbf{V}_k \end{cases}, \end{aligned} \quad (5.18)$$

$\Delta\ell(b)$  étant défini par les équations 5.23 dans le cas du champ 1 et 5.24 dans le cas du champ 2.  $\Phi(M_v)$  est la fonction de luminosité de l'échantillon.  $\mathcal{N}_k$  est donné dans le cas d'un sous-échantillon complet en magnitude (sous-échantillon 3 ou méthode 3) par l'équation suivante

$$\mathcal{N}_k = \sum_{i=1}^{n_{pop}} \int_b \Delta\ell(b) \iint \rho_i(r \sin(b)) \Phi(M_v) r^2 \cos(b) dr db dm_v.$$

Enfin, si l'on utilise également l'information de la magnitude absolue, nous pouvons écrire

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_k &= d\mathcal{N}_k(z, b, w, M_v)/(drdbdw dM_v) \\ &= \begin{cases} \Delta\ell(b) f(z, w) \Phi(M_v) r^2 \cos(b) \\ 0 \text{ si } m_v \notin \mathbf{V}_k \end{cases}, \end{aligned} \quad (5.19)$$

et nous avons pour la méthode 4 (sous-échantillon complet en magnitude apparente avec utilisation de la magnitude absolue)

$$\mathcal{N}_k = \sum_{i=1}^{n_{pop}} \int_b \Delta\ell(b) \int_r \int_{M_v} \rho_i(r \sin(b)) \Phi(M_v) r^2 \cos(b) dr dM_v db$$

**Calcul de l'élément  $\Delta\ell(b)$  des champs PNG** Les bords des champs sont définis par le produit scalaire

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_c = \cos \alpha$$

où  $\alpha$  est le rayon angulaire du champ,  $\mathbf{r}$  est le vecteur unitaire se déplaçant sur le bord du champ et  $\mathbf{r}_c$  le vecteur unitaire pointant le centre du champ. En coordonnées galactiques  $(\ell, b)$ , cette relation se réécrit

$$\cos \ell \cos b \cos \ell_c \cos b_c + \sin \ell \cos b \sin \ell_c \cos b_c + \sin b \sin b_c = \cos \alpha, \quad (5.20)$$

où  $\ell$  et  $b$  sont les coordonnées des points sur le contour du champ défini par  $\alpha$  et  $\ell_c$  et  $b_c$  sont les coordonnées du centre du champ. On cherche à déterminer l'intervalle  $\Delta\ell$  à  $b$  fixé, ainsi en notant

$$\begin{cases} A = \cos b \cos \ell_c \cos b_c \\ B = \cos b \sin \ell_c \cos b_c \\ C = \cos \alpha - \sin b \sin b_c \end{cases},$$

on retrouve l'équation trigonométrique classique qui nous permettra de calculer  $\Delta\ell(b)$ , à savoir

$$A \cos \ell + B \sin \ell = C. \quad (5.21)$$

En utilisant la notation phase–amplitude, cette équation se réécrit

$$r \cos(\ell - \phi) = C$$

avec  $r = \sqrt{A^2 + B^2}$  et  $\phi = \arctan\left(\frac{B}{A}\right)$  si  $A > 0$  ou  $\phi = \arctan\left(\frac{B}{A}\right) + \pi$  si  $A < 0$ . La solution est alors donnée par

$$\ell = \phi \pm \arccos\left(\frac{C}{r}\right) + 2n\pi \quad (n \in \mathbb{Z})$$

où les deux solutions correspondent aux deux bords du champ à  $b$  fixé.  $\Delta\ell(b)$  est ainsi donné par la différence entre les deux bornes

$$\Delta\ell(b) = 2 \arccos\left(\frac{C}{r}\right) \quad (5.22)$$

qui en explicitant  $c$  et  $r$  puis en simplifiant donne

$$\Delta\ell(b) = 2 \arccos\left(\frac{\cos \alpha - \sin b \sin b_c}{\cos b \cos b_c}\right) \quad \text{pour } b_c - \alpha < b < b_c + \alpha. \quad (5.23)$$

Cette expression est valide pour le champ de rayon  $10^\circ$ , mais pour le champ de rayon  $15^\circ$  pointant sur le pôle et affecté par les présences du second champ et de l'amas de Coma–Bérénice l'expression utilisée est

$$\Delta\ell(b) = 2\pi - \Delta_1\ell(b) - \Delta_2\ell(b), \quad (5.24)$$

où les  $\Delta_i\ell(b)$  sont les contributions des champs 1 et de l'amas de Coma–Bérénice données par l'équation 5.23. La figure 5.3 montre la valeur de  $\Delta\ell(b)$  pour les deux champs.

### 5.3. Densité locale et potentiel vertical

Le modèle présenté précédemment nous permet de retrouver les paramètres du potentiel en ajustant les distributions observées de vitesse et de magnitude apparente (ou distance suivant la méthode choisie) pour la sélection d'étoiles du clump de l'échantillon Elodie et Hipparcos. Les différents paramètres à ajuster du modèle sont  $\Sigma_0$ ,  $D$  et  $\rho_{eff}$  pour le potentiel mais également les paramètres des distributions stellaires ( $\rho(z=0)$  et  $\sigma_w$  pour chaque population). Néanmoins  $\rho_{eff}$ , qui paramétrise la contribution au potentiel du halo, ne peut pas être déterminé avec les données locales, sa contribution étant trop faible. Ainsi, ce paramètre a été fixé à  $0.01 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-3}$  dans la modélisation.

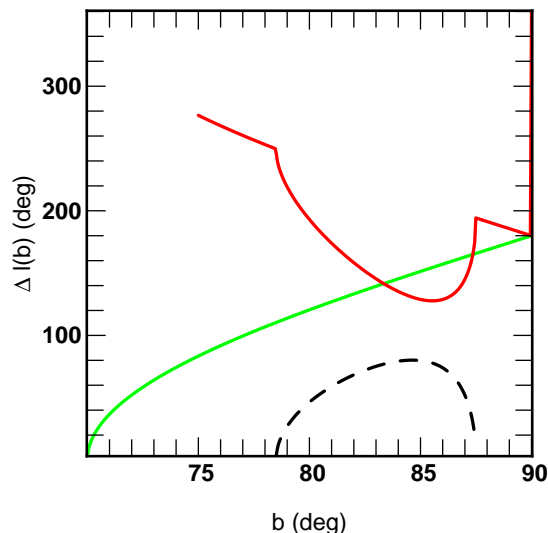


FIG. 5.3.: Vert :  $\Delta\ell(b)$  donné par l'équation 5.23 pour le champ 1. Rouge :  $\Delta\ell(b)$  donné par l'équation 5.24 pour le champ 2. Pointillés : contribution de l'amas de Coma-Bérénice au calcul de  $\Delta\ell(b)$  pour le champ 2.

Les quatre méthodes ont été utilisées pour déterminer les paramètres du potentiel vertical et prédisent des valeurs similaires pour le meilleur modèle aux incertitudes près. Les méthodes donnant les résultats les plus précis sont celles utilisant le plus grand nombre d'étoiles (méthodes 3 et 4). Le meilleur modèle pour les méthodes 3 et 4 est obtenu en considérant trois disques isothermes dont les densités relatives sont (22%, 59% et 19%) avec des dispersions verticales de vitesse (8.5, 11.4, 31.4) km/s. Cependant une modélisation avec deux composantes donne une vraisemblance similaire pour des densités relatives (78%, 22%) et des dispersions verticales de vitesse (12.0, 30.4) km/s. Si l'on compare ces résultats avec la décomposition obtenue au chapitre 4 (deux populations -disque mince et disque épais - avec des densités relatives  $(85 \pm 7\%, 15 \pm 7\%)$  et des dispersions verticales de vitesse  $(20 \pm 1, 39 \pm 4)$  km/s) l'analyse dynamique prédit un rapport de densité équivalent (donc un disque épais plus dense que dans les études antérieures) mais des valeurs plus faibles pour les dispersions de vitesse (l'écart est significatif pour le disque mince).

Dans la suite de ce chapitre, nous allons nous focaliser sur les résultats obtenus en utilisant les sous-échantillons complets en magnitude apparente, dans le cas utilisant la magnitude absolue et la distance et deux disques isothermes (équations 5.19 et suivante). La figure 5.4 montre les isocontours de la vraisemblance à 1, 2 et 3  $\sigma$  obtenus à partir de ce sous-échantillon.

Cette figure montre que les échantillons ne permettent pas de contraindre les paramètres du potentiel, la courbe à 1- $\sigma$  n'étant pas fermée. De plus, elle montre une forte corrélation entre  $D$  et  $\Sigma_0$ . Les méthodes 3 et 4 donnent pour les valeurs de  $D$  et  $\Sigma_0$  respectivement  $(\Sigma_0, D) = (392 \text{ pc}, 72 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-2})$  et  $(\Sigma_0, D) = (1500 \text{ pc}, 193 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-2})$ . Néanmoins, elles permettent de fixer une limite inférieure à la valeur de l'échelle de hauteur  $D$  avec 227 pc pour la méthode 3 et 400 pc pour la méthode

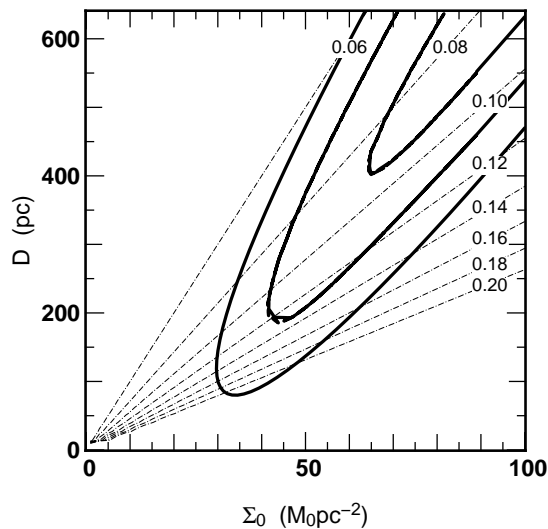


FIG. 5.4.: Isocontours à 1, 2 et 3  $\sigma$  de la vraisemblance dans le plan  $\Sigma_0, D$  obtenus par la méthode utilisant la magnitude apparente, la distance et la magnitude absolue. Les courbes de densité locale de matière constante entre 0.06 et 0.2  $m_\odot \text{pc}^{-3}$  sont également représentés en traits pointillés fins .

4. Afin d’apporter une meilleure contrainte sur ce paramètre, un échantillon à plus grande distance est nécessaire.

La table 5.1 présente plusieurs solutions possibles pour le potentiel dans l’intervalle à 1- $\sigma$  de la figure 5.4 et la figure 5.5 montre la force de rappel et la densité stellaire associées à ces solutions. Pour ces trois solutions, la forme du potentiel est très différente (ainsi que la densité locale de matière donnée par la pente du  $|K_z|$  à  $z = 0$ ). Néanmoins, comme le montre la figure, la densité stellaire associée ne diffère pas de façon significative en-dessous de  $\sim 800$  pc. La faible contrainte que nous obtenons sur la densité locale de matière est expliquée par le fait que les étoiles de l’échantillon ont une grande dispersion de vitesse et donc leur densité dans la sphère des 125 pc est approximativement uniforme. Comme la contrainte sur  $\rho_0$  est apportée par l’échantillon Hipparcos, si la population a une distribution uniforme dans cet échantillon, elle ne permet pas de mesurer efficacement la courbure du potentiel et donc la densité locale de matière.

### 5.3.1. Ajout de la contrainte sur la limite de Oort

Nous avons vu précédemment que notre échantillon ne permet pas de contraindre de façon efficace la forme du potentiel vertical au voisinage solaire. Il est cependant possible d’apporter une contrainte plus forte sur les grandeurs  $\Sigma_0$  et  $D$  en utilisant les déterminations antérieures de la limite de Oort.

TAB. 5.1.: Quelques solutions dans la région définie par le contour à  $1\sigma$  de la figure 5.4

$\Sigma_0$	$D$	$\rho_0$
$M_\odot \cdot \text{pc}^{-2}$	pc	$M_\odot \cdot \text{pc}^{-3}$
64	400	0.090
90	637	0.081
193	1500	0.074

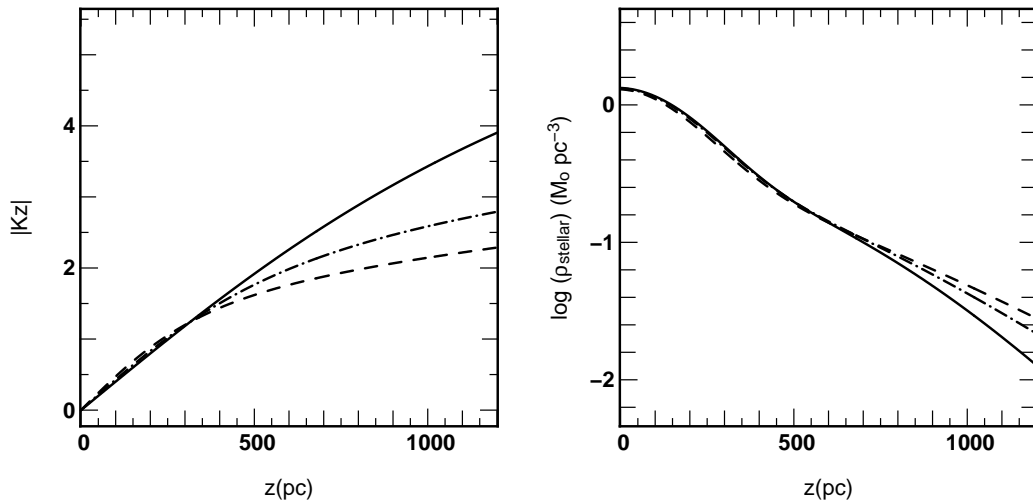


FIG. 5.5.:  $K_z$  et logarithme de la densité pour les solutions à  $1\sigma$  présentées dans la table 5.5.

En effet, comme l'ont fait remarquer Holmberg & Flynn (2000), le nombre de déterminations indépendantes de la limite de Oort devenant suffisant, nous pouvons utiliser le théorème central limite pour donner une valeur à  $\rho_0$  et utiliser cette contrainte comme une contrainte indépendante dans le plan  $(\Sigma_0, D)$ . La contrainte étant indépendante, elle peut s'appliquer directement sur la valeur de la vraisemblance de la manière suivante :

on définit une nouvelle valeur de la vraisemblance

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 * \mathcal{L}_2,$$

où  $\mathcal{L}_1$  est la valeur de la vraisemblance obtenue par la méthode présentée précédemment et  $\mathcal{L}_2$  est la vraisemblance associée à la valeur de la densité locale. Cette dernière est calculée en supposant une loi normale pour la distribution des densités locales de moyenne et d'écart type donnés par le théorème central limite. Ainsi,  $\mathcal{L}_2$  est donnée par

$$\mathcal{L}_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\rho} \exp\left(-\frac{(\rho_0 - \rho_{0CL})^2}{2\sigma_\rho^2}\right), \quad (5.25)$$

où  $\sigma_\rho$  est l'écart type et  $\rho_{0CL}$  la densité locale, qui sont donnés par le théorème central limite. Le tableau 5.2 donne les différentes déterminations de la limite de Oort avec la valeur que nous utiliserons par la suite  $\rho_0 = 0.108 M_\odot \text{ pc}^{-3}$ . Pour comparaison, la table 5.3 donne la contribution à la densité locale des différentes composantes du voisinage solaire, on notera toutefois que les contributions des phases gazeuses sont incertaines avec une erreur de l'ordre de 50%.

TAB. 5.2.: Déterminations antérieures de la limite de Oort d'après Holmberg & Flynn (2000).

$\rho_0$	Erreur	Référence
0.185	0.020	Bahcall (1984a)
0.210	0.090	Bahcall (1984b)
0.105	0.015	Bienaymé et al. (1987)
0.260	0.150	Bahcall et al. (1992)
0.110	0.010	Pham (1997)
0.076	0.015	Crézé et al. (1998)
0.102	0.010	Holmberg & Flynn (2000)
0.150	0.026	Moyenne
0.108	0.011	Moyenne pondérée

En utilisant cette contrainte supplémentaire, nous obtenons un nouvel isocontour dans le plan  $(\Sigma_0, D)$  présenté dans la figure 5.6. La connaissance a priori de la limite de Oort apporte des contraintes fortes sur la forme du potentiel. En effet, l'isocontour à 1- $\sigma$  apporte une limite supérieure à 1- $\sigma$  sur la valeur de  $D$  que l'échantillon seul ne permet pas d'obtenir, et le meilleur modèle pour le potentiel nous donne

$(\Sigma_0, D) = (67_{-18}^{+47} M_\odot \text{pc}^{-2}, 392_{-121}^{+328} \text{pc})$ . On notera toutefois que la valeur de  $\rho_0$  est de  $0.102 M_\odot \text{pc}^{-3}$  pour ce modèle.

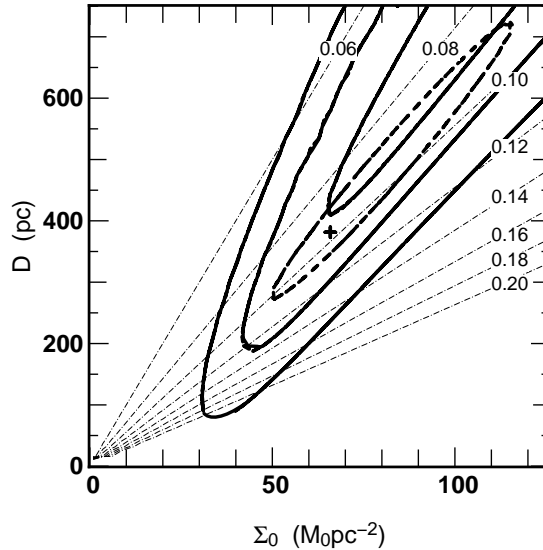


FIG. 5.6.: Isocontours de la vraisemblance dans le plan  $\Sigma_0, D$ . Trait plein : isocontours à 1, 2 et 3  $\sigma$  de la vraisemblance pour la méthode utilisant la magnitude apparente et la magnitude absolue. Trait pointillé : isocontour à 1  $\sigma$  obtenu en utilisant dans le calcul de la vraisemblance les déterminations antérieures de la limite de Oort

**Potentiel vertical et populations stellaires.** Le potentiel vertical  $\Phi(z)$  que nous avons obtenu, est compatible aux grandes distances avec les travaux antérieurs de Flynn & Fuchs (1994) et de Kuijken & Gilmore (1991). Toutefois, nous apportons pour la première fois une mesure de l'échelle de hauteur du potentiel. Cette échelle de hauteur ( $D = 392_{-121}^{+328} \text{pc}$ ) de la distribution de masse correspond à une échelle de hauteur de 350 pc d'un disque exponentiel dans l'intervalle  $200 < z < 500 \text{pc}$  (voir figure 5.7). Elle est compatible avec les résultats obtenus avec le SDSS ( $h_z = 330 \text{pc}$  Chen et al. (2001)). Néanmoins, nos barres d'erreurs sont grandes et nous ne pouvons pas rejeter les estimations plus faibles obtenues à partir de comptages d'étoiles ( $h_z = 250 - 260 \text{pc}$  Ojha et al. (1996), Vallenari et al. (2000), Sohn (2002)).

**Limite de Oort.** Comme nous l'avons déjà précisé, l'échantillon Elodie ne permet pas une détermination précise de la densité locale de masse, même combiné avec la contrepartie locale issue du catalogue Hipparcos. Néanmoins, si l'on combine les estimations précédentes de la limite de Oort et les résultats de l'analyse présentée plus haut, nous apportons de nouvelles contraintes sur la forme du potentiel vertical et sur la distribution de matière jusqu'à 800 pc. Nous obtenons pour la densité de surface jusqu'à 800 pc  $\Sigma(z < 800 \text{pc}) = 76 M_\odot \text{pc}^{-2}$ , valeur qui inclut la matière visible et la matière noire. La densité de surface dans le plan est  $\Sigma_0 = 76_{-18}^{+47} M_\odot \text{pc}^{-2}$ .



TAB. 5.3.: Contribution des différentes populations stellaires et du milieu interstellaire à la densité locale (d'après Holmberg & Flynn (2000) à l'exception de la colonne contenant l'estimation de la contribution des naines brunes dont la valeur à depuis été réestimée par Chabrier (2000)).

i	Description	$\rho_i(0)$ $M_{\odot}.\text{pc}^{-3}$	$\sigma_i$ $\text{km.s}^{-1}$	$\Sigma_i$ $M_{\odot}.\text{pc}^{-2}$	Note
1	H <sub>2</sub>	0.021	4.0	3.0	C
2	HI(1)	0.016	7.0	4.0	C
3	HI(2)	0.012	9.0	4.0	C
4	gaz chaud	0.001	40.0	2.0	C
5	géantes	0.0006	17.0	0.4	H
6	$M_V < 2.5$	0.0031	7.5	0.9	H
7	$2.5 < M_V < 3.0$	0.0015	10.5	0.6	H
8	$3.0 < M_V < 4.0$	0.0020	14.0	1.1	H
9	$4.0 < M_V < 5.0$	0.0024	19.5	2.0	H
10	$5.0 < M_V < 8.0$	0.0074	20.0	6.5	H
11	$M_V > 8.0$	0.014	20.0	12.3	X
12	Naines blanches	0.005	20.0	4.4	L
13	Naines brunes	$\leq 0.005$	-	-	Ch
14	Halo stellaire	0.0001	100.0	0.6	L
Total		0.0749			

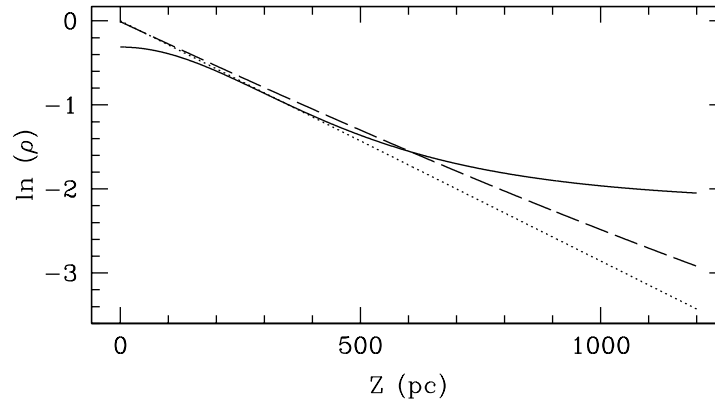


FIG. 5.7.: Densité de masse en fonction de  $z$  correspondant à notre détermination (trait plein) comparé à un disque exponentiel dont l'échelle de hauteur est de 350 pc (trait pointillé) et à la superposition d'un disque mince ( $h_z = 350$  pc) et d'un disque épais ( $h_z = 750$  pc) (trait tireté). Dans l'intervalle  $200 < z < 500$  pc, la densité de masse suit approximativement un disque exponentiel d'échelle de hauteur 350 pc.

Cette valeur est plus grande que la valeur de la matière observée qui est, d'après le tableau 5.3,  $\Sigma_{obs} = 48 M_{\odot} \text{pc}^{-2}$ . La contribution du milieu interstellaire à cette valeur est de  $\Sigma_{MIS} = 13 M_{\odot} \text{pc}^{-2}$  avec une densité locale de  $0.050 M_{\odot} \text{pc}^{-3}$ . Cependant, comme le fait remarquer Holmberg & Flynn (2000), les incertitudes sur la détermination de la contribution du milieu interstellaire sont importantes et peuvent expliquer la différence entre la valeur de  $\Sigma_0$  mesurée dans cette étude et la valeur observée.

**Distribution de la matière noire et disque maximal.** Nous avons vu au paragraphe précédent que la densité de matière observée est compatible, aux erreurs près, avec la valeur déterminée dans cette étude. Ce résultat confirme ceux de Crézé et al. (1998), Holmberg & Flynn (2000) indiquant qu'il n'y a pas de composante de matière noire distribuée sous la forme d'un disque mince.

La valeur maximale des paramètres du potentiel autorisée par la figure 5.6 donne  $(\Sigma_0, D) = (114 M_{\odot} \text{pc}^{-2}, 720 \text{ pc})$ . Cette valeur est proche de la valeur maximale  $\sim 100 M_{\odot} \text{pc}^{-2}$  qui permet d'expliquer les courbes de rotation en mettant toute la masse dans le disque (Sackett 1997). Ceci implique également que la matière noire doit être distribuée dans un disque d'épaisseur 1.1 kpc. Néanmoins, l'étude des couplages dans la distribution 3D des vitesses par Bienaymé (1999) indique que la composante matière noire est distribuée dans un halo approximativement sphérique. De plus, l'étude de la traînée du Sagittaire par Ibata et al. (2001a) apporte une contrainte supplémentaire en montrant que le halo de matière noire ne peut pas être plus aplati qu'un rapport  $c/a=0.8$ . Ces deux contraintes permettent de rejeter les valeurs les plus hautes pour  $\Sigma_0$  et  $D$ . De plus, Romano et al. (2000) à partir d'un modèle d'évolution chimique ont montré que pour reproduire les propriétés observationnelles,  $\Sigma_0$  doit être dans l'intervalle  $50\text{-}75 M_{\odot} \text{pc}^{-2}$

Si l'on applique la définition extragalactique d'un disque maximal<sup>1</sup> (ce qui revient à regarder la rotation à  $2.2 h_r$  et non plus à  $R_{\odot}$ ), la valeur de la densité de surface nécessaire pour qualifier le disque Galactique peut être inférieure à la valeur critique de  $100 M_{\odot} \text{pc}^{-2}$  et peut descendre jusqu'à  $40 M_{\odot} \text{pc}^{-2}$  (Sackett 1997). Ceci implique que le halo ne joue pas de rôle majeur dans la dynamique du centre de la Galaxie. Ce résultat, indiquant que le disque de la Galaxie est maximal, est soutenu par les simulations numériques qui montrent que pour reproduire les vitesses terminales du gaz HI dans les régions centrales de la Galaxie, la barre et le disque doivent générer la plus grande partie du champ de force dans les quelques kpc centraux (Weiner & Sellwood 1999, Englmaier & Gerhard 1999). De plus, dans une étude des courbes de rotation de galaxies spirales lumineuses, Salucci & Persic (1999) ont montré que les

---

<sup>1</sup>on appelle un disque maximal un disque dont la masse domine la région centrale d'une galaxie et donc le halo de matière noire ne domine pas la dynamique dans cette région. Dans le cas de la Galaxie, on dit que le disque est maximal si sa masse permet d'expliquer la vitesse de rotation dans le voisinage solaire ( $V=220 \text{ km/s}$ ). Voir Sackett (1997)

halos de ces galaxies ne sont pas dominants, ce qui conforte le fait que le disque de la Voie Lactée est en fait maximal.



# 6

## Evolution chimique

L'échantillon Elodie présenté au chapitre 2 possède des mesures de vitesse radiale, de mouvements propres (via le catalogue Tycho-2) ainsi qu'une mesure de la métallicité. Dans ce chapitre, nous combinons les informations cinématiques ainsi que de métallicité afin de remonter à l'histoire de la formation stellaire dans le disque Galactique.

Pour déterminer cette histoire de la formation stellaire, deux méthodes sont possibles : premièrement nous pouvons donner un âge aux étoiles à l'aide des modèles d'évolution stellaire. Cette méthode, adaptée pour les étoiles sur ou proche de la séquence principale est malheureusement inutilisable dans le cas d'un échantillon comme le nôtre. En effet, si dater les étoiles proches de la séquence principale fournit une mesure de l'âge d'une précision suffisante, dans le cas des géantes du clump les mesures d'âge sont très incertaines<sup>1</sup>. La seconde méthode, qui est employée ici, fait une utilisation minimale des modèles d'évolution stellaire. En effet, seul l'intervalle de masse initiale des étoiles du clump en fonction de l'âge est donné par les modèles d'évolution stellaire. L'histoire de la formation stellaire est ensuite déduite en ajustant les histogrammes de métallicité et de vitesse verticale à partir d'une modélisation de l'évolution de l'échantillon. La métallicité tout comme la dispersion de vitesse sont supposées varier au cours du temps.

---

<sup>1</sup>dans un diagramme HR, la région du clump est étroite et il est difficile de déterminer si l'étoile est dans la phase où la température effective augmente (au début de la phase de combustion de l'hélium dans le cœur) ou diminue

## 6.1. Propriétés chimiques des échantillons

Dans les chapitres précédents, nous avons vu que l'échantillon Elodie (ou PNG) est composé principalement d'étoiles appartenant au disque mince vieux et au disque épais. Ces deux populations ont des caractéristiques différentes tant au niveau de leur dynamique (courants asymétriques, dispersions de vitesses) qu'au niveau de leur métallicité moyenne. La figure 6.1 montre la répartition en métallicité des géantes du programme (définies par le critère en magnitude absolue). La distribution montre un maximum autour de la métallicité solaire ( $-0.1 < [\text{Fe}/\text{H}] < 0.$ ) correspondant aux étoiles du disque mince ainsi qu'une large queue centrée sur  $[\text{Fe}/\text{H}] \sim -0.3$  dex. Cette queue de distribution montre la présence des étoiles du disque épais.

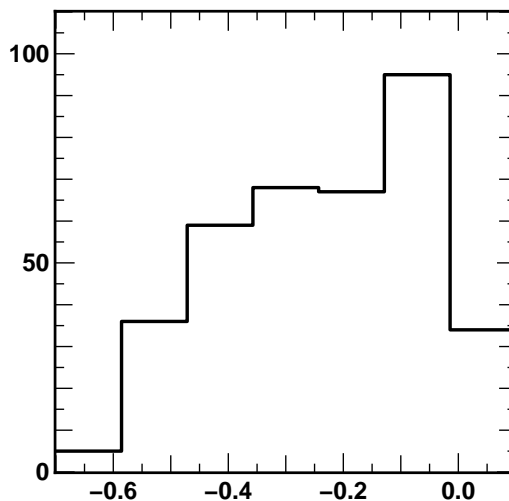


FIG. 6.1.: Distribution en métallicité des géantes de l'échantillon Elodie. La taille des bins est de 0.2 dex, supérieure à l'incertitude sur la détermination de  $[\text{Fe}/\text{H}]$

Si l'on divise l'échantillon en fonction de la hauteur  $z$ , on voit clairement apparaître un changement dans la distribution des métallicités. La figure 6.2 montre les distributions de métallicité pour deux sélections en  $z$  ( $z < 400$  pc en rouge et  $z > 400$  pc en vert) ainsi que la distribution des métallicités pour les étoiles de l'échantillon Hipparcos ( $|z| < 125$  pc) possédant une mesure spectroscopique de  $[\text{Fe}/\text{H}]$ . Cette figure montre la transition disque mince - disque épais, où pour l'échantillon  $0 < z < 400$  pc, la distribution des métallicités montre les mêmes caractéristiques que l'échantillon Hipparcos (composé essentiellement d'étoiles du disque mince) où la distribution est piquée au niveau de la métallicité solaire. La contrepartie à  $z > 400$  pc montre, quant-à elle, une distribution piquée autour de  $[\text{Fe}/\text{H}] \sim -0.4$  dex, correspondant à la métallicité moyenne du disque épais comme nous l'avons évaluée dans le chapitre 4.

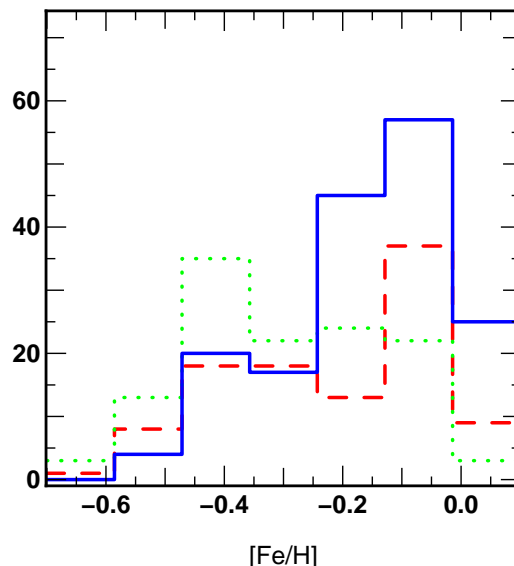


FIG. 6.2.: Distribution de la métallicité dans l'échantillon PNG ainsi que pour les étoiles Hipparcos ayant une mesure spectroscopique de la métallicité. L'historgramme en trait plein représente les étoiles Hipparcos ( $|z| < 125$  pc), l'historgramme en trait tireté les géantes de l'échantillon Elodie ayant  $z < 400$  pc et l'historgramme en pointillés les géantes de l'échantillon Elodie ayant  $z > 400$  pc. La taille des bins est de 0.2 dex.

**Effet de sélection de l'échantillon Elodie** L'échantillon Elodie présente un déficit d'étoiles de faible métallicité (avec  $[Fe/H] < -0.65$ ). Ce déficit pourrait provenir soit d'une incomplétude dans la base de spectres de TGMET soit de notre sélection en couleur (nous avons sélectionné les étoiles dans l'intervalle de couleur  $0.9 < B-V < 1.1$  cf chapitre 2).

Il est peu probable que la base de spectre de TGMET soit à l'origine de cette déficience. Si l'on se réfère à la figure 2.1 qui montre la répartition des spectres de référence de la librairie dans l'espace des paramètres, on voit nettement que la partie à faible métallicité est couverte. Si l'on regarde plus précisément les étoiles de la librairie, sélectionnées lors du calcul de la métallicité par TGMET, les étoiles de faible métallicité sont retenues sur un critère de ressemblance. Cependant, les plus proches voisins sont les spectres d'étoiles plus riches en métaux. La librairie TGMET ne peut donc pas expliquer le déficit d'étoiles à  $[Fe/H] < -0.65$ .

L'effet de la sélection en couleur a été testé à l'aide du modèle de Besançon : appliquer le même critère de sélection en couleur, pour un échantillon Elodie simulé, induit la perte d'environ 30% des étoiles de faible métallicité. Ces étoiles étant principalement âgées, la détermination du taux de formation stellaire sera biaisée vers une valeur plus faible pour les grands âges. Cependant, cette perte de 30%

des étoiles peu métalliques n'explique pas le fait que notre échantillon ne comporte qu'une seule étoile avec  $[\text{Fe}/\text{H}] < -0.65$ .

**Incomplétude de l'échantillon Hipparcos** L'échantillon Hipparcos n'est pas complet, nous ne disposons que de 173 mesures spectroscopiques de la métallicité sur les 526 étoiles que comporte l'échantillon. Cet échantillon peut donc présenter des biais qui sont difficilement évaluables (biais de sélection dans les différentes sources apportant les mesures de métallicité). De plus, l'incomplétude de cet échantillon est difficilement modélisable, ainsi cet échantillon est écarté pour la détermination de l'histoire de la formation d'étoiles.

## 6.2. Détermination du taux de formation d'étoiles

Nous avons développé un modèle simplifié pour déterminer l'évolution du taux de formation d'étoiles dans le *voisinage* solaire à partir de l'échantillon Elodie. Ce modèle se base sur les relations âge-métallicité (AMR) et âge-dispersion de vitesse (AVR) de la littérature. Ces deux relations sont très importantes car elles contiennent une grande partie de l'information sur l'évolution du disque de la Galaxie (voir par exemple Wielen (1977), Rocha-Pinto et al. (2000a), Corder & Twarog (2001), Gómez et al. (1997)). La relation entre la distribution des étoiles dans le plan  $([\text{Fe}/\text{H}], w)$  et les relations liées à l'évolution de la Galaxie s'écrit

$$\begin{aligned}
N([\text{Fe}/\text{H}], w) d[\text{Fe}/\text{H}] dw &= \int_0^{t_{gal}} \Psi(t) \int \int \int \Phi(V - 5 \log r + 5) \\
&\times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_w(t)} \exp\left(-\frac{\Phi_z(r \sin(b)) - \frac{1}{2}w^2}{\sigma_w(t)^2}\right) \\
&\times \Delta\ell(b)r^2 \cos(b) db dr dV \\
&\times N_*(t, [\text{Fe}/\text{H}]) dt d[\text{Fe}/\text{H}] dw, \tag{6.1}
\end{aligned}$$

où  $\Psi(t)$  est le taux de formation stellaire (SFR) au temps  $t$ ,  $\Phi(V - 5 \log r + 5)$  la fonction de luminosité de l'échantillon,  $\Phi_z(r \sin(b))$  est le potentiel vertical (voir chapitre 5) et  $\sigma_w(t)$  est la relation âge-dispersion de vitesse.

$N_*(t, [\text{Fe}/\text{H}])$  représente le nombre d'étoiles par unité de temps et de métallicité. Ici nous utiliserons

$$N_*(t, [\text{Fe}/\text{H}]) dt d[\text{Fe}/\text{H}] = G([\text{Fe}/\text{H}], \overline{[\text{Fe}/\text{H}]}, \sigma_{[\text{Fe}/\text{H}]}) \int_{m_{inf}(t, [\text{Fe}/\text{H}])}^{m_{sup}(t, [\text{Fe}/\text{H}])} m^{-\alpha} dm dt d[\text{Fe}/\text{H}], \tag{6.2}$$

où  $m$  est la masse de l'étoile sur la ZAMS et  $\alpha$  la pente de la fonction de masse initiale (IMF). L'intervalle de masse  $(m_{inf}, m_{sup})$ , sur lequel est effectuée l'intégration, correspond à l'intervalle de masse des étoiles du clump pour l'âge donné<sup>2</sup>. Ces

<sup>2</sup>on rappelle que dans l'équation 6.1 la relation entre l'âge et le temps  $t$  est donné par âge =  $t_{gal} - t$ .



deux bornes sont fournies par les modèles d'évolution stellaire et dépendent de l'âge et de la métallicité.  $G([\text{Fe}/\text{H}], \overline{[\text{Fe}/\text{H}]}, \sigma_{[\text{Fe}/\text{H}]})$  est la proportion d'étoiles de métallicité  $[\text{Fe}/\text{H}]$  au temps  $t$ . Dans cette étude, nous utilisons une distribution Gaussienne de la métallicité à un temps  $t$ .  $G$  est alors donné par

$$G([\text{Fe}/\text{H}], \overline{[\text{Fe}/\text{H}]}, \sigma_{[\text{Fe}/\text{H}]}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{[\text{Fe}/\text{H}]}} \exp\left(-\frac{([\text{Fe}/\text{H}] - \overline{[\text{Fe}/\text{H}]})^2}{2\sigma_{[\text{Fe}/\text{H}]}}\right).$$

Ecrire le modèle sous la forme 6.1 permet de s'affranchir d'une relation univoque entre le temps  $t$  et la métallicité. En effet, le milieu interstellaire n'est pas homogène et les étoiles formées à un temps  $t$  donné doivent refléter dans leur métallicité cette inhomogénéité. Ainsi, le modèle présenté plus haut ne considère pas une relation simple entre l'âge et la métallicité (c'est à dire à un âge correspond une seule métallicité), mais une distribution des probabilités de la métallicité à  $t$  fixé. On notera que pour l'application de l'équation 6.1 aux échantillons Elodie, une somme sur les différents champs vient s'ajouter aux intégrales. Ceci rend la partie numérique relativement lourde.

### 6.2.1. Relation âge-métallicité

La relation âge-métallicité est une quantité qui est encore mal connue malgré le grand bond en avant permis par les données du satellite Hipparcos. Par exemple, Edvardsson et al. (1993) ont trouvé une dispersion de l'ordre de 0.2 dex dans la relation âge-métallicité pour les naines F et G dans le voisinage solaire (cette étude portait sur 189 naines du disque). Cette valeur est supérieure à la valeur attendue considérant les incertitudes sur les déterminations de l'âge et de la métallicité et est de l'ordre de la dispersion de la distribution totale de métallicité (MDF). Ce résultat est très important car il indique que l'augmentation de la métallicité avec le temps ne joue qu'un rôle mineur pour la MDF (la métallicité et l'âge ne sont que faiblement corrélés).

Ce résultat a été souvent discuté dans la littérature (voir par exemple Kotoneva et al. 2002, Ibukiyama & Arimoto 2002, Rocha-Pinto et al. 2000a). Dans une seconde étude de l'échantillon de Edvardsson et al. (1993) combiné aux données Hipparcos, Ng & Bertelli (1998) ont confirmé la grande dispersion dans la relation âge-métallicité. Cependant, Garnett & Kobulnicky (2000) ont montré que la dispersion dans l'AMR dépendait de la distance des étoiles dans l'échantillon. Ils en ont conclu que la dispersion en métallicité à un âge donné est inférieure à 0.15 dex pour les étoiles du voisinage solaire. Feltzing et al. (2001), dans leur étude de 5828 étoiles Hipparcos, pour lesquelles ils ont calculé l'âge et la métallicité, ont également obtenu une dispersion importante dans l'AMR. Ils remettent en cause, dans leur conclusion, l'idée même d'une relation âge-métallicité. Cependant, Rocha-Pinto et al. (2000a) dans une étude de 552 naines de types tardifs (sélectionnées à partir du croisement

de catalogues photométriques et du survey d'activité chromosphérique du Mont Wilson, Soderblom (1985), Henry et al. (1996)) ont obtenu une dispersion faible dans leur relation âge-métallicité ( $\sim 0.1$  dex).

La figure 6.3 montre la comparaison de différentes AMR de la littérature avec notamment les déterminations de Rocha-Pinto et al. (2000b).

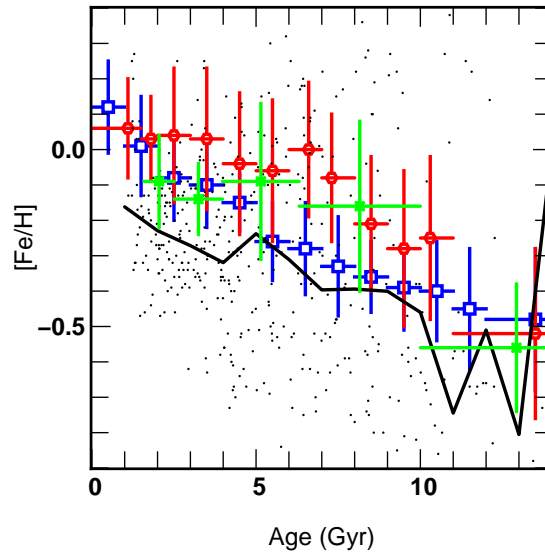


FIG. 6.3.: Comparaison de différentes relations âge-métallicité de la littérature. En vert relation âge-métallicité de Edvardsson et al. (1993), en bleu relation de Rocha-Pinto et al. (2000a), en rouge relation de Meusinger et al. (1991). Les points correspondent aux étoiles avec mesure spectroscopique de la métallicité de l'échantillon de Ibukiyama & Arimoto (2002) et la courbe noire présente la relation âge métallicité sous jacente.

Pour déterminer le taux de formation stellaire, nous utiliserons par la suite l'AMR obtenue par Rocha-Pinto et al. (2000a) étant donné que nous comparerons les prédictions de notre modèle aux résultats de cet auteur. La figure 6.4 montre la relation âge-métallicité de Rocha-Pinto et al. (trait plein bleu) avec la dispersion associée (traits pointillés). Le dégradé de couleurs montre la fonction 2D déduite de l'AMR utilisée par le modèle. La table 6.1 donne les valeurs numériques de la relation âge-métallicité de Rocha-Pinto et al. (2000a, Tab. 3)

### 6.2.2. Relation âge-dispersion de vitesse

La littérature nous fournit plusieurs relations âge-dispersion de vitesse, certaines observationnelles (par exemple Quillen & Garnett 2000, Gómez et al. 1997) d'autres basées sur la diffusion des orbites Wielen (1977), Corder & Twarog (2001). La figure 6.5 montre les relations empiriques de Quillen & Garnett (2000) avec les relations théoriques de Wielen (1977), Corder & Twarog (2001). On voit nettement sur

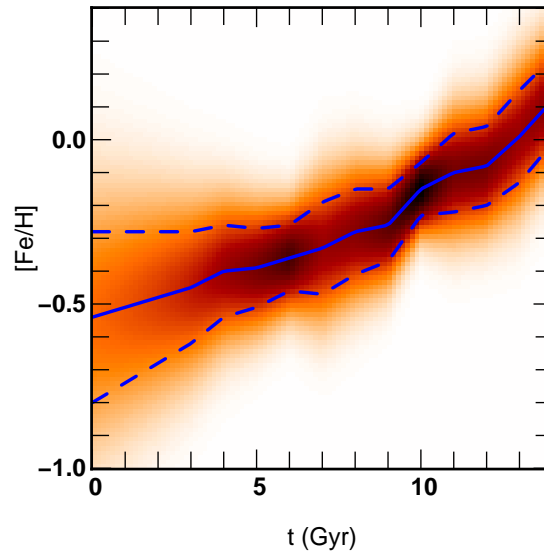


FIG. 6.4.: Relation âge-métallicité de Rocha-Pinto et al. (2000b) utilisée pour la modélisation de l'échantillon Elodie. La trait plein représente la relation moyenne obtenue par l'auteur, les traits pointillés représentent la dispersion de métallicité. Le dégradé de couleurs montre la distribution à 2D utilisée dans la modélisation en supposant une distribution gaussienne de la métallicité pour un âge donné.

TAB. 6.1.: Relation âge-métallicité tirée de Rocha-Pinto et al. (2000a) (table 3).

Age (Gyr)	$N$	$\overline{[Fe/H]}$	$\sigma_{[Fe/H]}$
0-1	107	+0.12	0.13
1-2	61	+0.01	0.14
2-3	79	-0.08	0.12
3-4	66	-0.10	0.12
4-5	58	-0.15	0.08
5-6	44	-0.26	0.11
6-7	32	-0.28	0.13
7-8	26	-0.33	0.14
8-9	17	-0.36	0.10
9-10	21	-0.39	0.12
10-11	10	-0.40	0.14
11-12	13	(-0.45)	0.17
12-15	18	(-0.48)	0.20

cette figure que, si les relations théoriques montrent un comportement permettant de reproduire les observations en-deçà de 9-10 Gyr (relation de Corder & Twarog (2001) et modèle en trait tireté de Wielen (1977)), ils ne parviennent pas à reproduire le saut dans la valeur de la dispersion verticale de vitesse au-delà de 10 Gyr. Les relations théoriques présentées dans cette figure montrent au contraire une saturation dans le *chauffage* du disque autour de 25-30 km/s pour les deux modèles les plus réalistes (la dispersion verticale augmente comme  $t^{0.5}$  dans le modèle de Wielen (1977), une étude plus récente par Binney et al. (2000) propose une valeur de 0.33 pour l'exposant).

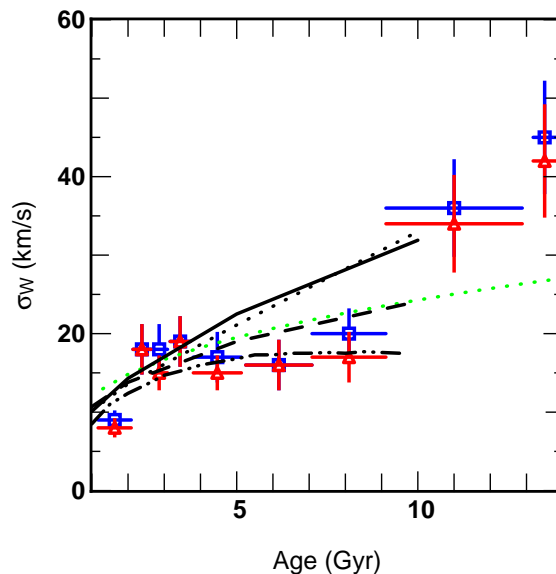


FIG. 6.5.: Comparaison de différentes relations âge-dispersion de vitesse verticale de la littérature : en bleu relation observationnelle de Quillen & Garnett (2000), en rouge Quillen & Garnett (2000) pondérée, en vert relation théorique obtenue par Corder & Twarog (2001), en noir les différentes relations obtenues par Wielen (1977) dans sa théorie de diffusion des orbites (trait plein coefficient de diffusion constant, traits pointillés et tiretés deux exemples de coefficients de diffusion dépendants de la vitesse) et enfin en trait interrompu avec pointillés, la relation obtenue par Gómez et al. (1997) à partir des données Hipparcos.

Le fait que ce saut dans la relation âge-dispersion de vitesse ne soit pas reproduit par les modèles conduit Quillen & Garnett (2000) à proposer qu'il soit la signature de l'effet d'un merger mineur<sup>3</sup> il y a  $9 \pm 1$  Gyr. Ainsi, les étoiles associées à la partie à grande dispersion de vitesses sont dans ce cas les étoiles du disque épais.

Les modèles théoriques ne permettent pas de reproduire la relation âge-dispersion observée qui montre un saut au-delà de 10 Gyr qui est également observé dans

<sup>3</sup>un merger mineur est une collision entre galaxies dont le rapport des masses est inférieur à 1/3

la figure 4.2. Gómez et al. (1997) sélectionne les étoiles du disque mince ainsi sa relation ne montre pas ce saut. Nous utiliserons donc dans le modèle la relation observationnelle proposée par Quillen & Garnett (2000) qui montre ce saut.

### 6.2.3. Prise en compte de l'évolution stellaire

L'échantillon Elodie est composé d'un mélange d'étoiles géantes, de naines et de sous géantes. Si l'on se concentre sur le sous-échantillon utilisé pour la détermination du potentiel vertical (cf chapitre 5), celui-ci est composé principalement d'étoiles du clump. Ces étoiles correspondent à la phase où les étoiles brûlent l'hélium dans leur cœur à une luminosité à peu près constante de l'ordre de  $\log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) \sim 1.5$  Girardi et al. (1998) (nous dénoterons cette phase CHeB par la suite).

La partie des modèles d'évolution stellaires que nous utiliserons par la suite est donc définie par le début et la fin de la phase CHeB. Ainsi, pour un temps donné les modèles nous fournissent un intervalle de masse initiale pour les étoiles du clump. Nous pouvons ensuite utiliser celui-ci pour prédire le nombre d'étoiles d'un âge donné dans le clump.

La figure 6.6 montre l'intervalle de masse dans la phase CHeB pour les isochrones de Girardi et al. (2000) pour différentes métallicités en fonction de l'âge. La figure de gauche montre clairement l'effet de la métallicité sur l'intervalle de masse de la phase CHeB où l'intervalle de masse se déplace vers les masses plus importantes quand la métallicité croît. La figure de droite montre l'évolution de l'intervalle de masse de la phase CHeB lorsque l'AMR de Rocha-Pinto et al. (2000a) est incluse.

Le fait que l'intervalle de masse dépende de la métallicité est un point critique lorsque l'on détermine le nombre d'étoiles dans le clump. En effet, le nombre d'étoiles formées à un âge donné et étant dans le clump à  $t_{gal}$ , où  $t_{gal}$  est l'âge de la Galaxie, est donné dans le cas d'une IMF en loi de puissance par

$$N = \int_{m_{low}}^{m_{up}} m^{-\alpha} dm, \quad (6.3)$$

et dépend donc fortement de l'intervalle de masse. La figure 6.7 montre la différence entre le nombre d'étoiles par unité de masse et de volume en fonction de l'âge pour le cas de l'AMR de Rocha-Pinto et al. (2000a) et d'une métallicité fixe au cours du temps (ici nous avons considéré l'isochrone de métallicité solaire) dans le cas de l'IMF de Salpeter ( $\alpha = 2.35$ ). L'erreur sur le nombre d'étoiles peut être considérable, surtout pour les étoiles vieilles qui sont moins massives et donc plus nombreuses, et dépasser les 10%. Néanmoins, cet effet est partiellement compensé par une forte diminution de l'intervalle de masse initiale pour les étoiles plus âgées. Ainsi, une erreur dans la détermination de l'AMR n'a qu'un effet restreint sur le nombre d'étoiles dans le clump.

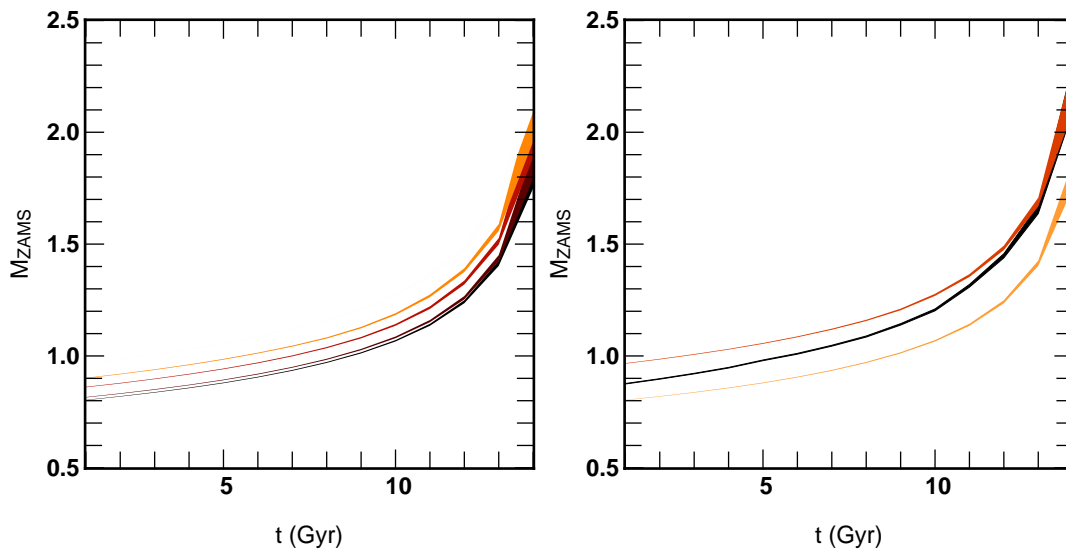


FIG. 6.6.: Intervalle de masse dans la phase *Core Helium Burning* en fonction de  $t$  pour les isochrones de Girardi et al. (2000). Figure de gauche : intervalles de masse pour les isochrones de Girardi jusqu'à la métallicité solaire (la métallicité décroît de la courbe la plus haute vers la plus basse et les valeurs de la métallicité sont  $Z = 0.0004, 0.001, 0.004, 0.008, 0.019$ ). Figure de droite : intervalle de masse en fonction de  $t$  en supposant la relation âge-métallicité de Rocha-Pinto et al. (2000a) (en noir) encadré par les intervalles de masse prédits par les isochrones  $Z = 0.0004$  (orange) et  $Z = Z_{\odot}$  (rouge sombre). On suppose dans ces figures que la Galaxie s'est formée à  $t = 0$  et que l'on se trouve aujourd'hui à  $t = 14$ Gyr.

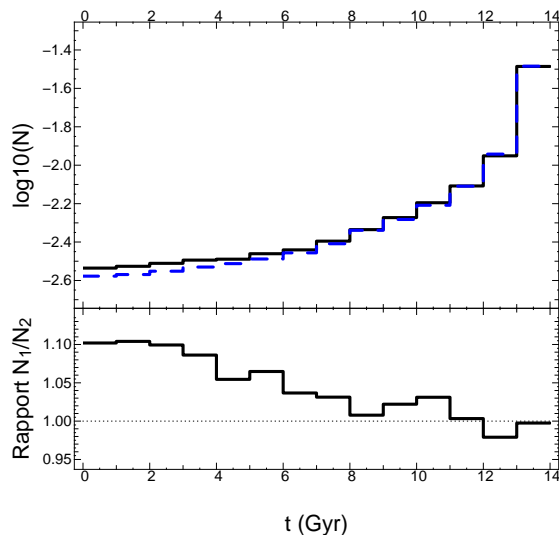


FIG. 6.7.: Nombre d'étoiles par unité de temps et de volume en fonction du temps pour un taux de formation stellaire constant dans le cas de l'AMR de Rocha-Pinto et al. (2000a) (trait plein) et pour une métallicité constante égale à la métallicité solaire (trait tireté). Nous avons utilisé la fonction de masse initiale de Salpeter. La figure du bas montre le rapport des deux prédictions qui présente un écart supérieur à 10% pour les populations les plus vieilles.

### 6.3. Résultats

La figure 6.8 montre le meilleur modèle obtenu en ajustant l'échantillon d'étoiles du Red Clump Elodie en utilisant l'AMR de Rocha-Pinto et al. (2000a) et la relation âge-dispersion de vitesse de Quillen & Garnett (2000). Sur la même figure, on trouvera également la détermination de Rocha-Pinto et al. (2000b) ainsi qu'un taux de formation stellaire constant. Si la valeur relative des pics de formation stellaire diffère entre la détermination de Rocha-Pinto et al. (2000b) et celle présentée ici, la position de ces pics est en bon accord. Il faut noter ici, que la détermination présentée dans cette étude comporte peu d'étoiles. 162 étoiles de l'échantillon ont été utilisées alors que l'étude de Rocha-Pinto et al. (2000b) est basée sur 522 étoiles. Ainsi, notre détermination est sujette à une forte incertitude résultant du bruit de Poisson.

Qualitativement, on peut reconnaître trois pics dans la formation stellaire. Pour reprendre la notation employée par Rocha-Pinto et al. (2000b) (celle-ci fût en fait proposée par Majewski (1993)), le pic A est le sursaut à  $t \sim 14$  Gyr, le pic B celui se trouvant entre  $t = 8$  et  $t = 12$  Gyr et enfin le pic C qui se trouve entre  $t = 4$  et  $t = 7$  Gyr. On notera que le pic A correspond à une augmentation de la formation stellaire au cours des derniers Gyr qui est identifiée dans beaucoup de déterminations récentes de la SFH (Gómez et al. 1990, Rocha-Pinto & Maciel 1997, Chereul

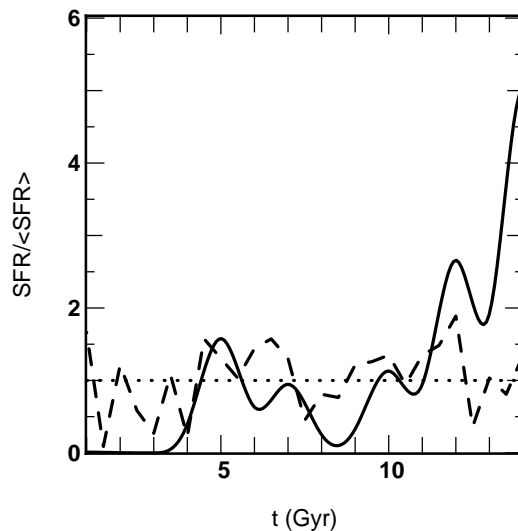


FIG. 6.8.: Taux de formation stellaire utilisés pour la comparaison avec les données. En trait plein : meilleur modèle de cette étude, en trait interrompu : SFH chromosphérique de Rocha-Pinto et al. (2000b), en pointillés : taux de formation stellaire constant. Nous avons supposé que la Galaxie est âgée de 14 Gyr et la Galaxie s'est formée à  $t=0$  dans cette figure.

et al. 1998, Vergely 1998).

Si la position des pics est correctement retrouvée, les dépressions dans le taux de formation stellaire évoquées par Rocha-Pinto et al. (2000b) ne sont pas aussi évidentes dans notre détermination. En effet, Rocha-Pinto et al. (2000b) obtiennent une dépression significative du taux de formation stellaire entre 12 et 13 Gyr. Or, nous obtenons un taux de formation stellaire supérieur à la moyenne dans cette période. D'un autre côté, la dépression qu'il obtient entre 7 et 8 Gyr se trouve renforcée dans notre étude.

La figure 6.9 montre la comparaison des trois SFH présentées dans la figure 6.8 aux histogrammes en métallicité et en vitesse verticale de l'échantillon Elodie. Si l'histogramme des vitesses verticales ne nous permet pas de privilégier un modèle en particulier (les trois sont compatibles avec les observations), l'histogramme en métallicité n'est, quant à lui, reproduit correctement que par notre détermination de la SFH. En effet, la détermination de Rocha-Pinto et al. (2000b) prédit trop d'étoiles dans le clump à faible métallicité ( $[Fe/H] < -0.5$ ) ce qui est dû à un taux de formation stellaire plus important en-dessous de 7 Gyr. Pour la partie à plus forte métallicité ( $[Fe/H] > -0.8$ ), sa détermination prédit trop peu d'étoiles dans notre échantillon. Ceci s'explique par son taux de formation stellaire plus faible dans les derniers Gyr.

En conclusion, la comparaison de notre détermination de l'histoire de la formation stellaire avec la détermination proposée par Rocha-Pinto et al. (2000b) à partir



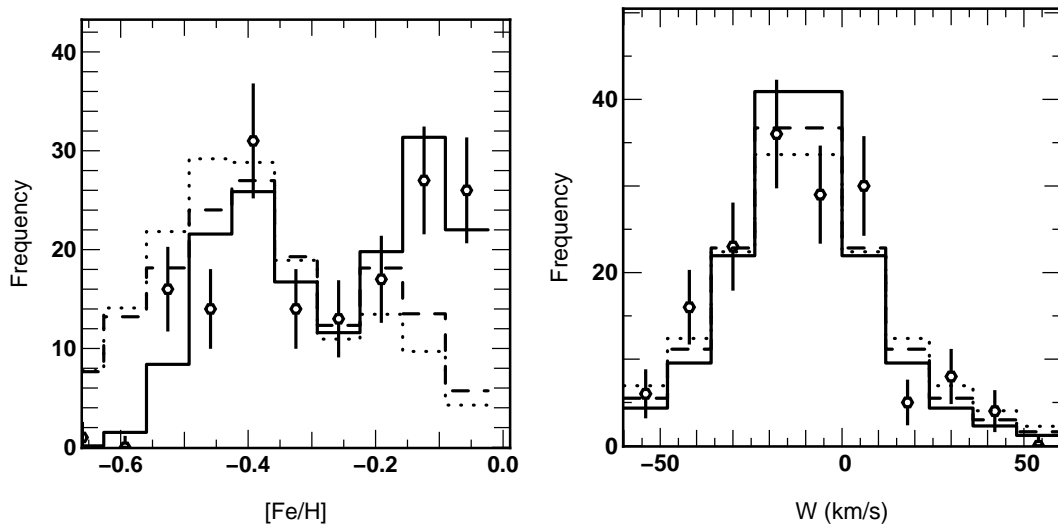


FIG. 6.9.: Histogrammes de la métallicité et de la vitesse verticale obtenues pour les modèles de SFR présentés dans la figure 6.8. Les points sont les comptages pour les deux échantillons PNG, les barres d'erreurs correspondent aux erreurs Poissonniennes.

d'étoiles naines montre qualitativement un bon accord. Cependant, si la position des pics semble correspondre, les valeurs relatives des pics et des dépressions dans les deux SFH sont sensiblement différentes. Ceci est peut être associé au faible nombre d'étoiles dans notre échantillon.



# 7

## Conclusions de la première partie

La première partie de cette thèse a présenté les résultats que nous avons obtenus à partir d'un échantillon d'étoiles du clump observé avec le spectromètre échelle Elodie de l'Observatoire de Hautes Provence. Cet échantillon nous a permis de contraindre les paramètres des populations stellaires du disque, la forme du potentiel vertical ainsi que d'apporter une nouvelle détermination de l'histoire de la formation stellaire au-dessus du plan Galactique.

Nous avons pu identifier deux populations stellaires dans le disque, la première correspondant au disque mince vieux, la seconde au disque épais. Nous avons déterminé les paramètres moyens de ces deux populations, à l'aide de la méthode SEM. Nous avons obtenu, pour le disque mince, une métallicité moyenne  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.17$  et une dispersion de métallicité de 0.26 dex. Le courant asymétrique mesuré pour cette population est  $V_{lag} = -12$  km/s et l'ellipsoïde des vitesses de cette population est donné par  $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (39, 20, 20)$  km/s. Ces résultats sont compatibles avec les estimations précédentes des paramètres du disque mince.

Concernant le disque épais, nous avons obtenu pour cette population une densité relative de 15% et une distribution des métallicité donnée par  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.48$  et  $\sigma_{[\text{Fe}/\text{H}]} = 0.32$ . Les valeurs des dispersions de vitesse correspondantes sont  $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (63, 39, 39)$  km/s avec un courant asymétrique  $V_{lag} = -51$  km/s. Ce résultat favorise un disque épais dense et plat, riche en métaux et avec une cinématique modérée sauf pour les mouvements radiaux où la dispersion de vitesse est importante. Ces résultats confirment le travail de Bell (1996) qui a obtenu des paramètres similaires pour le disque épais à partir d'un échantillon de géantes K dans les directions  $\ell = 90^\circ$  et  $\ell = 270^\circ$ . Le fait que la méthode SEM donne, pour le disque épais, une population distincte du disque mince conforte le modèle du *merger*. Ce modèle

propose que le disque épais se serait formé à partir du disque mince pendant un processus d'accrétion d'une galaxie satellite (Gilmore et al. 1989, Majewski 1993, Robin et al. 1996, Quillen & Garnett 2000). De plus, les deux familles de solutions pour la structure du disque épais (voir page 70) peuvent être réconciliées dans ce modèle. En effet, dans l'hypothèse où le disque épais a été formé par l'accrétion d'un satellite, celui-ci doit être composé de deux sous-populations, la première correspondant à la partie chauffée du disque mince, la seconde à la relique du satellite accrété.

Une étude dynamique de cet échantillon nous a permis d'apporter la première contrainte sur l'échelle de hauteur de la distribution de matière au rayon solaire  $D = 392_{-121}^{+328}$  pc qui correspond à une densité de surface du disque de  $67_{-18}^{+47} M_{\odot} \text{pc}^{-2}$ . Cette échelle de hauteur est compatible avec un disque exponentiel d'échelle de hauteur  $h_z = 350$  pc. Cette estimation est compatible avec la mesure de l'échelle de hauteur du disque mince vieux. L'échantillon ne permet d'apporter une contrainte forte sur la limite de Oort, car la densité des étoiles du clump dans l'échantillon Hipparcos est quasi uniforme. Ainsi, il ne permet pas de mesurer la courbure du potentiel. Toutefois, la valeur estimée de la densité de surface nous permet d'apporter une contrainte sur l'hypothèse d'un disque Galactique maximal. Les études précédentes (voir par exemple Kuijken & Gilmore 1989a, 1991, Bahcall 1984a) ont souvent conclu à un disque Galactique submaximal, en se basant sur les mesures de la rotation au voisinage solaire. Cependant, Sackett (1997) a montré que si l'on utilise la définition extragalactique d'un disque maximal, le disque de la Voie Lactée peut être maximal. Notre valeur de la densité de surface est compatible avec les prédictions de Sackett (1997), montrant que le disque de la Galaxie est sans doute maximal. Ce fait est également conforté par les études théoriques de la dynamique du gaz dans la région centrale des galaxies et par les observations de galaxies spirales lumineuses, qui montrent que le halo ne peut pas être dominant dans la dynamique centrale de ces objets.

La combinaison des mesures de métallicité et des vitesses verticales nous a également permis de déterminer l'histoire de la formation stellaire sous-jacente. Les résultats ont été comparés avec les résultats obtenus avec les données du satellite Hipparcos ainsi qu'à la SFH, obtenue à partir de mesures chromosphériques par Rocha-Pinto et al. (2000b). Nous obtenons des résultats qualitativement en accord avec les résultats de Rocha-Pinto et al. (2000b). Si la valeur relative des pics de formations stellaires est différente dans ces deux déterminations, la position de ces derniers est compatible. Trois époques principales de formation stellaire peuvent être identifiées dans les deux études. Il faut toutefois garder à l'esprit que le nombre d'étoiles dans notre échantillon est faible ce qui rend notre détermination imprécise.

A court terme, ce projet va être étendu afin d'obtenir un échantillon complet jusqu'à 1 kpc. Nous avons obtenu du temps sur le télescope de 193 cm avec l'instru-

ment Elodie afin de compléter cet échantillon. Nous espérons pouvoir apporter des contraintes plus fortes sur les paramètres du potentiel et plus précisément affiner notre mesure de l'échelle de hauteur de la distribution de matière. Augmenter le nombre d'étoiles dans l'échantillon, nous permettra également d'affiner les résultats obtenus sur l'histoire de la formation stellaire.



# Article 1

Ce papier, publié dans *A&A*, contient la description de l'échantillon observé ainsi qu'une étude des populations stellaires présentes dans cet échantillon. Les principaux résultats de ce papier concernent la structure et les propriétés cinématiques du disque mince vieux et du disque épais.





## Vertical distribution of Galactic disk stars <sup>\*</sup>

### I - Kinematics and metallicity

Soubiran C.<sup>1</sup>, Bienaymé O.<sup>2</sup>, Siebert A.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Observatoire Aquitain des Sciences de l'Univers, UMR 5804, 2 rue de l'Observatoire, 33270 Floirac, France

<sup>2</sup> Observatoire astronomique de Strasbourg, UMR 7550, Université Louis Pasteur, Strasbourg, France

Received January 12, 2003/ Accepted

**Abstract.** Nearly 400 Tycho-2 stars have been observed in a 720 square degree field in the direction of the North Galactic Pole with the high resolution echelle spectrograph ELODIE. Absolute magnitudes, effective temperatures, gravities and metallicities have been estimated, as well as distances and 3D velocities. Most of these stars are clump giants and span typical distances from 200 pc to 800 pc to the galactic mid-plane. This new sample, free of any kinematical and metallicity bias, is used to investigate the vertical distribution of disk stars. The old thin disk and thick disk populations are deconvolved from the velocity-metallicity distribution of the sample and their parameters are determined. The thick disk is found to have a moderate rotational lag of  $-51 \pm 5 \text{ km s}^{-1}$  with respect to the Sun with velocity ellipsoid  $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (63 \pm 6, 39 \pm 4, 39 \pm 4) \text{ km s}^{-1}$ , mean metallicity of  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.48 \pm 0.05$  and a high local normalization of  $15 \pm 7\%$ . Combining this NGP sample with a local sample of giant stars from the Hipparcos catalogue, the orientation of the velocity ellipsoid is investigated as a function of distance to the plane and metallicity. We find no vertex deviation for old stars, consistent with an axisymmetric Galaxy. Paper II is devoted to the dynamical analysis of the sample, putting new constraints on the vertical force perpendicular to the galactic plane and on the total mass density in the galactic plane.

**Key words.** Stars: kinematics – Stars: abundances – Galaxy: disk – Galaxy: kinematics and dynamics – Galaxy: structure – solar neighbourhood

### 1. Introduction

The primary purpose of the observations described in this paper is to determine the potential from 300 pc to 1 kpc from the galactic plane using an homogeneous and complete sample of red clump giants. The measure of the potential close to the galactic plane has been recently improved thanks to the Hipparcos observations leading to an unbiased estimate of the local mass density  $0.076 \pm 0.015 M_{\odot} \text{ pc}^{-3}$  (based on A and F stars, Crézé et al. (1998a,b), see also Pham (1998) and Holmberg & Flynn (2000)) constraining the potential shape up to 125 pc from the galactic plane. This result is consistent with previous and independent determinations based on distant F dwarfs and K giants at 0.5–1 kpc (Kuijken & Gilmore 1989). A direct implication of these results is that our galactic dark matter component cannot be strongly flattened and has a more or less spheroidal shape. In or-

der to draw with an improved accuracy the potential at various heights from the galactic plane and confirm or not this property, new kinematical data appeared to be necessary.

For this task we have chosen to observe red clump giants which are well suited for galactic studies. The first and evident interest in studying giants is their intrinsic brightness, ( $m_V \simeq 9.3$  at 500 pc) that allows to obtain high-resolution spectroscopy on distant stars. Moreover clump giants have a high density in the solar neighbourhood as compared to other intrinsically bright stars, they dominate in the magnitude interval  $9 \leq m_V \leq 10.5$  and colour interval  $0.9 \leq B - V \leq 1.1$ . Thanks to their strong-lined spectra, K stars are well adapted to the measure of accurate radial velocities and atmospheric parameters: effective temperature  $T_{\text{eff}}$ , logarithm of gravity  $\log g$  and metallicity measured by the iron abundance  $[\text{Fe}/\text{H}]$ . In practice, atmospheric parameters were deduced from low S/N ( $\sim 20$ ) ELODIE spectra using the automated method of parametrisation TGMET, based on a criterion of minimum distance to an empirical library of reference spectra (Katz et al. 1998; Soubiran et al. 1998). The same principle is used to estimate the absolute magnitude of the

*Send offprint requests to:* Caroline.Soubiran@observ.u-bordeaux.fr

<sup>\*</sup> Based on observations made at the Observatoire de Haute Provence (France). Data only available in electronic form at the CDS (Strasbourg, France)

target stars, leading to distances with an accuracy better than 20%, unprecedented for K giants out of the 250 pc Hipparcos sphere.

This new sample has been used to determine the vertical force  $K_z$  and the disk surface mass density as described in Paper II. These data have also provided an opportunity to probe the transition between the thin and thick disks and to investigate their properties. If the existence of a thick disk in our Galaxy is well established, its formation and connexion to the thin disk are still matter of debate. Several models of formation, "top down" or "bottom-up" are proposed which predict peculiar features for the spatial, chemical, kinematical and age distributions of the thick disk, including mean behaviour and dispersions, gradients, continuity-discontinuity with other populations. Such predictions are described for instance in Majewski (1993). Therefore, a detailed knowledge of properties of the thick disk is necessary to favour one of the proposed models of formation. Previous studies of the thick disk properties are numerous but most of them suffer from serious limitations: local samples of selected stars are biased in favour of metal-poor or high velocity stars, samples of tracers (clusters, RR Lyrae...) are small and not necessarily representative of the whole thick disk population, while in situ surveys suffer from lower precision due to the lack of astrometric and spectroscopic observations for faint stars. As a consequence, the parameters of the thick disk are not precisely established. Its current status is given in Norris (1999). There is still a controversy between the partisans of a flat and dense thick disk, with typical scale height of 800 pc and local relative density of 6-7% (Reylé & Robin 2001), and the partisans of a thick disk with a higher scale height, typically 1300 pc and a lower local relative density, of the order of 2% (Reid & Majewski 1993; Chen 1997). Velocity ellipsoid, asymmetric drift and mean metallicity are the other parameters which characterize the thick disk. Velocity dispersions are generally found to span typical values between 30 and 50 km s<sup>-1</sup>, sometimes up to 80 km s<sup>-1</sup> in the radial direction (Ratnatunga & Freeman 1989). The asymmetric drift ranges between -20 and -80 km s<sup>-1</sup> and the mean metallicity from -0.50 to -0.80 dex. The view of the thick disk has been complicated by the study of Morrison et al. (1990) who brought to the fore low-metallicity stars (-1.6 < [Fe/H] < -1.0) with disk-like kinematics. Chiba & Beers (2000) estimate that 30% of the stars with -1.6 < [Fe/H] < -1.0 belong to the thick disk population. It remains unclear whether this population is separate from the thick disk or its metal-weak tail. Very recently, Gilmore et al. (2002) claimed to have observed the relics of a shredded satellite forming a thick disk rotating at 100 km s<sup>-1</sup> at several kpc from the plane. A better understanding of the thick disk population(s) can be achieved from accurate distances, 3D velocities and metallicities for large samples of stars, with no kinematical or chemical selection, far from the plane where the relative density of the thick disk is high. Thanks to our new complete and large sample of K giants at a mean height of 400 pc above the plane, the old thin disk and

thick disk populations were investigated with an unprecedented accuracy on distances, velocities and metallicities. Combining metallicities and velocities, we were able to deconvolve the thin disk and thick disk distributions providing new estimates of their parameters.

The change of the velocity ellipsoid with respect to height above the plane and metallicity has also been investigated. If the stationarity and axisymmetry of the Galaxy is generally considered as a good approximation, large scale deviations produced by warps, bars, or triaxiality of the halo, are also often mentioned. The orientation of the velocity ellipsoid is an indicator of such deviations. In the case of axisymmetry and stationarity, the velocity ellipsoid of the oldest stars is supposed to point towards the Galactic Center. This is the case in our NGP sample.

The analysis of the sample has been carried out with different tools. For the validation of our methods and for the interpretation of the stellar content of our dataset, we have used simulations of the Besançon model of stellar population synthesis of the Galaxy (Robin & Crézé 1986; Robin et al. 2002). The deconvolution of the thin disk and thick disk distributions has been performed in the 4D velocity-metallicity space using a maximum likelihood algorithm assuming gaussian components.

In Sect. 2 we describe the selection of the sample to optimize the number of clump giants. Sect. 3 is devoted to the determination of stellar parameters: radial velocities, atmospheric parameters ( $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ , [Fe/H]), absolute magnitudes  $M_v$ , distances, 3D velocities with respect to the Sun. In Sect. 4, observed vertical gradients are compared to simulations of the Besançon model, and the deconvolution of two components is described. Sect. 5 deals with the vertex deviation. Our conclusions are summarized in Sect. 6.

## 2. Selection of the sample

The bulk of our sample consists of stars selected out of the Tycho-2 catalogue (Høg et al. 2000). This catalogue provides  $V_T$  magnitudes,  $B_T - V_T$  colours, accurate proper motions and related errors. Tycho-2 photometry can be transformed into Johnson photometry applying the transformation given in ESA (1997 chap. 1)

$$\begin{aligned} V &= V_T - 0.090 (B_T - V_T) \\ B - V &= 0.850 (B_T - V_T) \end{aligned} \quad (1)$$

A selection in  $B-V$  colour has been applied to increase the number of red clump stars with respect to dwarfs, subgiants, RGB and AGB stars. We have looked at several studies, based on Hipparcos data, which use and discuss the properties of the position of the red clump in the HR diagram, used for instance as distance indicator for the galactic center (Paczynski 1998) or nearby galaxies (Girardi & Salaris 2001). According to these studies, we have chosen the colour interval  $0.9 < B - V < 1.1$  that optimizes the detection of red clump stars. The lower  $B - V$  limit at 0.9 rejects the brightest main sequence

stars ( $M_v < 5$ ), some subgiants and also most giants of the blue horizontal branch (the "clump stars" with the lowest metallicities). The upper  $B - V$  limit at 1.1 rejects most of RGB and AGB stars. We have set the limiting magnitude at  $V=10.5$  to limit the exposure time of the spectroscopic observations, also because dwarfs begin to be dominant at fainter magnitude. Observing conditions have finally lowered the limiting magnitude of the sample.

In order to have a regular distribution of stars versus distance to the galactic plane, the survey has been carried out on two circular fields towards the NGP. The two observed fields have different size and limiting apparent magnitude (Table 1). The first one is shifted by 10 degrees from the NGP to avoid the region of the Coma-Berenices open cluster ( $l = 221^\circ$ ,  $b = +84^\circ$ ). A circular region of  $4.5^\circ$  radius around the center of the cluster has been removed from the second field centred on the NGP. As the two fields overlap, the common region is defined as belonging to the deepest field. Some stars were excluded *a priori* from the observations: i) stars identified as dwarfs thanks to their accurate Hipparcos parallaxe, ii) stars identified as variable or multiple system.

A total of 387 stars have been observed with the Elodie echelle spectrograph at OHP, 8 of them have been observed twice. According to individual errors quoted in the Tycho-2 catalogue, the sample has a mean error of  $1.3 \text{ mas yr}^{-1}$  on proper motions, corresponding to an error of  $3.25 \text{ km s}^{-1}$  on tangential velocities at 500 pc. The characteristics of the two fields are summarized in Table 1.

### 3. Stellar parameters

#### 3.1. Spectroscopic observations, radial velocities

The observations were carried out with the echelle spectrograph Elodie on the 1.93 m-telescope at the Observatoire de Haute Provence. The performances of this instrument are described in Baranne et al. (1996). A total of 22 nights was attributed to this program in March-April 2000 and April-May 2001. The exposure time on individual targets ranges from 90 seconds to 35 minutes, with a mean value of 9 minutes and a total of 61 hours. The resulting spectra cover the full range 390 – 680 nm at a resolving power of 42 000. Spectrum extraction, wavelength calibration and measurement of radial velocities have been performed at the telescope with the on-line data reduction software. The radial velocity accuracy is better than  $1 \text{ km s}^{-1}$  for the considered stars (K stars). Our sample spans radial velocities from  $-92$  to  $85 \text{ km s}^{-1}$  with a mean value of  $-13.5 \text{ km s}^{-1}$ . The mean S/N of the spectra at 550 nm is 23.

#### 3.2. Atmospheric parameters ( $T_{\text{eff}}$ , $\log g$ , $[\text{Fe}/\text{H}]$ ) and absolute magnitudes $M_v$

##### 3.2.1. TGMET and its library of reference spectra

Atmospheric parameters and absolute magnitudes were obtained with the TGMET software (Katz et al. 1998).

TGMET is a minimum distance method (reduced  $\chi^2$  minimisation) which measures similarities between spectra in a quantitative way and finds for a given target spectrum the most closely matching template spectra in a library. The TGMET library was built from the ELODIE database described in Prugniel & Soubiran (2001), selecting high S/N spectra of reference stars having well known atmospheric parameters from published detailed analyses listed in the Catalogue of  $[\text{Fe}/\text{H}]$  determinations (Cayrel de Strobel et al. 2001). The selection of reference stars was extended to stars with published  $T_{\text{eff}}$  from the lists of Blackwell & Lynas-Gray (1998); di Benedetto (1998); Alonso et al. (1996a, 1999a) and to stars with available  $V - K$  colour index in the catalogue of Morel & Magnenat (1978), calibrated into  $T_{\text{eff}}$  using the formulae of Alonso et al. (1996b, 1999b). Multiple determinations of atmospheric parameters for the same reference star were averaged, giving more weight to the most recent analyses.

Thanks to TGMET, absolute magnitudes  $M_v$  were estimated simultaneously with the atmospheric parameters, based on the fact that stars having similar spectra have similar absolute magnitudes. Therefore, the TGMET reference library was completed with Hipparcos stars having parallaxes with a relative error lower than 30%. Their absolute magnitudes  $M_v$  were derived from the Tycho-2  $V_T$  apparent magnitude, transformed into  $V$  Johnson band, and these stars were used as reference stars for  $M_v$ . Finally the TGMET library which was used in this study included 1112 spectra of FGK stars, 598 with available  $T_{\text{eff}}$  from the literature, 558 with available  $\log g$ , 577 with available  $[\text{Fe}/\text{H}]$ , 1079 with available  $M_v$  determined from Hipparcos (884 from a parallax with a relative error lower than 10%). The parameters ( $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ ,  $[\text{Fe}/\text{H}]$ ,  $M_v$ ) of a target star processed by TGMET are given by the weighted mean of the parameters of the best matching reference spectra.

##### 3.2.2. TGMET external accuracy

The external accuracy of TGMET depends on the quality of the reference system defined by the library of spectra. Ideally the reference library should be a perfect grid, paving regularly the parameter space. In practice, an observed library does not describe all parts of the parameter space with the same sampling. For instance, very metal-poor stars or cool dwarfs are less represented in the library and results of lower quality are expected for this class of stars. Moreover, the reference spectra being parametrized from the literature (and Hipparcos), some errors affect their parameters (typical errors quoted in detailed spectral analyses of the literature range from 50 K to 150 K for  $T_{\text{eff}}$ , 0.1 to 0.3 for  $\log g$ , and 0.05 to 0.1 for  $[\text{Fe}/\text{H}]$ ).

The quality of the library was assessed, and simultaneously the global accuracy of the TGMET atmospheric parameters and absolute magnitudes was estimated. We have tested the ability of TGMET to recover the parameters of stars considered as highly reliable reference stars.

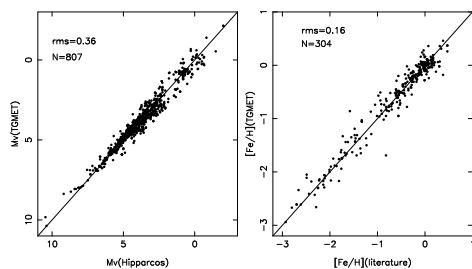
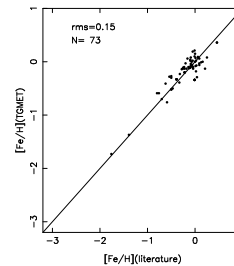
**Table 1.** Main characteristics of the two observed fields,  $l_c$  and  $b_c$  are the galactic coordinate of the center of the fields

	$l_c$ (deg)	$b_c$ (deg)	limiting magnitude in $V_J$ mag	interval of completeness in $V_J$ mag	number of stars observed	Surface square deg
Field 1	35.46	80.	10.48	7.2 - 10.1	246	309.4
Field 2	0.	90.	9.57	7.2 - 9.2	141	410.1*

\* this surface is corrected for the overlap region and for the presence of the Coma Berenices open cluster

For this task we have selected in the library only stars with the smallest error bars on their external parameters, having several determinations of atmospheric parameters in agreement in the literature and a relative parallax error lower than 10% in Hipparcos. For each star of this subset, the corresponding spectrum was removed from the library, its TGMET parameters were estimated with respect to the rest of the library, and compared to the literature and Hipparcos ones, as shown in Fig. 1 for  $[\text{Fe}/\text{H}]$  and  $M_V$ . Differences between TGMET and literature parameters have a standard deviation of 0.16 in  $[\text{Fe}/\text{H}]$ , and 0.36 in  $M_V$ . The standard deviation in  $M_V$  is lower for dwarfs than for giants : 0.25 for dwarfs ( $M_V > 4$ ), 0.37 for subgiants ( $3 < M_V \leq 4$ ), 0.32 for clump giants ( $0.5 < M_V < 1$ ), 0.47 for the other giants. Good results for clump giants are explained by the number of reference spectra in the library for this type of stars, with accurate Hipparcos parallaxes.

In practice only a fraction of the library was useful for TGMET to determine the parameters of the NGP targets : a subset of 117 reference spectra was selected on the basis of their similarity with the targets. These stars have parallax errors ranging from 0.45 to 1.7 mas, with a median of 0.8 mas. The median relative error on parallax of 3.45% for this subset ensures the high quality of our reference system for  $M_V$ . Several (16) stars with a relative error greater than 10% correspond to metal poor giants which have to be kept in the library to represent the low metallicity population. The iron abundance of the target stars was determined in practice from 73 reference stars. Their literature and TGMET metallicities are compared in Fig. 2. On average the TGMET metallicities are overestimated by 0.06 dex with an rms of 0.15.

**Fig. 1.** Comparison of literature metallicities and Hipparcos absolute magnitudes to their TGMET counterparts for a subset of high quality reference stars.**Fig. 2.** Comparison of literature and TGMET metallicities for the 73 reference stars which were effectively used to determine the metallicity of the target stars.

Unfortunately the absolute magnitudes from Hipparcos parallaxes are affected by the Lutz-Kelker bias, especially among giants. This causes an additional external error which must be taken into account. In paper II, the Lutz-Kelker bias is estimated for a local sample of clump giants. It is shown that on average their absolute magnitudes have to be corrected by -0.09 mag with an rms of 0.13 mag. We have not attempted to correct individual absolute magnitudes of the reference stars because the Lutz-Kelker bias is estimated from the luminosity function of the parent population which is unknown for most giants of the library, except for the clump ones. Combining the different sources of external errors, we estimate the TGMET absolute magnitudes of clump giants to be affected by a mean error of 0.35 mag, corresponding to an error in distance of 17%, with a systematic overestimation of distances by 4%.

### 3.2.3. TGMET internal precision

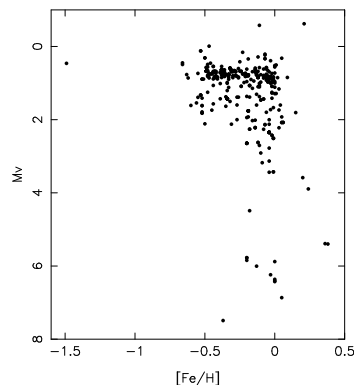
We have investigated the internal precision of TGMET by comparing the parameters obtained on target stars in the case of double observations. The TGMET parameters of the 8 target stars observed twice are given in Table 2. Both solutions show a very good agreement. The results are however of lower quality for T2012-00935, because one of the exposures has the lowest S/N of our observations ( $S/N=5$ ), at the limit of the possibilities of TGMET, and for T2010-01190 because its spectrum shows an enlarged profile ( $\text{FWHM} = 15.6 \text{ km s}^{-1}$ ) probably indicating a spectroscopic binary (enlarged profiles with  $\text{FWHM} > 14 \text{ km s}^{-1}$  were only observed for 6 target stars, 2 dou-

ble lined spectroscopic binaries were detected). Excluding these 2 non-representative cases, we compute rms differences of 0.02 dex in metallicity and 0.075 in absolute magnitude, giving an estimate of the precision of the TGMET method.

### 3.2.4. The $([Fe/H], M_v)$ distribution of the NGP sample

The parameters obtained with TGMET for the NGP targets range from 4322 K to 5698 K in  $T_{\text{eff}}$ , from 1.02 to 4.70 in  $\log g$ , from -1.49 to +0.38 in  $[Fe/H]$ , from -0.621 to 7.490 in  $M_v$ . The most important parameters for this study are the metallicities and absolute magnitudes which lead to individual distances. Figure 3 represents the NGP sample in the plane  $([Fe/H], M_v)$ . Some comments have to be done about this plot:

- the sample spans the full range of luminosities, from dwarfs to bright giants
- the clump is clearly identified as an overdensity around  $M_v=0.81$ .
- the selection of giants was efficient : dwarfs or subgiants ( $M_v > 3$ ) represent only 6% of the sample
- there is no dependency of the absolute magnitude of clump giants on  $[Fe/H]$
- there is a cut in the metallicity distribution at  $[Fe/H]=-0.65$  with only one metal-poor star at  $[Fe/H]=-1.49$ .



**Fig. 3.** Metallicity and absolute magnitude distribution of the NGP sample (387 stars).

We have checked if the lack of stars with  $[Fe/H] < -0.65$  could be due to the distribution of the TGMET reference stars in the parameter space. According to Fig. 2, several reference stars in the range  $-1.00 < [Fe/H] < -0.65$  exhibit similarities with the targets, but the nearest neighbours are more metal-rich. Several clump giants with lower metallicity exist in the library (HD166161,

HD175305, HD044007 for instance) but they have not been selected by TGMET to present similarities with the targets. We conclude that TGMET and its library cannot explain by their own the complete absence of target stars in this metallicity range, even if an overestimation of  $[Fe/H]$  by 0.06 was established (Sect. 3.2.2).

Basic data from Tycho2 and TGMET parameters of the 387 NGP targets are given in a table only available in electronic form at the CDS (<http://cdsweb.u-strasbg.fr/Cats.html>).

### 3.3. Distances and spatial velocities

Distances have been computed for all the target stars from the TGMET  $M_v$  and Tycho-2  $V_T$  magnitude transformed into Johnson  $V$  by relation 1. No correction of interstellar absorption was applied since it is supposed to be very low in the NGP direction. Proper motions, distances and radial velocities have been combined through the equations of Johnson & Soderblom (1987) to compute the 3 velocity components  $(U, V, W)$  with respect to the Sun (the  $U$  axis points towards the Galactic Center). Figure 4 shows the metallicity and velocity distributions of the whole sample in different combinations. For a sake of clarity, we have excluded from these plots 2 stars with extreme parameters which may belong to the halo: T2004-00702 ( $[Fe/H] = -1.49$ ,  $z = 755$  pc,  $U = -133.4$  km s $^{-1}$ ,  $V = -145.1$  km s $^{-1}$ ,  $W = -54.6$  km s $^{-1}$ ) and T2524-01735 ( $[Fe/H] = -0.38$ ,  $z = 475$  pc,  $U = 40.8$  km s $^{-1}$ ,  $V = -280.0$  km s $^{-1}$ ,  $W = -37.8$  km s $^{-1}$ ). From these plots, it can be seen that stars with high radial motion ( $U < -100$  km s $^{-1}$ ) or slow rotation ( $V < -80$  km s $^{-1}$ ) exist at all metallicities. The velocity dispersions are higher at low metallicities, especially for  $W$ . Here we recall that our  $W$  velocities are of an unprecedented accuracy for a survey at this mean distance as the contribution of the ELODIE accurate radial velocity to  $W$  is higher than 94% in the considered direction.

## 4. Distances, abundances and kinematics: stellar components

### 4.1. Expected relative densities

The median distance of the sample to the galactic plane is 400 pc. We expect to find at this distance a mixture of disk components, mainly the old thin disk and the thick disk. For instance, adopting exponential laws to modelise their vertical density, with a scale height of 300 pc for the older thin disk, 800 pc for the thick disk with a local density of 6.2% (Reylé & Robin 2001), proportions of 9, 13, 18 and 25% of thick disk stars are expected at mean distances of 200, 400, 600 and 800 pc respectively. For a scale height of 1400 pc and a local density of 2% (Reid & Majewski 1993) the proportions of thick disk stars fall to 3, 5, 8 and 13%. With a local relative density well below 1%, the halo population is expected to be marginally represented in the NGP sample. The aim of this section is to identify

**Table 2.** Comparison of the parameters obtained in the case of double observations. The heliocentric radial velocity  $V_r$  was obtained with the on-line cross-correlation software, together with the FWHM which measures the true resolution of the spectrum. The atmospheric parameters ( $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ ,  $[\text{Fe}/\text{H}]$ ) and absolute magnitudes  $M_v$  have been obtained with the TGMET software.

Tycho Id	S/N at 550 nm	$V_r$ $\text{km s}^{-1}$	FWHM $\text{km s}^{-1}$	$T_{\text{eff}}$ K	$\log g$	$[\text{Fe}/\text{H}]$	$M_v$
T1461-00774	15.8	16.55	11.2	4924	2.74	-0.23	0.756
T1461-00774	15.8	16.50	11.2	4929	2.75	-0.20	0.598
T1462-00831	11.9	1.26	10.7	4807	3.26	0.05	2.077
T1462-00831	21.8	0.89	11.0	4807	3.26	0.05	2.078
T1987-00205	17.5	-27.53	11.3	4776	2.59	-0.20	0.805
T1987-00205	20.4	-27.56	11.2	4765	2.50	-0.19	0.781
T2007-01215	10.5	0.24	12.6	4974	2.82	-0.43	0.647
T2007-01215	23.3	0.09	12.5	4888	2.57	-0.48	0.689
T2010-01190	11.5	-0.02	15.6	4722	2.62	-0.04	0.678
T2010-01190	38.0	-0.08	15.6	4895	3.14	0.15	1.807
T2012-00935	5.0	5.45	11.4	5273	3.56	0.03	3.087
T2012-00935	40.3	5.22	11.1	4918	3.03	-0.07	2.136
T2527-01831	30.4	-28.72	11.3	4801	2.52	-0.02	0.969
T2527-01831	17.5	-28.82	11.3	4804	2.51	-0.03	0.953
T2532-00687	21.3	-66.09	10.9	4711	2.53	-0.53	1.329
T2532-00687	7.9	-66.99	11.0	4709	2.46	-0.54	1.202

disk components in the NGP sample, investigate their behaviour up to 800 pc from the plane and determine their mean parameters.

#### 4.2. Comparison with the Besançon model

The NGP sample was compared with several samples of pseudo-stars simulated with the most recent version of the Besançon model of population synthesis (Robin et al. 2002). This model is based on a semi-empirical approach, involving physical constraints and current knowledge of the formation and evolution of the Galaxy. For observing conditions given as inputs (direction and size of the fields, cuts in apparent magnitude and colour, observational errors on apparent magnitudes, proper motions and radial velocities), the model returns a list of pseudo-stars with their fundamental properties (distance, absolute magnitude, age, 3D velocity, metallicity) and the corresponding observables affected by errors. The fundamental properties coming from theoretical distributions, we had to degrade metallicities and absolute magnitudes with the typical errors of the NGP sample to mimic the real data. Metallicities were degraded with a gaussian error of 0.16 dex and absolute magnitudes with an error varying from 0.25 for dwarfs to 0.35 for clump giants and 0.47 for other giants (see Sect. 3.2.1). Then distances and space velocities were re-computed from degraded absolute magnitudes combined to simulated apparent magnitudes, proper motions and radial velocities.

The Besançon model involves 7 thin disk components with mean ages from 0.15 to 10 Gyr, a thick disk component, a halo and a bulge. We have chosen to test our data against 2 different models: one involving a metal-poor, kinematically hot thick disk (hereafter model 1) and

another one less metal deficient and kinematically colder (hereafter model 2). The corresponding parameters used as inputs for the thin disk and the thick disk in both models are given in Table 3. In both cases, the scale height of the thick disk is 800 pc and its relative density in the solar neighbourhood is 6.2%. The asymmetric drift of the different components with respect to the Sun ( $V_{\text{lag}}$ ) is based on  $V_{\text{LSR}} = 220 \text{ km s}^{-1}$  and  $V_{\odot} = 6 \text{ km s}^{-1}$ . For each model, 3 simulations with our observational conditions have been performed. We have obtained 422, 454, 433 pseudo-stars with model 1 and 395, 434, 422 pseudo-stars with model 2. These numbers have to be compared with the 387 stars of the NGP sample. According to the fact that the NGP sample is not complete down the limiting magnitude, and that several dwarfs and double stars were eliminated *a priori*, the model counts agree very well with the observations.

We compare in Fig. 5 the vertical gradients of  $[\text{Fe}/\text{H}]$ ,  $V_r, \sigma_U, \sigma_V, \sigma_W$  which have been obtained by a simple statistic in several bins of distances in the NGP sample, and in the simulated ones which were merged to improve the statistics. In general, the data show a better agreement with model 2 than with model 1. But the error bars on the observed and simulated data are such that it is not possible to favour one of the 2 models from only these vertical gradients. In particular, the  $V$  dispersion in the NGP sample is much lower than in both models.

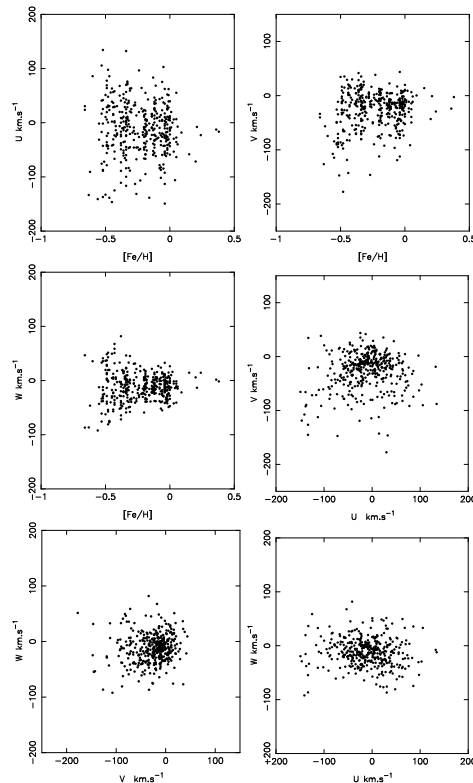
#### 4.3. Deconvolution into gaussian components

##### 4.3.1. Stochastic Estimation Maximisation

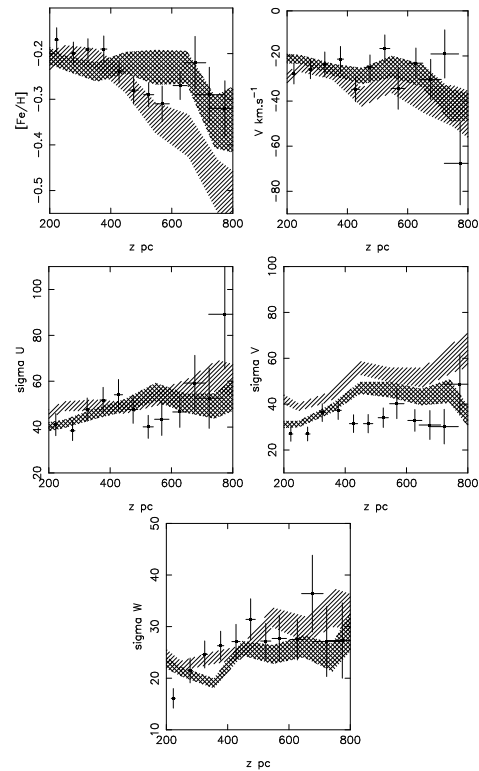
In an attempt to identify more precisely the contribution of the thin disk and thick disk in the NGP sample, we

**Table 3.** Inputs for the old thin disk and thick disk in the Besançon model.

	[Fe/H]	$\sigma_{[\text{Fe}/\text{H}]}$	$V_{\text{lag}}$	$\sigma_U$	$\sigma_V$	$\sigma_W$
			$\text{km s}^{-1}$	$\text{km s}^{-1}$	$\text{km s}^{-1}$	$\text{km s}^{-1}$
thin disk 5 Gyr	-0.07	0.18	-17	37	24	15
thin disk 7 Gyr	-0.14	0.17	-21	43	28	18
thin disk 10 Gyr	-0.37	0.20	-21	43	28	18
thick disk model 1	-0.70	0.30	-86	80	60	55
thick disk model 2	-0.48	0.30	-56	60	45	40

**Fig. 4.** Distributions of the NGP sample (387 stars) in metallicity and 3D velocities with respect to the Sun.

have performed the deconvolution of these 2 components. We have used the SEM algorithm (Celeux & Diebolt 1986), a noninformative method which solves iteratively the maximum likelihood equations, with a stochastic step, in the case of multivariate mixture of gaussian distributions. This method has been previously used to deconvolve the thin and thick disk populations from velocity distributions (Soubiran 1993; Ojha et al. 1996). The algorithm is started with an initial position thrown at random, assuming that the sample is a mixture of 2 or 3 discrete components. Each deconvolution is repeated 150 times.

**Fig. 5.** Vertical gradients of [Fe/H],  $V$ ,  $\sigma_U$ ,  $\sigma_V$ ,  $\sigma_W$  with standard error bars. Dots: the NGP sample, hatched area: model 1, double hatched: model 2.

Most of the time the algorithm converges the 150 times to the same solution. In case of multiple solutions, the most frequent one is adopted. The combinations of variables ([Fe/H],  $U$ ,  $V$ ,  $W$ ) and ( $U$ ,  $V$ ,  $W$ ) were used. Two bins of distance were considered (200 – 400 pc and 400 – 800 pc) to take into account the change of relative densities of the components at various distances to the plane.

#### 4.3.2. Testing SEM on simulated data

Provided that the simulated data represents a mixture of identified components, we have tested the ability of SEM to recover their underlying metallicity and velocity distributions. The SEM outputs are the relative density, mean and standard deviation of (U, V, W) and eventually [Fe/H] of each component to be compared to the model inputs. It is also possible to examine the ratios and orientation of principal axis of the velocity ellipsoid of each component but large error bars were obtained on these parameters which are not considered in this section. We have obtained 48 solutions with the simulated data (2 bins of distance, 2 models, 3 simulations per model, 3D and 4D deconvolution, 2 or 3 components assumed as initial condition). The deconvolution into 3 components was successful in very few cases, with a solution not physically realistic, one component having a very low standard deviation. Therefore we have only considered the deconvolutions into 2 components, all successful and stable. The corresponding averaged parameters are presented in Table 4, with their standard deviation. As expected, kinematical parameters and mean metallicities obtained for the thin disk in the 2 bins of distance are in the range of the Besançon model inputs (Table 3). However the relative density of the thin disk is found to be lower than expected in the first bin of distance. According to the density laws of the thin and thick disks adopted as inputs for the model, 87% of pseudostars should belong to the thin disk at 400 pc from the plane. On the other hand, we obtain a large error bar on this parameter, and the value of  $78 \pm 10\%$  agrees within  $1\sigma$  with the input of the model.

The error bars obtained for the thick disk are quite large and illustrate the difficulty to deconvolve overlapping populations. The parameters of the deconvolved thick disk generally agree within  $1\sigma$  with the model parameters in Table 3. For several parameters the agreement is within  $2\sigma$ . We conclude that SEM is able to recover the mean parameters of the thin disk and the thick disk, even if they strongly overlap as in model 2, using 3D or 4D small samples ( $N < 200$ ) affected by observational errors.

#### 4.3.3. The thin and thick disks in the NGP sample

After these tests on simulated data, SEM was applied to the NGP sample. Each bin of distance includes 166 stars. We had to remove from the second bin, 2 outlier stars previously mentioned in Sect. 3.3. Results are presented in Table 5 in the 4D and 3D cases.

The success of the deconvolution of the sample into 2 discrete components supports the notion of a thick disk as a separate population, by opposition to being the tail of a continuous disk. Together with the existence of vertical gradients, this is of importance to constrain models.

In the nearest bin of distance, all the kinematical parameters obtained with the 3D and 4D deconvolution agree within  $1\sigma$ , showing that [Fe/H] is less discriminant than velocities to separate the disk populations. In the

400 – 800 pc bin, a significant difference is observed in V when [Fe/H] is used in the deconvolution. However, the agreement being still within  $2\sigma$ , we adopt as the final parameters for the thin disk the average of the 4 solutions (Table 6). The velocity ellipsoid  $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (39 \pm 2, 20 \pm 2, 20 \pm 1) \text{ km s}^{-1}$  is typical of the old thin disk population. In their study of local kinematics from Hipparcos data, Dehnen & Binney (1998) and Bienaymé (1999) have determined dispersions for the oldest thin disk stars in the range  $34 - 38 \text{ km s}^{-1}$  in U,  $23 - 25 \text{ km s}^{-1}$  in V,  $17 - 21 \text{ km s}^{-1}$  in W. From stars at larger distances, we obtain similar values, showing that no significant vertical gradient is present in velocity dispersions of the thin disk.

The proportion of thick disk stars is higher than expected in the 2 bins of distance. If an exponential law with scale height of 800 pc is able to modelise the vertical density of the thick disk, then a local relative density of 15% has to be adopted to reproduce our results. On another hand, due to the small size of the sample, the proportions of each component cannot be recovered with a high accuracy, as was also seen with the simulated data. According to the dispersion of the SEM solutions on real and simulated data, we estimate our error bar on local density to be 7%.

Chiba & Beers (2000) found in their metal-poor star sample a vertical gradient in the rotational velocity of the thick disk of  $-30 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$  which is not observed in the NGP sample. We note however a higher  $\sigma_W$  and lower [Fe/H] at 400 – 800 pc possibly indicating a vertical gradient. As the metallicity found for the thick disk ( $-0.27$  and  $-0.42$ ) is more metal-rich than expected, we have examined the eventuality of a bias in metallicity in our data. This high metallicity is mainly due to the lack of stars with  $[\text{Fe}/\text{H}] < -0.65$ . As discussed in Sect. 3.2.4, our method to estimate metallicities cannot explain by its own the complete absence of metal-poor stars. The selection of the target stars in the colour range  $0.90 < B - V < 1.10$  may have also led to a lack of metal-poor stars. We have investigated the effect of this colour cut on metallicity on data simulated with the Besançon model and on giants of the TGMET library. If it is clear that deficient giants ( $[\text{Fe}/\text{H}] < -1.0$ ) are bluer, the effect is not so dramatic in the range  $-0.65 < [\text{Fe}/\text{H}] < -1.0$ . Selecting stars with  $0.90 < B - V$  seems to eliminate about 30% of giants in this metallicity interval. Again, the lack of metal-poor stars cannot be completely explained by our colour cut. Besides, when testing the SEM algorithm on simulated data (Sect. 4.3.2), correct mean metallicities were recovered, despite a similar colour cut. *If this lack of low metallicities is real, an explanation would be that the missing metal-poor stars belong to another population with a higher scale height and lower local density.* However this hypothesis does not explain the high metallicity,  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.27$ , found for the thick disk in the nearest bin of distance. We interpret this value by the existence of stars with slow rotation but solar metallicity (Fig. 4). A population of metal-rich stars with thick disk kinematics is known to exist in the solar neighbourhood (Grenon 1999; Soubiran



**Table 4.** SEM deconvolution on the simulated data. The mean parameters are given with their standard deviation.

	%	[Fe/H]	$\sigma_{[\text{Fe}/\text{H}]}$	$V_{\text{lag}}$ km s <sup>-1</sup>	$\sigma_U$ km s <sup>-1</sup>	$\sigma_V$ km s <sup>-1</sup>	$\sigma_W$ km s <sup>-1</sup>
thin disk 200-400 pc	78±10	-0.16±0.08	0.23±0.03	-16±2	37±4	24±3	17±4
thin disk 400-800 pc	75±6	-0.17±0.05	0.29±0.02	-15±6	40±4	26±3	16±2
thick disk model 1 200-400 pc	21±8	-0.58±0.02	0.27±0.02	-70±10	78±14	59±5	41±7
thick disk model 1 400-800 pc	24±5	-0.71±0.03	0.32±0.02	-97±3	73±6	73±11	50±4
thick disk model 2 200-400 pc	19±7	-0.50±0.10	0.30±0.05	-67±9	56±11	44±7	29±3
thick disk model 2 400-800 pc	31±3	-0.42±0.07	0.33±0.01	-65±11	70±7	43±7	35±7

**Table 5.** 4D and 3D SEM deconvolution into 2 gaussian components for the observed NGP sample, in 2 bins of distance. The parameters are given with their standard errors.

	%	[Fe/H]	$\sigma_{[\text{Fe}/\text{H}]}$	$V_{\text{lag}}$ km s <sup>-1</sup>	$\sigma_U$ km s <sup>-1</sup>	$\sigma_V$ km s <sup>-1</sup>	$\sigma_W$ km s <sup>-1</sup>
thin disk 200-400 pc 3D	77±7	-	-	-11±2	37±2	17±1	20±1
thin disk 200-400 pc 4D	75±7	-0.16±0.01	0.23±0.03	-11±2	36±2	17±1	19±1
thin disk 400-800 pc 3D	60±6	-	-	-8±3	39±3	19±1	23±2
thin disk 400-800 pc 4D	65±6	-0.19±0.01	0.29±0.02	-20±3	44±3	28±2	19±1
thick disk 200-400 pc 3D	23±4	-	-	-69±5	68±8	33±4	28±3
thick disk 200-400 pc 4D	25±4	-0.27±0.03	0.27±0.02	-65±5	67±7	34±4	28±3
thick disk 400-800 pc 3D	41±5	-	-	-59±4	64±6	34±3	36±3
thick disk 400-800 pc 4D	35±5	-0.42±0.01	0.32±0.02	-44±6	62±6	44±4	42±4

**Table 6.** Adopted parameters for the thin and thick disks from the deconvolution of the NGP sample. The relative densities are given for z=0. The error bars were estimated from the dispersion of the SEM solutions on real and simulated data.

	%	[Fe/H]	$\sigma_{[\text{Fe}/\text{H}]}$	$V_{\text{lag}}$ km s <sup>-1</sup>	$\sigma_U$ km s <sup>-1</sup>	$\sigma_V$ km s <sup>-1</sup>	$\sigma_W$ km s <sup>-1</sup>
thin disk	85±7	-0.17±0.03	0.26±0.03	-12±2	39±2	20±2	20±1
thick disk	15±7	-0.48±0.05	0.32±0.03	-51±5	63±6	39±4	39±4

1999). This population is found to have a flat distribution in the local disk and its origin near the bulge, with an orbital diffusion by a bar, is proposed (Martinet & Raboud 1999). These stars, which do not share the thick disk history, can also explain the lower  $\sigma_W = 28 \pm 3$  km s<sup>-1</sup> found for the thick disk in the nearest bin of distance, instead of  $\sigma_W = 39 \pm 4$  km s<sup>-1</sup> farther from the plane. These considerations led us to adopt as the best parameters for the thick disk the average of the 4D and 3D SEM solutions obtained in the bin 400 – 800 pc. The mean metallicity of  $-0.42$  is probably still overestimated but yet favours the idea of a metal-rich thick disk. Our estimate of the mean metallicity of this population is  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.48 \pm 0.05$ . The adopted parameters of the thick disk are given in Table 6. As mentioned previously, numerous determinations of the kinematical parameters of the thick disk exist in the literature and span a wide range of values. Our determination is also in this range, but on the cooler side with moderate dispersions in V and W, and moderate asymmetric drift. On the contrary,  $\sigma_U = 63 \pm 6$  km s<sup>-1</sup> is significantly higher than most of previous determinations which are often below 50 km s<sup>-1</sup> (e.g. Morrison et al. 1990; Soubiran 1993; Chen 1997; Chiba & Beers 2000).

We conclude that our results favour a dense, flat, metal-rich thick disk with moderate rotational and vertical kinematics, but significant dispersion in radial motions. Our thick disk parameters fit nicely those found by Bell (1996) which also rely on a spectroscopic survey of 570 K giants, but in the rotation and antirotation directions. Similarly to us, he finds a lack of stars with  $[\text{Fe}/\text{H}] < -0.60$ . His sample is better described by a two-component disk model than by a continuous disk. He determines for the thick disk a mean abundance of  $-0.35 \pm 0.06$ , an asymmetric drift of  $-43 \pm 9$  km s<sup>-1</sup>, and a local normalization of  $13 \pm 3\%$ . In terms of formation of the thick disk, the discreteness and absence of a vertical gradient suggest a quick heating of a precursor thin disk. This has to be replaced in a context where a merger is at present the preferred model for the origin of a thick disk in our galaxy and in other galaxies. The moderate parameters that we have determined favour the interpretation that we have observed in the NGP sample the puffed up early thin disk, whereas Gilmore et al. (2002) and Chiba & Beers (2000) have observed the relics of the disrupted satellite in the form of slower rotating metal-poor population. The existence of two components for the thick disk may reconcile the cur-

**Table 7.** For each subsample, orientation in degree of the velocity ellipsoid from a linear regression on the  $(U, V)$  distribution. Errors range from  $3^\circ$  to  $5^\circ$ .

Selection	$[\text{Fe}/\text{H}] < -0.25$	$[\text{Fe}/\text{H}] > -0.25$
$z \geq 400$ pc	$-1.7^\circ$	$5.6^\circ$
$200 \text{ pc} < z \leq 400$ pc	$5.6^\circ$	$13.3^\circ$
$z \leq 125$ pc	$0.3^\circ$	$16.4^\circ$

rent inconsistent determinations of its scale height and normalisation.

## 5. Vertex deviation

The orientation of the velocity ellipsoid is of importance to test the axisymmetry and stationarity of the Galaxy. The vertex deviation, i.e. the inclination of the principal axis with respect to the direction of the Galactic Center is able to reveal distortions in the disk as described in Kuijken & Tremaine (1991). In order to follow the shape of the velocity ellipsoid with distance to the plane, the NGP sample was combined to a local sample constructed out of the Hipparcos catalogue. Its construction is described in Paper II. Briefly, this sample consists of mainly red clump giants, complete up to 125 pc, and corrected from the Lutz-Kelker bias. Radial velocities and metallicities were retrieved from the literature: 526 stars have radial velocities, 192 stars have metallicities from the literature and 111 have metallicities derived from Strömgren photometry. The NGP and local samples have been used to study the variations of the velocity ellipsoid with respect to  $[\text{Fe}/\text{H}]$  and distance to the plane, and were divided into 6 subsamples:  $[\text{Fe}/\text{H}] < -0.25$ ,  $[\text{Fe}/\text{H}] > -0.25$  and  $z \leq 125$  pc,  $200 < z < 400$  pc,  $z > 400$  pc. The vertex deviation is determined by a linear fit in  $(U, V)$  for each subsample. Results are presented in Table 7 and Fig. 6.

A positive vertex deviation (Fig. 6) is seen in the high metallicity sample in the 3 bins of distance, with however a smaller deviation in the highest bin. Kinematical groups are visible in the nearest bin of metal rich stars, suggesting a younger, partially mixed population. If we consider the inclination of the inner part of the ellipsoids, the vertex deviation is found to range between  $\sim 13^\circ$  and  $\sim 25^\circ$ . On the contrary, the low metallicity sample, dominated by thick disk stars, has a vertex deviation near zero. We may also remark that metal rich stars have velocity dispersions and vertex deviation intermediate between old disk and thick disk in the highest bin.

It is well established and recently confirmed from Hipparcos data (Dehnen & Binney 1998; Bienaymé 1999) that the vertex deviation declines from  $25^\circ$  for young stellar populations to near zero for older and kinematically hotter disk populations. This deviation of the vertex orientation has been frequently discussed (Kuijken & Tremaine 1994; Dehnen & Binney 1998; Binney & Merrifield 1998) and may imply either a non-axisymmetric Galaxy or local spiral perturbations or more simply partially mixed

populations. Since the vertex deviation is not constant, the decline suggests that the deviation is caused by a small scale perturbation like a nearby spiral arm or by non-stationarity, the deviation reflecting the recent condition of formation of young stars. From Hipparcos data, Bienaymé (1999) finds that the vertex deviation is compatible with zero ( $5 \pm 5^\circ$ ) for the reddest Hipparcos stars ( $B-V \sim 0.5-0.7$ ), while Dehnen & Binney (1998) obtain a  $10 \pm 5^\circ$  deviation for the same stars. From their respective result, they draw opposite conclusions concerning the axisymmetry or non-axisymmetry of the galactic disk, but we may remark that their measurements agree within  $1\sigma$  error.

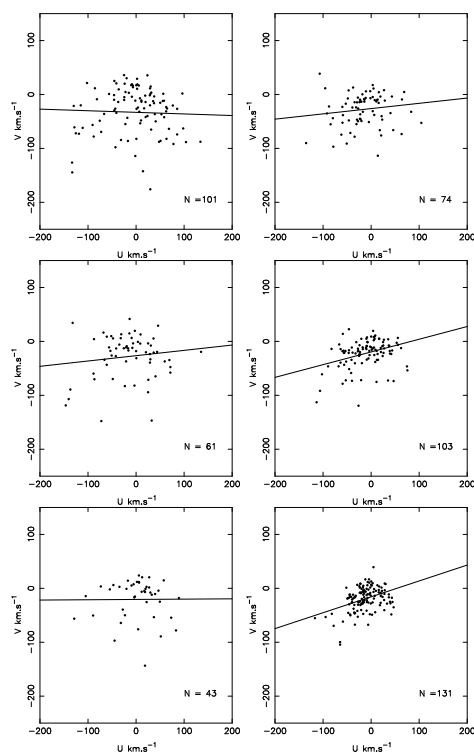
Here we find that the metallicity allows a more drastic separation of populations, and that the oldest and well-mixed population has a null vertex deviation.  $B-V$  colours do not allow to separate very efficiently Hipparcos populations by age and the red Hipparcos stars are a mixture of old and a small proportion of young stars producing a non strictly null vertex deviation. This is clearly established, here, with the Hipparcos sample of giants with known metallicities.

In conclusion the vertex orientation of the oldest stars points towards the galactic center, favouring the hypothesis of an axisymmetric galactic disk (however if the galactic disk is elliptic and the Sun is located on one of the symmetry axis, the vertex will also point towards the Galactic Center).

## 6. Conclusion

We have presented a new sample of nearly 400 stars selected out of the Tycho-2 catalog and observed at high spectral resolution. This sample mainly consists of red clump giants. Their atmospheric parameters ( $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ ,  $[\text{Fe}/\text{H}]$ ) and absolute magnitudes  $M_V$  were estimated with the TGMET software by comparison to a reference library of spectra. The sample was used to investigate the kinematics and metallicity of the stellar disk up to 800 pc from the galactic plane with a typical error of 18% on distances,  $3 \text{ km s}^{-1}$  in  $U$  and  $V$  velocities, and lower than  $1 \text{ km s}^{-1}$  in  $W$ , at the mean distance of the sample (400 pc).

Our colour-magnitude cuts were efficient to select K giants since less than 6% of the sample consists in dwarfs or subgiants. We have observed in the sample a lack of metal-poor stars ( $[\text{Fe}/\text{H}] < -0.65$ ) which is only partially explained by the method used to estimate the metallicities and by the colour cut. Velocity and metallicity distributions were compared to simulations of the Besançon model using 2 models of thick disk: a metal-poor kinematically hot one and another one with parameters closer to the thin disk. The NGP sample is in a better agreement with the moderate thick disk model. Using a non-informative method in the case of a mixture of gaussian populations, we find our sample to be consistent with a superposition of two disks. The first one, associated the thin disk, has  $V_{\text{lag}} = -12 \pm 2 \text{ km s}^{-1}$  with respect to the Sun,  $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (39 \pm 2, 20 \pm 2, 20 \pm 1) \text{ km s}^{-1}$ ,  $[\text{Fe}/\text{H}] = -$



**Fig. 6.**  $(U, V)$  velocity distributions and vertex deviation. *Left:* selection with  $[\text{Fe}/\text{H}] < -0.25$ . *Right:* selection with  $[\text{Fe}/\text{H}] > -0.25$ . *From bottom to top:*  $z < 125$  pc,  $200$  pc  $< z < 400$  pc,  $z > 400$  pc

$0.17 \pm 0.01$ , in agreement with previous studies from local samples. No vertical gradient is observed in the parameters of the thin disk.

The parameters of the thick disk were estimated to be  $V_{\text{lag}} = -51 \pm 5 \text{ km s}^{-1}$ ,  $(\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W) = (63 \pm 6, 39 \pm 4, 39 \pm 4) \text{ km s}^{-1}$ ,  $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.48 \pm 0.05$ . Compared to previous studies, these values are on the hot side for U, but on the cold, metal-rich side for V, W and  $[\text{Fe}/\text{H}]$ . The proportion of thick disk stars is found to be higher than expected with a local normalisation of  $15 \pm 7\%$ . Inconsistent determinations of the thick disk parameters in the recent literature may be reconciled if 2 components are involved. In the context of the formation of the thick disc by a significant merger, we may have observed in the NGP sample the early heated thin disk, whereas other authors may have observed the relics of a shredded satellite.

The vertex deviation of the velocity ellipsoid has been studied with respect to distance above the plane and metallicity. For this task, the NGP sample was completed by a local Hipparcos sample for which metallicity and radial velocities were retrieved from the literature. A null

vertex deviation is found for the low metallicity subsample whereas the high metallicity sample exhibit a positive one. This suggests no strong deviation from axisymmetry of the galactic disk at solar radius.

The next paper of this series will give a new derivation of the mass density in the galactic plane based on these observations combined to the local Hipparcos sample. The sample presented in this paper, together with its Hipparcos counterpart, provides a sample with unprecedented accuracy to study the vertical potential up to 800 pc.

*Acknowledgements.* This research has made use of the SIMBAD and VIZIER databases, operated at CDS, Strasbourg, France. It is based on data from the ESA *Hipparcos* satellite (Hipparcos and Tycho-2 catalogues). We thank A. Robin who provided simulated samples from a new version of the Besançon model before publication.

## References

- Alonso, A., Arribas, S., & Martínez-Roger, C. 1999a, *A&AS*, 139, 335  
—, 1999b, *A&AS*, 140, 261  
Alonso, A., Arribas, S., & Martínez-Roger, C. 1996a, *A&AS*, 117, 227  
—, 1996b, *A&A*, 313, 873  
Baranne, A., Queloz, D., Mayor, M., et al. 1996, *A&AS*, 119, 373  
Bell, D.C. 1996, PhD Thesis, Univ. of Illinois  
Bienaymé, O., 1999, *A&A*, 341, 86  
Binney, J. & Merrifield, M. 1998, *Galactic astronomy*. Princeton, NJ : Princeton University Press, 1998  
Blackwell, D. E. & Lynas-Gray, A. E. 1998, *A&AS*, 129, 505  
Cayrel de Strobel, G., Soubiran, C. & Ralite, N. 2001, *A&A*, 373, 159  
Celex, G. & Diebolt, J. 1986, *Rev. Statistique Appliquée*, 35, 36  
Chen, B. 1997, *ApJ*, 491, 181  
Chiba, M. & Beers, T.C. 2000, *AJ*, 119, 2843  
Crézé, M., Chereul, E., Bienaymé, O., Pichon, C. 1998a, *A&A*, 329, 920  
Crézé, M., Chereul, E., Bienaymé, O., Pichon, C. 1998b, *Proc. of the ESA Symp. "Hipparcos - Venice 97"*, ESA SP-402, 669  
Dehnen, W. 2000, *AJ*, 119, 800  
Dehnen, W. & Binney, J.J. 1998, *MNRAS*, 298, 387  
di Benedetto, G. P. 1998, *A&A*, 339, 858  
ESA. 1997, *The HIPPARCOS and TYCHO catalogues*. (Noordwijk, Netherlands: ESA Publications Division, 1997  
Flynn, C. & Freeman, K. C. 1993, *A&AS*, 97, 835  
Gilmore, G., Wyse, R.F.G., Norris, J.E. 2002, *ApJL* 574  
Girardi, L. & Salaris, M. 2001, *MNRAS*, 323, 109  
Grenon, M. 1999, *Ap&SS* 265, 331  
Høg, E., Fabricius, C., Makarov, V. V., et al. 2000, *A&A*, 355, L27  
Holmberg, J. & Flynn, C. 2000, *MNRAS*, 313, 209

- Johnson, D. R. H. & Soderblom, D. R. 1987, *AJ*, 93, 864
- Katz, D., Soubiran, C., Cayrel, R., Adda, M. & Cautain, R. 1998, *A&A*, 338, 151
- Kuijken K., Gilmore G., 1989, *MNRAS*, 239, 605
- Kuijken, K. & Tremaine, S. 1991, in "Dynamics of disc galaxies", Varberg Castle, Sweden, 71
- Kuijken, K. & Tremaine, S. 1994, *ApJ*, 421, 178
- Majewski, S. R. 1993, *ARA&A*, 31, 575
- Martinet, L. & Raboud, D. 1999, *Ap&SS* 265, 371
- Morrison, H.L., Flynn, C., Freeman K.C. 1990, *AJ*, 100, 1191
- Morel M. & Magnenat P. 1978, *A&AS*, 34, 477
- Norris, J.E. 1999, *Ap&SS* 265, 213
- Ojha, D. K., Bienaymé, O., Robin, A. C., Crézé, M. & Mohan, V. 1996, *A&A*, 311, 456
- Paczynski, B. 1998, *Acta Astronomica*, 48, 405
- Pham, H.-A. 1998, *Proc. of the ESA Symp. "Hipparcos - Venice 97"*, ESA SP-402, 559
- Prugniel, P. & Soubiran, C. 2001, *A&A*, 369, 1048
- Ratnatunga, K.U. & Freeman, K.C. 1989, *ApJ*, 339, 126
- Reid, N. & Majewski, S. R. 1993, *ApJ*, 409, 635
- Reylé, C. & Robin, A. C. 2001, *A&A*, 373, 886
- Robin, A. & Crézé, M. 1986, *A&A*, 157, 71
- Robin, A.C., Reylé, C., Derrière, S., Picaud, S., 2002, *A&A*, submitted.
- Siebert, A., Bienaymé, O. & Soubiran, C. 2002, *A&A*, submitted
- Soubiran, C. 1993, *A&A*, 274, 181
- Soubiran, C. 1999, *Ap&SS* 265, 353
- Soubiran, C., Katz, D. & Cayrel, R. 1998, *A&AS*, 133, 221

## Article 2

Ce papier, publié dans *Astronomy&Astrophysics*, contient l'étude dynamique de l'échantillon présenté dans l'article I de cette série. Dans cet article nous apportons la première estimation de l'échelle de hauteur du potentiel local ainsi qu'une estimation de la densité de surface du disque.



## Vertical distribution of Galactic disk stars:<sup>\*</sup>

### II. The surface mass density in the Galactic plane

A. Siebert<sup>1</sup>, O. Bienaymé<sup>1</sup>, C. Soubiran<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Observatoire Astronomique de Strasbourg, UMR 7550, Université Louis Pasteur, Strasbourg, France

<sup>2</sup> Observatoire Aquitain des Sciences de l'Univers, UMR 5804, 2 rue de l'Observatoire, 33270 Floirac, France

Received November 14, 2002/ Accepted

**Abstract.** High resolution spectra data of red clump stars towards the NGP have been obtained with the high resolution spectrograph Elodie at OHP for Tycho-2 selected stars. Combined with Hipparcos local analogues, we determine both the gravitational force law perpendicular to the Galactic plane, and the total surface mass density and thickness of the Galactic disk. The surface mass density of the Galactic disk within 800 pc derived from this analysis is  $\Sigma$  ( $|z| < 800$  pc) =  $76$   $M_{\odot} \text{pc}^{-2}$  and, removing the dark halo contribution, the total disk mass density is  $\Sigma_0 = 67$   $M_{\odot} \text{pc}^{-2}$  at solar radius. The thickness of the total disk mass distribution is dynamically measured for the first time and is found to be  $390^{+330}_{-120}$  pc in relative agreement with the old stellar disk scaleheight. All dynamical evidences concerning the structure of the disk (its local volume density –i.e. the Oort limit–, its surface density and its thickness) are compatible with our current knowledge of the corresponding stellar disk properties.

**Key words.** Stars: kinematics – Galaxy: disk – Galaxy: fundamental parameters – Galaxy: kinematics and dynamics – Galaxy: structure – solar neighbourhood

#### 1. Introduction

We present a new dynamical determination of the Galactic potential and  $K_z$  force perpendicular to the Galactic plane. We measure the surface mass density of the Galactic disk (i.e. the total amount of disk mass in a column perpendicular to the Galactic plane) and also the thickness of the vertical mass distribution of the disk at the Sun. They are fundamental parameters of the Galaxy, determining the disk contribution to the Galactic potential and to the rotation curve. They also give valuable constraints to the disk properties. The “ $K_z$  problem” is traditional in Galactic dynamics and subsequent derivation of the total mass density  $\rho_0$  (the Oort limit) has a long history beginning with Kapteyn (1922) and Oort (1932). Comprehensive review may be found in Kerr & Lynden-Bell (1986) and in Kuijken (1995). Most recent works may be found in Crézé et al. (1998a) and in Holmberg & Flynn (2000) and references within. They favor a low Oort limit  $\rho(z=0) = 0.076\text{--}0.10$   $M_{\odot} \text{pc}^{-3}$ . Previous surface mass density determinations (including only disk contribution and removing the local halo contribution) are  $\Sigma_0 = 52 \pm 13$   $M_{\odot} \text{pc}^{-2}$  (Flynn & Fuchs 1994),  $\Sigma_0 = 48 \pm 9$   $M_{\odot} \text{pc}^{-2}$ , (Kuijken and Gilmore 1991).

*Send offprint requests to:* siebert@astro.u-strasbg.fr

<sup>\*</sup> Based on observations taken at the Observatoire de Haute Provence (OHP) (France), operated by the French CNRS.

Here, to investigate the vertical structure and potential of the Galactic disk, we have observed a sample of red clump giants towards the North Galactic Pole with a high resolution spectrograph (Elodie at OHP). Observations and properties of the sample are given in the paper I of this series (Soubiran et al 2002) where we detail the measurements of abundances, absolute magnitudes and radial velocities, and describe the sample properties. Atmospheric parameters and absolute magnitudes of stars have been obtained with the TGMET method (Katz et al. 1998) by comparing the observed spectra to the TGMET library of similar spectra of Hipparcos stars with known characteristics. The method is applied in Paper I (Soubiran et al 2002). The library is built from the ELODIE database described in Prugniel & Soubiran (2001). The main advantage of selecting red clump stars is that their luminosity function is sharply defined in a small magnitude interval minimizing completeness bias (Malmquist or Lutz-Kelker), making more accurate their corrections. This remote sample has been analysed combined to a local sample of similar Hipparcos stars in a sphere of 125 pc around the Sun.

In Sect. 2, we describe the red clump sample definition extracted from the general sample of bright red stars observed at OHP (see Paper I) and the correction for the Lutz-Kelker bias for the associated Hipparcos subsample. The method to determine the potential  $\Phi(z)$  and vertical

force  $K_z$  is classical but calls for some algebra because the NGP samples cover wide solid angles on the sky (Sect. 3). Results are presented in Sect. 4: we confirm with this independent stellar sample previous findings concerning the disk surface mass density and we present the first observational constrain on the total thickness of the mass distribution of the Galactic disk.

## 2. The giant clump samples

Our sample consists of stars selected out of the Tycho-2 catalogue (ESA 1997) and is described in Paper I (Soubiran et al 2002). A selection in  $B-V$  colour has been applied to increase the number of red clump stars with respect to dwarfs, subgiants, RGB and AGB stars. We have chosen the colour interval  $0.9 < B-V < 1.1$  that optimizes the detection of red clump stars. The lower  $B-V$  limit at 0.9 rejects the brightest main sequence stars ( $M_V < 5$ ), some subgiants and also most giants of the blue horizontal branch (the "clump stars" with the lowest metallicities). The upper  $B-V$  limit at 1.1 rejects most of RGB and AGB stars.

The selection criteria maximise the number of clump stars with respect to dwarfs and red giants along the ascending branch but remain a mixture of those three types of objects. Our stellar parameters determination (absolute magnitude) allows to separate red clump stars from dwarfs and from other giant stars. We combine our remote sample with a local Hipparcos sample built with the same criteria based on colours and absolute magnitudes. This procedure is sketched in subsection 2.1. The distance limited sample is built, using the Hipparcos catalog. This sample is affected by the Lutz-Kelker bias, its composition as well as the bias correction are given in subsection 2.2.

### 2.1. The NGP cone samples

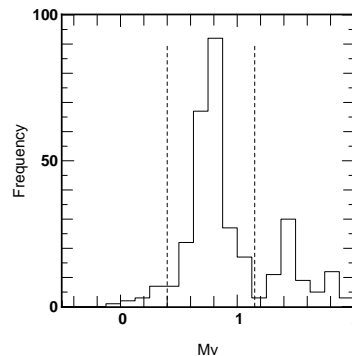
In this study we are interested in the bright stellar population defined by the red clump stars allowing to probe stellar populations far from the mid-plane.

Red clump stars were selected on an absolute magnitude and a colour criteria. Those criteria are defined to maximize the number of stars but within a small absolute magnitude interval. The reason is to minimize *a priori* the Malmquist and/or Lutz-Kelker bias. Moreover, isolating clump stars allows to define a well defined sample in term of stellar evolution. On Fig. 1, red clump stars appear as an overdensity mainly in the  $[M_V, \log g]$  and  $[\log g, T_{\text{eff}}]$  planes enabling us to perform a reliable selection. An absolute magnitude interval is set, using the selection of the overdensity, to retrieve a maximum of red clump stars and a minimum of background stars. The horizontal lines on the two right panels correspond to  $M_V = 0.4$  and  $M_V = 1.15$  which is the best compromise between the total number of red clump stars and the number of background objects in the resulting sample. Circles on the four panels show stars that do not belong to the overdensity (i.e. the red clump), but belong to the color and absolute magni-

tude selection. The number of stars in the sample rises from 221 (overdensity selection) to 232 (absolute magnitude criteria) showing that a small fraction ( $< 5\%$ ) of background stars are included.

The histogram on Fig. 2 draws the presence of the red clump as a narrow peak at  $M_V = 0.8$ . The two vertical lines at  $M_V = 0.4$  and  $1.15$  are our selection interval. Only a few other type of giants contribute to the background.

This sample (two fields towards the NGP) is separated in four subsamples, two distance-complete samples and two magnitude complete samples, one for each field. The resulting number of stars in each subsample is given in Tab. 1, to be compared to the 537 similar stars extracted from the Hipparcos catalogue (next section).



**Fig. 2.** Absolute magnitude histogram of the observed NGP samples. The vertical lines define the selection of the red clump stars around the central peak.

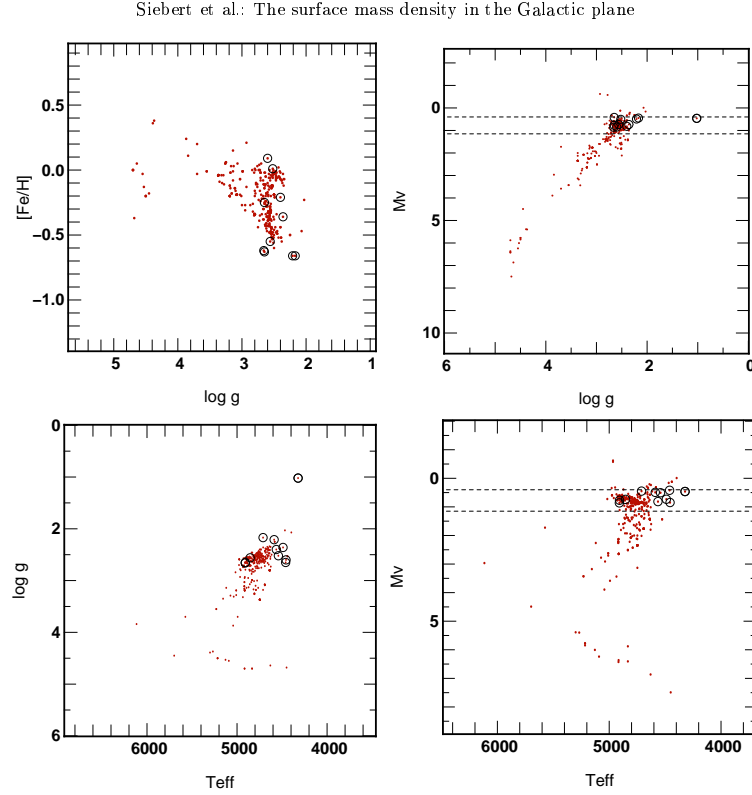
### 2.2. The Hipparcos sphere sample

A local sample of clump giants has been drawn from the Hipparcos catalogue (ESA 1997) which provides  $B$  and  $V$  magnitudes, parallaxes and proper motions. This sample is corrected from the Lutz-Kelker bias using Turon-Lacarrieu & Crézé (1977) method which is outlined in section 2.2.1. The selection criteria used for extracting red clump giants is transposed to the Hipparcos sample in order to ensure the homogeneity of the different samples. The sample was completed with radial velocities from the literature, the full description of its construction is outlined in section 2.2.3.

#### 2.2.1. Lutz-Kelker bias and corrections

Conversion of parallaxes into distances introduces a bias, stars appearing statistically further away than they really are. Since the proposed correction of this bias by Lutz & Kelker (1973), other methods have been proposed (Turon-Lacarrieu & Crézé 1977; Arenou & Luri 1999). To adjust





**Fig. 1.** Properties of the observed stars. Horizontal dashed lines indicate our selection procedure for the red giant clump sample. Circles denote stars belonging to our  $M_V$  selection that are probably not clump stars (see text).

**Table 1.** Description of the north Galactic pole samples

Field	$d_{low}$	$d_{up}$	number of stars	surface (square deg)
Field 1	226	616	85	309.4
Field 2	226	405	49	410.1
Field	$V_{low}$	$V_{up}$	number of stars	surface (square deg)
Field 1	7.2	10.1	128	309.4
Field 2	7.2	9.2	73	410.1

the overall distribution and also the individual values, we use the process of Turon-Lacarrieu & Crézé (1977) that allows us to correct the magnitude bias according to the precise shape of the LF. The same method has been applied by Girardi et al. (1998) to analyse Hipparcos giants. Here we derive the formal correction for distances. The later corrections enable us to define a volume limited sample, free from Lutz-Kelker bias.

Relating the observed absolute magnitude  $M_{obs}$  to the true absolute magnitude  $M_{true}$ , we can write the unbiased estimator of  $M_{true}$  as:

$$\langle M_{obs} + \Delta M \rangle = M_{true},$$

where  $\Delta M$  is the corrective term. It follows that

$$\begin{aligned} \langle \Delta M \rangle &= \langle M_{true} - M_{obs} \rangle \\ &= \frac{\int (M_{true} - M_{obs}) d\mathcal{P}(M_{true}|M_{obs})}{\int d\mathcal{P}(M_{true}|M_{obs})}. \end{aligned} \quad (1)$$

where  $\mathcal{P}(M_{true}|M_{obs})$  is the conditional probability that the absolute magnitude is  $M_{true}$  if the observed one is  $M_{obs}$ . We derive  $d\mathcal{P}(M_{true}|M_{obs})$  which is proportional to  $\mathcal{P}(\pi_{true}|\pi_{obs})d\pi_{true}$  (Turon-Lacarrieu & Crézé 1977).  $\mathcal{P}(\pi_{true}|\pi_{obs})$  is the conditional probability that  $\pi_{obs}$  being the observed value, the real parallax is  $\pi_{true}$ . Under the assumption of gaussian errors on the parallaxes and for a

uniform density of stars, this term is given by

$$\mathcal{P}(\pi_{\text{true}}|\pi_{\text{obs}}) = \frac{\pi_{\text{true}}^{-4} \Phi(M_{\text{true}})}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\pi_{\text{true}}}} \exp \left[ -\frac{(\pi_{\text{obs}} - \pi_{\text{true}})^2}{2\sigma_{\pi_{\text{true}}}^2} \right],$$

where  $\Phi(M_{\text{true}})$  is the luminosity function of the studied tracer population. We assume a gaussian distribution for red clump stars with mean  $\langle M \rangle$  and standard deviation  $\sigma_{RC}$ . Therefore  $\Phi(M)$  writes

$$\Phi(M) = a_0 + a_1 M + a_2 M^2 + \frac{A}{\sqrt{2\pi} \sigma_{RC}} \exp \left[ -\frac{(M - \langle M \rangle)^2}{2\sigma_{RC}^2} \right], \quad (2)$$

where the second order polynomial represents the contribution of other giants.

Calling

$$G_{\pi_{\text{obs}}}(\pi_{\text{true}}) = \frac{\pi_{\text{true}}^{-4} \Phi(M_{\text{true}})}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\pi_{\text{true}}}} \exp \left[ -\frac{(\pi_{\text{obs}} - \pi_{\text{true}})^2}{2\sigma_{\pi_{\text{true}}}^2} \right]$$

$$M_{\text{true}} \approx 5 \log(\pi_{\text{true}}) + m - 5$$

$m$  being the apparent magnitude of the star (noting that we are dominated by errors on the parallaxes and that errors on apparent magnitude are negligible), and

$$(M_{\text{true}} - M_{\text{obs}}) = 5 \log \left( \frac{\pi_{\text{true}}}{\pi_{\text{obs}}} \right)$$

the correction given by Eq. 1 rewrites

$$\langle \Delta M \rangle = \frac{\int_0^\infty G_{\pi_{\text{obs}}}(\pi_{\text{true}}) 5 \log \left( \frac{\pi_{\text{true}}}{\pi_{\text{obs}}} \right) d\pi_{\text{true}}}{\int_0^\infty G_{\pi_{\text{obs}}}(\pi_{\text{true}}) d\pi_{\text{true}}}. \quad (3)$$

Using the same approach, we derive the mean correction to be applied to the distances. This correction is given by

$$\langle \Delta d \rangle = \frac{\int_0^\infty G_{\pi_{\text{obs}}}(\pi_{\text{true}}) \left( \frac{1}{\pi_{\text{true}}} - \frac{1}{\pi_{\text{obs}}} \right) d\pi_{\text{true}}}{\int_0^\infty G_{\pi_{\text{obs}}}(\pi_{\text{true}}) d\pi_{\text{true}}}. \quad (4)$$

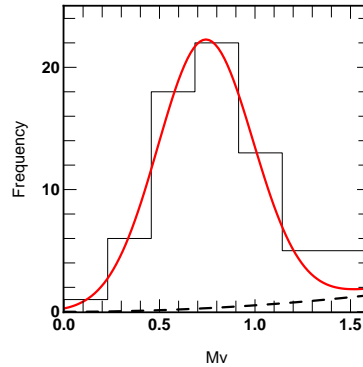
Equations 3 and 4 allows us to correct on a statistical basis the individual values of the distance and absolute magnitude, given the luminosity function of our sample.

### 2.2.2. Red Clump luminosity function

To correct the observed magnitudes from Lutz-Kelker bias, we must determine the luminosity function of the tracer population. This luminosity function is obtained using a nearby sample built out of the Hipparcos catalogue. We select all stars closer than 50 pc (i.e. parallaxes  $> 20$  mas), with absolute magnitudes in the range  $[0.2, 1.3]$  and with  $B - V$  colours in the range  $[0.9, 1.1]$ . This selection gives a distribution that can be considered as unbiased from errors on parallaxes. The observed distribution of absolute magnitudes is therefore close to the true distribution and we estimate it by a least-square fit of the function given by Eq. 2.

Figure 3 shows the result of the least-square fit and the observed distribution. The local clump parameters are

$\langle M_V \rangle = 0.74$ ,  $\sigma_{M_V} = 0.25$  and  $A = 13.61$ . The other giants, modelled by the second order polynomial (best fit parameters  $a_0 \sim 10^{-4}$ ,  $a_1 \sim 10^{-9}$  and  $a_2 = 0.0531$ ) give a contribution to the sample smaller than 2%.



**Fig. 3.** Distribution of absolute magnitudes for the clump stars closer than 50 pc from the sun. The observed distribution has been fitted using Eq. 2 giving  $\langle M_V \rangle = 0.74$  and  $\sigma_{M_V} = 0.25$  for the local clump. The dashed line shows the contribution of field giants to the sample.

### 2.2.3. Construction of the sample

The local sphere sample is built using Hipparcos data where we select all stars with parallaxes larger than 5 mas (i.e. stars closer than 200 pc) in the same colour interval as the two NGP samples.

Then we correct the sample from Lutz-Kelker bias and we compare both corrections, first using the absolute magnitude correction (Eq. 3) and second using the distance correction (Eq. 4). The mean absolute magnitude correction of the sample is  $-0.09$  mag with a standard deviation equal to 0.13 mag, and for the distances the mean correction is  $-5.7$  pc with a standard deviation equal to 23.5 pc. Figure 5 shows the effect of the Lutz-Kelker bias on the luminosity function before and after correction. The continuous line gives the observed distribution in absolute magnitude, whereas the dashed line shows the corrected luminosity function. The sample defined by stars closer than 125 pc (537 stars) was then established using the corrected distances. The consistency has been checked by comparing the distance obtained after correction with Eq. 4 to the distance derived using the absolute magnitude correction. The difference in the two distances being of the order of 0.2 pc for the sample, this ensures us of the reliability of the correction.

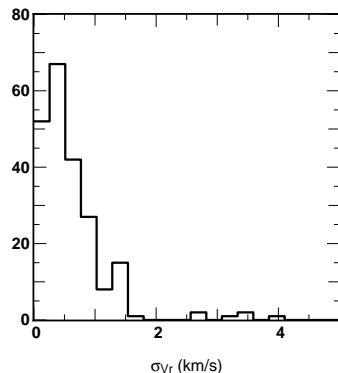
We use the Barbier-Brossat & Figon (2000) catalogue that provides us with the radial velocities. We complete the sample with radial velocities from the Simbad database when measurements are existing. This leads to a nearly complete (98%) sample of 526 stars (out of

**Table 2.** Distribution of the quality index for radial velocity of the stars of our sample in Barbier-Brossat & Figon (2000).

Quality Index	$\sigma_{V_r}$	(km/s)	number of stars
A	$\sigma_{V_r}$	$\leq 2.5$	74
B	$2.5 < \sigma_{V_r}$	$\leq 5.0$	170
C	$5.0 < \sigma_{V_r}$	$\leq 10.0$	23
D	$10.0 \leq \sigma_{V_r}$		8

537 stars). Among those 526 stars, 27 have radial velocities from Simbad whereas 499 have radial velocities from Barbier-Brossat & Figon (2000).

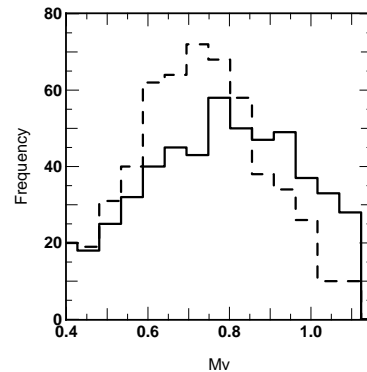
Measurements errors for the radial velocities are given in two distinct ways in Barbier-Brossat & Figon (2000), either a value for  $\sigma_{V_r}$  is given when available (224 stars) or a quality index (A to D) for stars whose radial velocities are obtained from a prism objective survey (275 stars). Figure 4 shows the distribution of errors of the radial velocity for stars with known  $\sigma_{V_r}$  while Tab. 2 gives the distribution of the quality index for the stars with no  $\sigma_{V_r}$ .



**Fig. 4.** Distribution of standard errors for the stars of the Hipparcos sample with given  $\sigma_{V_r}$  in Barbier-Brossat & Figon (2000) (224 stars). 6 stars have errors larger than 5 km/s and are not within the limits of the plot.

### 3. The force perpendicular to the Galactic plane and the disk mass distribution

Our first assumption is that stellar population distributions are in a stationary state with well mixed distribution functions according to coordinate  $z$  (distance from the Galactic plane) and  $w$  (vertical velocity). The second assumption is that the stellar motion separates in vertical and horizontal motions (separable potential), so the distribution function  $f(z, w)$  of a tracer population depends only on the potential of the disk mass and on the kinetic



**Fig. 5.** Observed luminosity distribution (continuous line) versus the Lutz-Kelker bias corrected luminosity distribution (dashed line).

energy of stars. For instance, it may be written as:

$$f(z, w) = \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i(0)}{\sqrt{2\pi}\sigma_{w_i}} \exp\left[-\frac{\Phi(z) + \frac{w^2}{2}}{\sigma_{w_i}^2}\right], \quad (5)$$

where  $N$  is the number of isothermal disks, the  $i^{th}$  population having the vertical velocity dispersion  $\sigma_{w_i}$  and the local density  $\rho_i(0)$ . The vertical density of a stationary population is just:

$$\rho(z) = \sum_{i=1}^N \rho_i(0) \exp[-\Phi(z)/\sigma_{w_i}^2] = \sum_{i=1}^N \rho_i(z). \quad (6)$$

This second assumption is valid as long as the analysed sample covers a restricted range of distances close to the Galactic plane like the bulk of our NGP stars between 162 pc and 870 pc. At higher distances, the potential cannot be considered as separable in  $r$  and  $z$  and the inclination of the velocity ellipsoid must be included in the analysis: see for instance Kuijken and Gilmore (1989) and Statler (1989).

The vertical potential (Kuijken and Gilmore 1989) is written

$$\Phi(z) = 2\pi G(\Sigma_0(\sqrt{z^2 + D^2} - D) + \rho_{\text{eff}}z^2) \quad (7)$$

a 3-parameter ( $D$ ,  $\Sigma_0$ ,  $\rho_{\text{eff}}$ ) representation to study the shape of the vertical potential. Another approach consists in building a stellar disc mass model and in considering that supplementary mass (unidentified mass) is proportional to the disc mass model or to one of its sub-component (see for instance Bahcall (1984); Holmberg & Flynn (2000)).

The total vertical mass distribution is deduced from  $\Phi(z)$  through the Poisson equation and discussed in many papers (von Hoerner (1960); for extensive references see Crézé et al. (1998a); Holmberg & Flynn (2000), they also

discuss the horizontal potential contribution to the dynamical estimate of the disk mass).

We derive the potential parameters as well as the stellar sample distributions (through the  $\rho_i$  and  $\sigma_{w_i}$ ) by using a maximum likelihood method. The maximum likelihood method allows the fit without binning of data. It allows a non-biased estimate of parameters even when the number of objects in bins would be small and the fluctuations are not gaussian and the use of a least square fitting would not be justified. Theoretical bases for this scheme can be found for instance in Kendall & Stuart (1973) or in Eadie et al. (1971).

We set  $f^*(x_i)$  the probability function of observables  $x_i$  whose detailed expression is given below.

The logarithm of the likelihood is then defined as:

$$\log L = \sum_{i=1}^{n^*} \log f^*(x_i), \quad (8)$$

where  $n^*$  is the number of red clump stars in the whole sample. We have separated the fields in subsamples according to distance and/or magnitude completeness. Then each subsample requires a specific treatment and  $f^*$  has a different detailed algebraic expressions. It may be however written as:

$$f^* = \frac{\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3}{\mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2 + \mathcal{N}_3}$$

where the  $\mathcal{M}_i$  are the distribution function in the volume  $V_i$  expressed in the used observable variables, and the  $\mathcal{N}_i$  are their normalizations over each volume  $V_i$ . The  $\mathcal{M}_i$  and  $\mathcal{N}_i$  are explicit in the following subsections according to the type of completeness.

We have determined the model parameters using different observables ( $z, r, b, w, m_v$ , or  $M_V$ ) in order to find the most efficient and accurate way to analyse the samples. Model with a simple limit ( $z$ -distance) have a simple algebra and are easier to develop. Models using supplementary stars ( $r$ -distance or magnitude completeness) would be more accurate, they have also more complicated algebra. We compare the numerical consistency of the various methods and check the most efficient and accurate ones.

Observations are available in three volumes  $\mathbf{V}_k$ , the two cones towards the NGP ( $k = 1, 2$ ) and the local sphere ( $k = 3$ ). The number density of the stars is, according to the dynamical model:

$$dN(x, y, z, w) = \begin{cases} f(z, w) dx dy dz dw \\ 0 & \text{if } (x, y, z, w) \text{ is outside } \mathbf{V}_k \end{cases}$$

or in galactic coordinates:

$$dN(r, l, b, w) = \begin{cases} f(r \sin(b), w) r^2 \cos(b) dr db dl dw \\ 0 & \text{if } (r, l, b, w) \text{ is outside } \mathbf{V}_k \end{cases}$$

Due to the extended angular size of the observed NGP fields, the dependence on Galactic latitude  $b$  cannot be neglected and, by comparison to traditional studies, makes the algebra more tedious.

### 3.1. Local sphere

The sample extracted from Hipparcos data and corrected for Lutz-Kelker bias defines a volume that is complete in distance. This volume  $V_{k=3}$  is a sphere of radius  $R_s = 125$  pc.

The stellar density according to variables  $z$  and  $w$  is modelled as:

$$d\mathcal{N}_3(z, w) = \begin{cases} \int_l \int_b dN = f(z, w) \pi (R_s^2 - z^2) dz dw \\ 0 & \text{if } |z| > R_s \end{cases}$$

We have  $\mathcal{M}_3 = d\mathcal{N}_3/(dz dw)$  and

$$\mathcal{N}_3 = \int_{V_3} dN = \int_z \rho_i(z) \pi (R_s^2 - z^2) dz$$

### 3.2. NGP: completeness in $z$ -distances

We have used the largest cone samples towards the NGP that are complete in  $z$  height above the Galactic plane. For field 1, the volume  $V_1$  is limited in  $z$  between 226 and 391 pc (309.4 square degree field) and for field 2, between 226 and 579 pc (410.1 square degree field).

We have with  $k = 1, 2$ :

$$d\mathcal{N}_k(z, w) = \begin{cases} \left( \int_{b_{\text{low}}}^{b_{\text{up}}} \left[ \frac{1}{2(\sin b)^2} \right] dl \right) f(z, w) z^2 dz dw \\ 0 & \text{outside of the volume } \mathbf{V}_k \end{cases}$$

where  $b_{\text{low}}$  and  $b_{\text{up}}$  are the lower and upper latitude boundaries at fixed longitude. We have  $\mathcal{M}_k = d\mathcal{N}_k/(dz dw)$ , and

$$\mathcal{N}_k = \int_{V_k} dN = \left( \int_{b_{\text{low}}}^{b_{\text{up}}} \left[ \frac{1}{2(\sin b)^2} \right] dl \right) \left( \sum_i \int \rho_i(z) z^2 dz \right)$$

Integrals can be separated since the  $l$  and  $b$  contours do not depend on  $z$ , according to the definition of the subsamples.

### 3.3. NGP: completeness in $r$ -distances

To increase the number of stars used to constrain the model, we define complete volumes in distance from the sun,  $r$ . For volume  $V_1$ ,  $r$  range from 226 to 405 pc and for volume  $V_2$ ,  $r$  range from 226 to 616 pc.

We have with  $k = 1, 2$ :

$$d\mathcal{N}_k(b, r, w) = \begin{cases} \int_l dN = \Delta l(b) f(z, w) r^2 \cos(b) dr db dw \\ 0 & \text{outside of the volume } \mathbf{V}_k \end{cases}$$

we define  $\mathcal{M}_k = d\mathcal{N}_k/(dr db dw)$ , and

$$\mathcal{N}_k = \int_{V_i} d\mathcal{N}_k = \sum_i \int_b \Delta l(b) \int_r \rho_i(z) r^2 \cos(b) dr db$$

In the previous equations, since the distribution function  $f$  is independent of  $l$ , the  $\Delta l(b)$  term, which is the longitude interval at latitude  $b$  of a circular field, has a closed form given by solving  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_c = \cos(\alpha)$ , where  $\alpha$  is the radius of the field,  $\mathbf{r}_c$  the unit vector pointing towards the

center of the field and  $\mathbf{r}$  a unit vector. With  $l_c$  and  $b_c$  the coordinates of the center of the field and  $\alpha$  its radius, we obtain the expression valid for the field 1:

$$\Delta l(b) = 2 \arccos \left( \frac{\cos(\alpha) - \sin(b) \sin(b_c)}{\cos(b) \cos(b_c)} \right).$$

For the field 2,  $\Delta l(b)$  is  $2\pi$  since the field is centred toward the Galactic pole, unless the latitude  $b$  corresponds to the removed area of the Coma Berenices cluster or to the field 1 overlapping region. Since these removed region are circular, we have:

$$\Delta l(b) = 2\pi - \Delta_{coma} l(b) - \Delta_{field1} l(b).$$

### 3.4. NGP: apparent magnitude completeness

Since the NGP samples have been selected by apparent magnitude, it is more efficient, in terms of the number of stars used, to keep this criterion. Modelling the distribution of apparent magnitudes of selected clump stars allows the use of 201 stars from 160 to 870 pc from the Galactic plane.

With  $k = 1, 2$ , we have:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_k &= d\mathcal{N}_k(b, m_v, w) / (db dm_v dw) = \\ &\begin{cases} = \Delta l(b) \int_{r=0}^{\infty} f(r \sin(b), w) \Phi(M_V) r^2 \cos(b) dr \\ \text{or } = 0 \text{ if } m_v \text{ is outside the limits given in Table 1} \end{cases} \end{aligned}$$

where  $\Delta l(b)$  has been previously defined. We have also:

$$\mathcal{N}_k = \sum_i \int_b \Delta l(b) \int_r \int_w \rho_i(r \sin(b)) \Phi(M_V) r^2 \cos(b) dr db dm_v$$

### 3.5. NGP: apparent magnitude completeness (with absolute magnitudes and distances)

We use the same selection criterion in apparent magnitudes, with 200 stars in the range 200–750 pc from the Galactic plane.

Here we model both the distributions of absolute magnitudes and distances expecting a more constraining use of the observables  $M_V$

We have with  $k = 1, 2$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_k &= d\mathcal{N}_k(z, b, w, M_V) / (dr db dw dM_V) = \\ &\begin{cases} = \Delta l(b) f(z, w) \Phi(M_V) r^2 \cos(b) \\ \text{or } = 0 \text{ if } m_v \text{ is outside the limits given in Table 1} \end{cases} \end{aligned}$$

and we have:

$$\mathcal{N}_k = \sum_i \int_b \Delta l(b) \int_r \int_w \rho_i(r \sin(b)) \Phi(M_V) r^2 \cos(b) dr dM_V db$$

## 4. Results

**Modelling.** The modelling of the samples consists in reproducing the distribution of the observed apparent magnitudes, absolute magnitudes, distances and vertical velocities by adjusting the three vertical potential parameters

(the total surface mass density  $\Sigma_0$ , the mass scale height  $D$ , and the halo local effective mass density  $\rho_{\text{eff}}$ ) as well as the stellar density and velocity distributions (through the velocity dispersions and the respective contribution of each isothermal component). Using the four methods previously described, the model parameters are adjusted by a maximum likelihood. The maximum likelihood method avoids bias that would be introduced by a binning of data and by the small size of our samples. As expected, the accuracy is better with methods using more stars and/or more distant stars, while the comparison of methods allows to check their respective robustness. Following discussions are based on the results given by methods number 3 and 4.

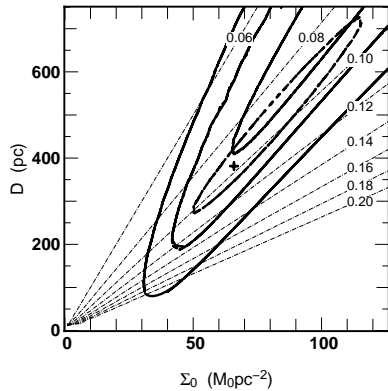
$\rho_{\text{eff}}$ . The parameter  $\rho_{\text{eff}}$  is introduced to model the local contribution of a spherical massive halo. A realistic range for this parameter is 0 to  $0.02 M_{\odot} \text{pc}^{-3}$  (Kuijken and Gilmore 1989). However, this halo contribution to the vertical potential is quadratic in  $z$  (at small  $z$ ) and cannot be clearly distinguished from the disk contribution (the remaining terms in Eq. 7) that is also quadratic for small  $z$ . For these reasons,  $\rho_{\text{eff}}$  is set at  $0.01 M_{\odot} \text{pc}^{-3}$ .

**Adjusted parameters.** The best decomposition of the observed stellar distributions in kinematic components, using methods 3 or 4, is obtained with three isothermal components with densities (22%, 59% and 19%) and respective vertical velocity dispersions  $\sigma_w$  (8.5, 11.4 and 31.4)  $\text{km s}^{-1}$ . A two-component decomposition gives nearly the same likelihood with respective densities (78% and 22%) and vertical velocity dispersions (12.0 and 30.4)  $\text{km s}^{-1}$ . This result can be compared to the kinematic decomposition obtained in paper I (Soubiran et al 2002) using the 3D velocity components and the metallicity.

The maximum of likelihood gives also the following result: with method 3 ( $D, \Sigma_0$ ) = (492 pc,  $72 M_{\odot} \text{pc}^{-2}$ ) and with method 4 ( $D, \Sigma_0$ ) = (1500 pc,  $193 M_{\odot} \text{pc}^{-2}$ ). At a 1- $\sigma$  error level methods 3 and 4 give only a lower limit for  $D$  respectively 227 pc and 400 pc and no upper limit. The  $\Sigma_0$  values are strongly correlated with  $D$  (see Figure 6). We must consider that our sample puts lower limits to ( $D, \Sigma_0$ ) parameters and a sample with higher  $z$ -distances would be needed to put upper limits.

If  $D$  were known independently, the relative accuracy on  $\Sigma_0$  would be 12 %, while considering the seven model parameters (including dispersions and relative density of the two stellar components,  $D$  and  $\Sigma_0$ ), we find a large correlation between the two parameters  $D$  and  $\Sigma_0$ . We may note that we obtain the first direct observational constraint on the thickness of the total disk mass. We also obtain a constraint on the total local mass density  $\rho_{\text{total}}(z=0) = 0.08 \pm 0.01 M_{\odot} \text{pc}^{-3}$  (see below).

**Comment about  $D$ .** In some previous vertical Galactic force determinations, simplifying assumptions have been



**Fig. 6.** 1, 2 and 3- $\sigma$  error contours for  $\Sigma_0$  and  $D$  solutions obtained with method 4 (continuous curves). Using also the recent Oort limit determination  $0.0102 M_{\odot} \text{pc}^{-3}$  from (Holmberg & Flynn 2000) gives better constraints (1- $\sigma$  error level: dashed curve). Dashed-dotted lines show solutions for adopted local mass density  $\rho_{\text{total}}$  values between  $0.06$  to  $0.2 M_{\odot} \text{pc}^{-3}$ .

adopted concerning the exact shape of the vertical mass distribution. For instance, Kuijken and Gilmore (1989) modelled the potential using Eq. 7, but assuming  $D = 180$  pc. They argue that their result is not sensitive to a small change on  $D$  since the majority of their sample ranges beyond 500 pc from the Galactic plane. However since a significant fraction of their sample ranges between 200 and 500 pc, we suspect, that with a drastic change of  $D$  at  $\sim 500$  pc, their data would be fitted with a higher  $\Sigma_0$  value. Other previous determinations of the total surface mass density, based on one parameter models for the potential, could suffer a similar bias.

**Table 3.**  $\Sigma_0$  and  $D$  solutions for the potential within 1- $\sigma$  error and associated total local mass density and column density.

$\Sigma_0$	$M_{\odot} \text{pc}^{-2}$	64.	90.	193.
$D$	pc	400	637	1500
$\rho_{\text{eff}}$	$M_{\odot} \text{pc}^{-3}$	0.01	0.01	0.01
$\rho_{\text{total}}(0)$	$M_{\odot} \text{pc}^{-3}$	0.090	0.081	0.074
$\Sigma(800 \text{ pc})$	$M_{\odot} \text{pc}^{-2}$	73.2	86.4	106.8
$\Sigma(1.1 \text{ kpc})$	$M_{\odot} \text{pc}^{-2}$	82.2	99.9	136.1

Total local mass density  $\rho_{\text{total}}(z=0)$ . A set of  $\Sigma_0$  and  $D$  solutions within 1- $\sigma$  error are given in Table 2 with their corresponding total local mass volume density  $\rho_{\text{total}}(z=0)$  (according to Eq. 7 the local mass density is given by  $\rho_{\text{total}}(z=0) = \Sigma_0/(2D) + \rho_{\text{eff}}$ ). We also give the total mass density within 800 pc from the Galactic plane including the halo contribution parametrized with  $\rho_{\text{eff}}$  (our surface mass density determination applies only up to  $\sim 800$  pc, the limit of our sample). The acceptable range

of values for  $\Sigma_0$  and  $D$  is large, resulting in a wide range of possible mass distributions. This can be seen on the left panel of figure 7 where are plotted the  $K_z$  solutions given in Tab 2 (recall that  $K_z$  is proportional to  $\Sigma(z)$ ).

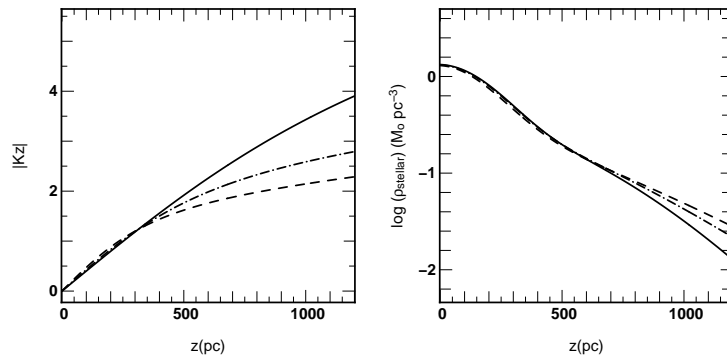
To disentangle the different solutions, we need more observations in the range 750 pc to 1.1 kpc. This is illustrated on the right panel of Fig. 7 by the predicted clump giant density (the observable quantity), where we can see that the solutions quoted in Tab. 3 differ significantly above 750 pc.

We may remark that the total local mass density  $\rho_{\text{total}}(z=0)$  given in Table 2 ranges below  $0.10 M_{\odot} \text{pc}^{-3}$  and is in agreement with recent and independent determinations based on Hipparcos data, compatible with local mass density of known matter.

Additional constraint from  $\rho_{\text{total}}(z=0)$ : the Oort limit. In Table 2, the different solutions differ by their predicted total volume mass density, from 0.07 to  $0.09 M_{\odot} \text{pc}^{-2}$  but remain in agreement with the recent measures of  $\rho_{\text{total}}(z=0)$  based on Hipparcos data (Crézé et al. 1998a,b; Pham 1998; Holmberg & Flynn 2000) ranging from 0.076 to  $0.102 M_{\odot} \text{pc}^{-3}$ .

The data set of clump giants that we have used does not allow to constrain more efficiently the local volume mass density  $\rho_{\text{total}}(z=0)$ . Most of the constraints would come from the local sample within 125 pc, but due to the high velocity dispersions of the red giant stars, their density distribution is nearly uniform within 125 pc and the bending of the vertical density distribution due to the potential cannot be measured significantly. We notice that the analysis of red clump stars in a sphere of 250 pc would help to constrain the local volume density since they have distances measured by Hipparcos but they have no measured or published radial velocities. This would give a new independent determination, however the amplitude of the Lutz-Kelker or Malmquist bias will be large and certainly difficult to model properly.

So we consider the recent results based on Hipparcos data of the local volume mass density  $\rho_{\text{total}}(z=0)$ . Differences on  $\rho_{\text{total}}(z=0)$  between Crézé et al. (1998a) and Holmberg & Flynn (2000) are within 1- $\sigma$  and are explained by Holmberg & Flynn (2000) as due to different assumptions on the exact shape of the potential. Crézé et al. (1998a) assume a quadratic potential close to the Galactic plane while Holmberg & Flynn (2000) suppose that the vertical potential is proportional to a more realistic model of the vertical stellar disk distribution. Admitting this more realistic hypothesis for the shape of the potential, we consider that Hipparcos data gives  $\rho_{\text{total}}(z=0) = 0.102 \pm 0.010 M_{\odot} \text{pc}^{-3}$  (Holmberg & Flynn 2000) and combining this result and our result obtained from distant red clump giants, we deduce stronger constraints on  $\Sigma_0$  and  $D$  (Figure 6: dashed contour draws the 1- $\sigma$  limit). We deduce that the scale height  $D$  is relatively large,  $390^{+390}_{-120}$  pc, as well as the total surface mass density  $\Sigma_0 = 67^{+47}_{-18} M_{\odot} \text{pc}^{-2}$ , and the



**Fig. 7.** Left : vertical force in  $(\text{km/s})^2/\text{pc}$  for the three solutions within  $1-\sigma$  presented in Tab. 2. Right : associated stellar density in  $\log (M_{\odot} \text{pc}^{-3})$ .

mass within 800 pc is  $\Sigma(|z| < 800 \text{ pc}) = 76^{+25}_{-12} M_{\odot} \text{pc}^{-2}$ . The quantity  $\Sigma(|z| < 1100 \text{ pc}) = 85^{+32}_{-13} M_{\odot} \text{pc}^{-2}$  can be directly compared to the result obtained by Kuijken and Gilmore (1991) :  $\Sigma(|z| < 1100 \text{ pc}) = 71 \pm 6 M_{\odot} \text{pc}^{-2}$ . The two results are compatible in the  $1\sigma$  limit but our error bars are very large due to the poor constraint on  $D$ . The agreement between the maximum likelihood solution and the data is shown in figure 8. The NGP sample exhibits an offset of the  $w$  velocity towards more negative values than the expected  $-7 \text{ km/s}$  due to solar motion. This offset is visible at all distances, however its increase with  $z$  is doubtful. We have to consider that a negative offset is a real feature in the data because our  $w$  velocities have an accuracy better than  $1 \text{ km/s}$  due to the contribution of the ELODIE radial velocities by more than 94% in the considered direction. Nevertheless, this offset is not constant and is therefore not accounted for in the modeling. Table 4 shows the mean value of  $w$ , standard deviation and standard error on mean  $W$  for various intervals in  $z$ .

## 5. Discussion

With samples of giants in the solar neighbourhood up to distances of 800 pc toward the NGP, we solve for the vertical Galactic potential and the total disk surface mass density at the solar Galactic position.

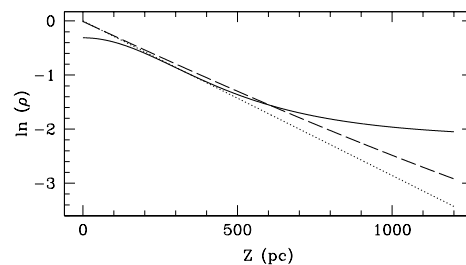
We find a vertical potential  $\Phi(z)$  compatible at high  $z$  ( $\sim 400\text{--}800 \text{ pc}$ ) with previous estimates (Kuijken and Gilmore 1991; Flynn & Fuchs 1994). We are also able to measure for the first time, the thickness of the total disk mass distribution, and find a characteristic height  $D=390 \text{ pc}$  with a  $1-\sigma$  range from 271 pc to 720 pc.

This scale height  $D$  corresponds to a 350 pc scale height of a vertically exponential density law<sup>1</sup> in the range

<sup>1</sup> The validity of exponential density models to represent the vertical structure of the disk is questioned and discussed by Haywood et al. (1997a,b) and he explains some of the system-

atic discrepancy between authors and that at low distances (below 500 pc), a single exponential is inadequate under any reasonable scenario. A practical consequence is that an exponential fitting to star counts is valid only in restricted range of distances and must not be extrapolated to  $z=0$ .

of  $z$ -height 200 to 500 pc. Figure 9 shows also the resulting total mass density from Eq. 7 and the stellar density for two exponential disks (old and thick disks respectively with 350 pc and 750 pc scale heights and a relative density of 15 per cent). This measure of the mass scale height is in agreement with the recent determination of the stellar disk scale height,  $h_z=330 \text{ pc}$ , by Chen et al. (2001) based on SDSS star counts and compatible with lower estimates from star counts (for instance  $260 \pm 50 \text{ pc}$  by Ojha et al. (1996),  $250 \pm 60 \text{ pc}$  by Vallenari et al. (2000) or  $260 \pm 90 \text{ pc}$  by Sohn (2002)). Below  $z=600 \text{ pc}$ , the contribution of the stellar thick disk remains always much smaller than the old disk, and beyond 600 pc its contribution remains smaller than the dark halo (see Figure 9).



**Fig. 9.** Vertical distribution of the volume mass density in the Galactic disk deduced from our dynamical determination (continuous line). A disk vertically exponential with a 350 pc scale height (dotted line), and complemented with a thick disk (scale height 750 pc, and relative density of 15% at  $z=0$ ) (dashed line).

atic discrepancy between authors and that at low distances (below 500 pc), a single exponential is inadequate under any reasonable scenario. A practical consequence is that an exponential fitting to star counts is valid only in restricted range of distances and must not be extrapolated to  $z=0$ .

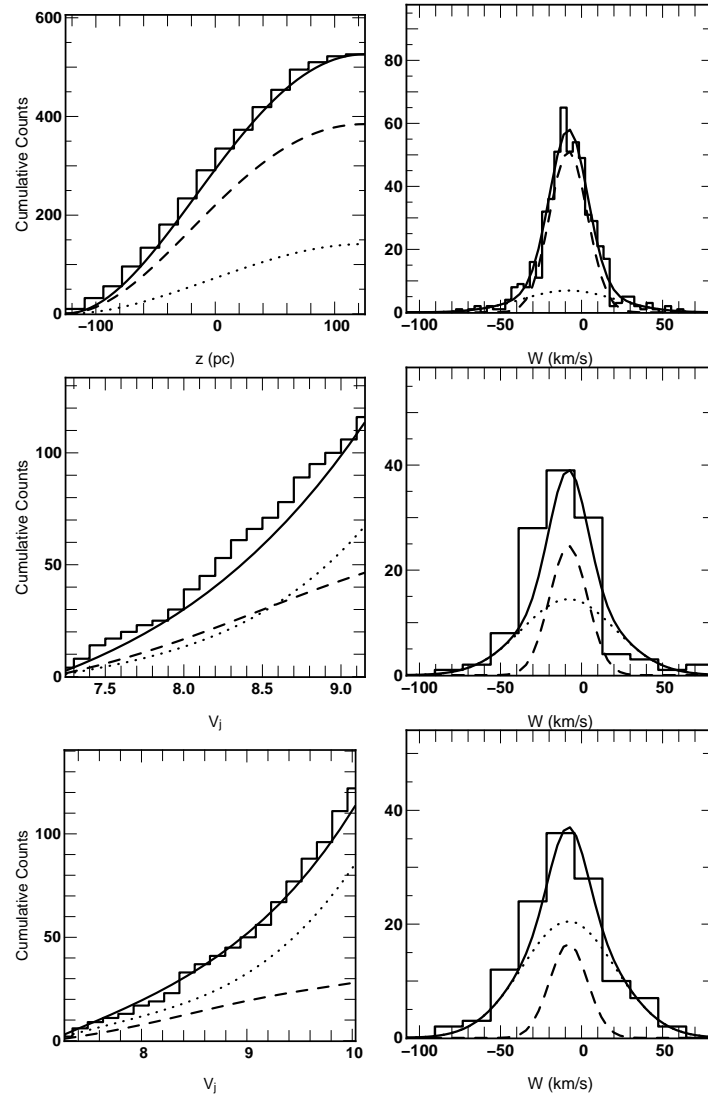


Fig. 8. Predicted counts for our best fit model of the vertical potential (solid line) compared to the observed distribution (histogram). Top : Hipparcos sample. Middle : NGP sample of radius  $15^\circ$ . Bottom : NGP sample of radius  $10^\circ$ . Left : cumulative distribution of  $z$  distance (Hipparcos sample) or  $V_j$  (NGP samples). Right : distribution of vertical velocities. The dashed and dotted lines are the contribution of each isothermal population.

We find for the surface mass density within 800 pc from the Galactic plane a value of  $\Sigma(800 \text{ pc}) = 76 M_\odot \text{pc}^{-2}$  (this value includes the contribution from known or “seen” matter -stellar and gas- and a contribution from a round massive dark halo) and we find for the total disk surface mass density  $\Sigma_0 = 67 M_\odot \text{pc}^{-2}$ . This disk with a round dark halo (with a local density  $\sim 0.01 M_\odot \text{pc}^{-3}$ ) may produce the ob-

served flat rotation curve. Modellings with similar parameters can be found in Kuijken and Gilmore (1991) and Crézé et al. (1998a).

Our  $1-\sigma$  error upper limit allows a maximum  $\Sigma_0 = 114 M_\odot \text{pc}^{-2}$  and a scale height of 720 pc. It is about the upper limit  $\sim 100 M_\odot \text{pc}^{-2}$  putting all the Galactic mass in the disk (maximal disk) and still explaining the



**Table 4.**  $w$  behaviour as a function of  $z$ .

$z$ interval	number of stars	$\langle w \rangle$	standard deviation	mean error
-125 0	252	-7.8	18.4	1.2
0 125	270	-7.9	17.1	1.1
125 250	30	-13.8	11.7	2.1
250 375	46	-12.4	22.5	3.3
375 500	56	-7.7	27.9	3.7
500 625	64	-15.5	26.4	3.3
625 750	52	-9.3	31.6	4.4

observed Galactic rotation curve (Sackett 1997). It would also imply that the dark matter is within a disk of about 1 kpc thickness. Such a flat dark matter has been rejected by some observational evidences: for instance on the basis of the observed coupling in the stellar 3D velocity distribution in the solar neighbourhood (Bienaymé 1999) implying a more or less round dark halo, or also on the non-precessing circular orbit of the Sagittarius tail around our Galaxy (Ibata et al. 2001) implying also that the halo is most likely spherical.

We conclude that the local volume mass density, the surface mass density of the disk are in agreement with our current knowledge of the known volume and surface density from gas and stellar components. Moreover, the thickness of the disk mass density distribution is compatible with the thickness of the stellar old disk.

*Acknowledgements.* This research has made use of the SIMBAD and VIZIER databases, operated at CDS, Strasbourg, France.

This paper is based on data from the ESA *Hipparcos* satellite (*Hipparcos* and *Tycho-II* catalogues).

## References

- Arenou, F. & Luri, X. 1999, in ASP Conf. Ser. 167: Harmonizing Cosmic Distance Scales in a Post-Hipparcos Era, 13–32
- Bahcall, J. N. 1984, ApJ, 276, 156
- Barbier-Brossat, M. & Figon, P. 2000, A&AS, 142, 217
- Bienaymé, O. 1999, A&A, 341, 86
- Chen, B., Stoughton, C., Smith, J. A. et al. 2001, ApJ, 553, 184
- Chabrier, G. 2001, ApJ, 554, 1274
- Chabrier, G. 2002, ApJ, 567, 304
- Crézé, M., Chereul, E., Bienaymé, O., Pichon, C. 1998, A&A, 329, 920
- Crézé, M., Chereul, E., Bienaymé, O., Pichon, C. 1998, Proc. of the ESA Symp. “Hipparcos - Venice 97”, ESA SP-402, 669
- Eadie, W.T., Drijard, D., James, F.E., Roos, M., & Sadoulet, B. 1971, Statistical Methods in Experimental Physics, Ch. 8, North Holland (Amsterdam)
- ESA 1997, The Hipparcos and Tycho Catalogues, (Noordwijk) Series: ESA-SP 1200
- Flynn, C., Fuchs, B. 1994, MNRAS, 270, 471
- Girardi, L., Groenewegen, M. A. T., Weiss, A., Salaris, M. 1998, MNRAS, 301, 149
- Haywood, M., Robin, A.C., Crézé, M. 1997, A&A, 320, 428
- Haywood, M., Robin, A.C., Crézé, M. 1997, A&A, 320, 440
- Holmberg, J., Flynn, C. 2000 MNRAS, 313, 209
- Ibata, R., Geraint, F., Irwin, M., Totten, E., Quinn, T. 2001 ApJ, 551, 294
- Kapteyn, J.C. 1922, ApJ, 55, 302
- Katz, D., Soubiran, C., Cayrel, R., Adda, M., & Cautain, R. 1998, A&A, 338, 151
- Kendall, M.G., Stuart, A. 1973, The Advanced Theory of Statistics, Vol. 2, Ch. 18, Ed. Griffin (London)
- Kerr, F.J., Lynden-Bell, D. 1986, MNRAS, 221, 1023
- Kuijken, K. 1995, Stellar populations, IAU Symp. 164, 195
- Kuijken K., Gilmore G., 1991, MNRAS, 313, 209
- Kuijken K., Gilmore G., 1989, MNRAS, 239, 605
- Lutz, T. E., Kelker, D. H. 1973, PASP, 85, 573
- Ojha, D.K, Bienaymé, O., Robin, A., Crézé, M., Mohan, V 1996, A&A, 311, 456
- Oort, J.H. 1932, BAN, 6, 249
- Pham, H.-A. 1998, Proc. of the ESA Symp. “Hipparcos - Venice 97”, ESA SP-402, 559
- Prugniel, P. & Soubiran, C. 2001, A&A, 369, 1048
- Soubiran, C., Bienaymé, O., Siebert, A. 2002, A&A, submitted (Paper I)
- Sackett, P. 1997 ApJ, 483, 103
- Sohn, Y-J 2002, Journ. Astr. Sp. Sci. , 19, 19
- Statler, T.S. 1989, ApJ, 344, 217
- Turon-Lacarrrieu, C. & Crézé, M. 1977, A&A, 56, 273
- Vallenari, A., Bertelli, G., Schmidtobreick, L. 2000, A&A, 361, 73
- von Hoerner, S. 1960, Fortschr. Phys., 8, 191



Deuxième partie .

Méthode de détermination de la  
fonction de luminosité locale



# 8

## Introduction

Nous avons vu précédemment que les galaxies sont composées de plusieurs populations stellaires. Chacune peut être définie par son âge ce qui lui confère une métallicité et une dispersion de vitesse moyennes. Ainsi, une population spécifique aura son propre diagramme magnitude absolue-couleur (diagramme de Hertzsprung-Russel ou diagramme HR) et une distribution des vitesses spécifique. Par exemple, un amas globulaire, formé d'étoiles d'âge à peu près identique illustre ces propriétés, et est considéré comme une population unique. La figure 8.1 montre le diagramme couleur-magnitude de l'amas globulaire M3 obtenu par Rood et al. (1999). On peut, à partir de cette figure estimer l'âge et la métallicité moyenne de l'amas en ajustant sur ce diagramme un modèle d'évolution stellaire et en estimant sa distance à partir de la position de la branche horizontale.

La dépendance de la forme du diagramme HR en fonction de l'âge et de la métallicité, d'une population stellaire simple, est représentée dans la figure 8.2. Ces tracés représentent la modélisation dans le diagramme HR de la position des étoiles en fonction de leur masse, les étoiles de masse initiale plus faible ayant également une magnitude absolue plus faible. Les tracés en trait plein montrent trois exemples d'isochrones ayant la même métallicité mais des âges différents ((a) 10 Gyr, (b) 1 Gyr (c) 0.1 Gyr). On voit que la séquence principale (la partie basse du diagramme) est identique pour les trois tracés. Cependant, la position du *turn-off* est modifiée, celui-ci se déplaçant vers les masses plus faibles au fur et à mesure que l'âge augmente. Ainsi, la mesure de la position du *turn-off* dans le diagramme HR est un indicateur de l'âge de la population.

Si dans la même figure on regarde la dépendance en métallicité (cf. les tracés (c)  $Z=0.019$  (d)  $Z=0.008$  (e)  $Z=0.001$ , tous de même âge) la position du *turn-off* reste inchangée. Cependant, la position de la séquence principale se trouve décalée vers

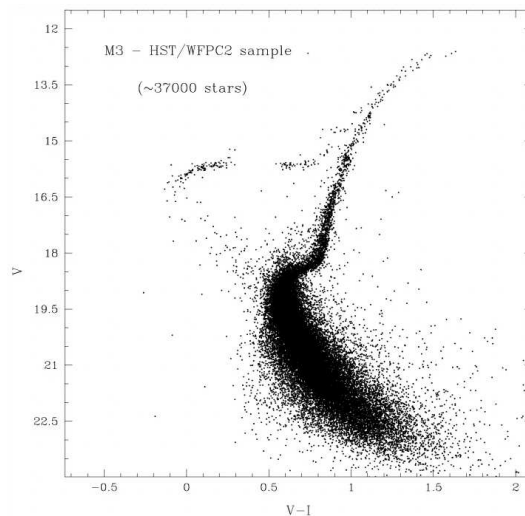


FIG. 8.1.: Diagramme couleur-magnitude de l'amas globulaire M3 (Rood et al. 1999).

la gauche du diagramme (soit vers le bleu) d'autant plus que la métallicité décroît. Ainsi, ajuster un diagramme couleur-magnitude permet de retrouver la métallicité moyenne et l'âge d'une population.

Si dans le cas des amas globulaires, il est aisé de remonter aux propriétés de la population sous-jacente, dans le cas des populations stellaires de la Galaxie le problème n'est pas aussi simple. En effet, dans un amas globulaire, les étoiles sont à peu près toutes à la même distance de l'observateur et la distance peut être estimée à partir de la position de la branche horizontale. Dans le cas des étoiles des populations stellaires de la Galaxie, nous ne connaissons en général pas les distances des étoiles et nous ne mesurons que la magnitude apparente, la couleur et les mouvements propres de ces objets. Or, la magnitude absolue (intrinsèque à l'étoile) dépend de la magnitude apparente et de la distance via

$$m_V - M_V = 5 \log_{10} d - 5 + A_v,$$

où  $m_V$  est la magnitude apparente,  $M_V$  la magnitude absolue,  $d$  la distance de l'étoile en parsecs et  $A_v$  l'extinction par le milieu interstellaire que nous négligerons dans un premier temps.

La figure 8.3 montre la différence entre un diagramme couleur-magnitude utilisant la magnitude absolue et la magnitude apparente à partir d'un échantillon issu du catalogue Hipparcos pour lesquelles la parallaxe est connue avec une précision supérieure à 5% et avec une erreur sur la couleur B-V inférieure à 0.02 magnitudes.

Les deux figures du haut montrent le diagramme HR et couleur-magnitude (apparente) pour l'échantillon Hipparcos. On voit sur la figure de gauche que le diagramme HR Hipparcos est composé de plusieurs populations distinctes. En effet,

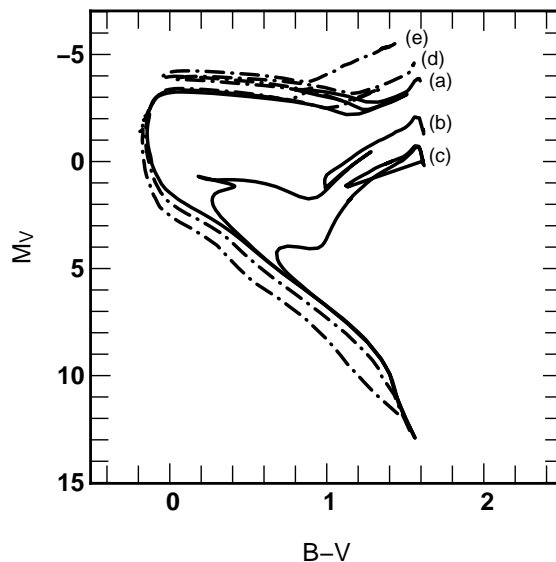


FIG. 8.2.: Influence de l'âge et de la métallicité sur les populations stellaires. Les isochrones (a), (b) et (c) présentent les schémas évolutifs pour une population stellaire de métallicité solaire ( $Z=0.019$ ) pour des populations âgées respectivement de 10 Gyr, 1 Gyr et 0.1 Gyr. Les tracés en gris représentent la variation dans le diagramme HR en fonction de la métallicité pour une population âgée de 0.1 Gyr :  $Z=0.008$  (d) et  $Z=0.001$  (e).

on remarque nettement la présence d'un turn-off autour de la magnitude  $V_j \sim 12$ . Le fait que la séquence principale continue après le turn-off visible montre également la présence d'une population beaucoup plus jeune dominant l'échantillon. Si l'on conserve les mêmes étoiles et que l'on regarde le diagramme couleur-magnitude apparente (figure de droite), la séquence principale se trouve diluée car les étoiles de l'échantillon se trouvent à des distances différentes. On peut néanmoins encore identifier deux populations dans ce diagramme. Cependant, cet échantillon est composé principalement d'étoiles proches car nous avons sélectionné les étoiles ayant une mesure de la parallaxe précise.

En effet, si l'on sélectionne dans le catalogue Hipparcos toutes les étoiles en ne conservant que le critère sur la précision de  $B-V$ , les étoiles lointaines (pour lesquelles la mesure de la parallaxe n'est pas précise) se rajoutent à la sélection. Ces étoiles viennent peupler les parties du diagramme couleur-magnitude se trouvant sous le diagramme des étoiles proches, rendant l'identification du turn-off ou de la séquence principale impossible. Cet effet est montré dans la figure du bas. La chute du nombre d'étoiles à une magnitude inférieure à  $\sim 9$  dans ce diagramme est due à la limite supérieure de complétude du catalogue. En utilisant ainsi toutes les étoiles jusqu'à la limite de complétude, il n'est plus possible de distinguer les différentes populations présentes dans l'échantillon. Ainsi, il n'est plus possible de déterminer leurs caractéristiques moyennes en terme de métallicité et d'âge.

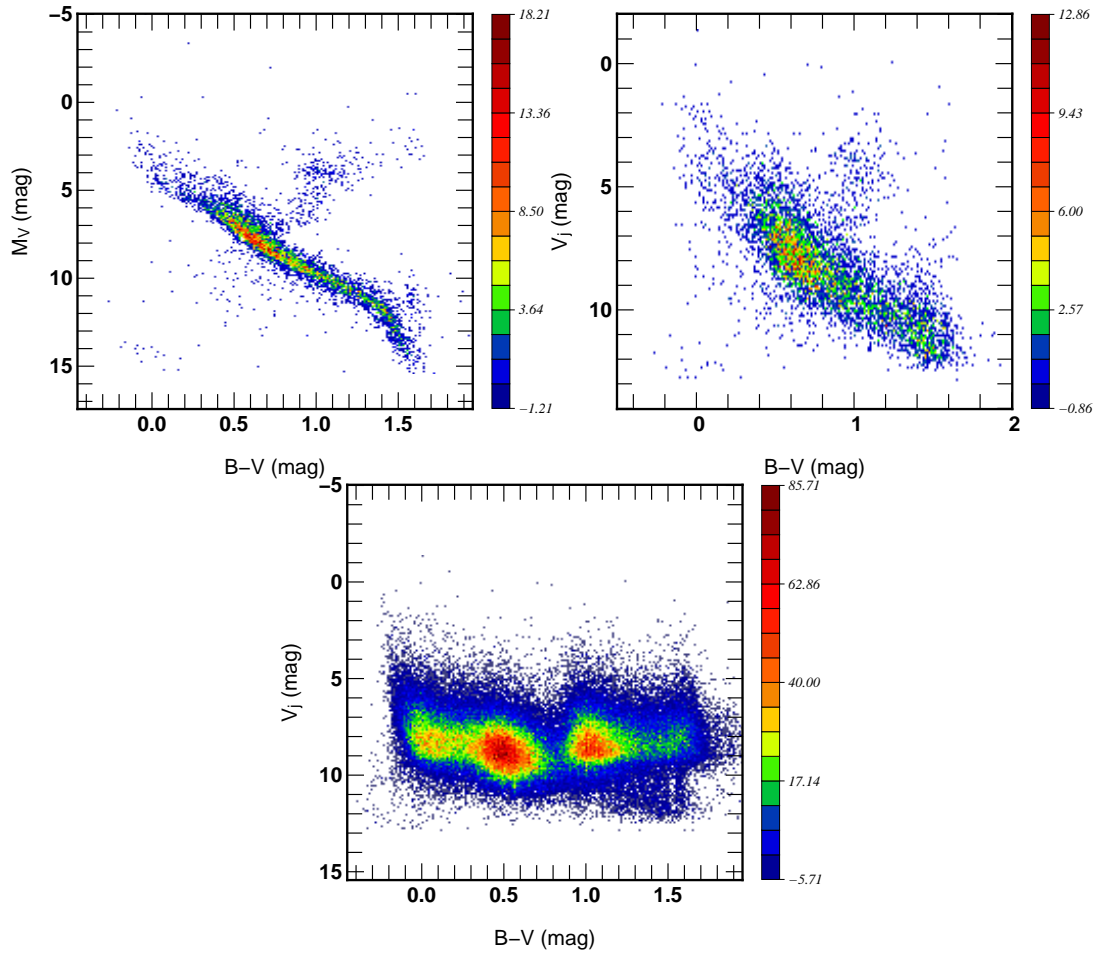


FIG. 8.3.: Figures du haut : Diagramme de Hertzsprung-Russel et diagramme couleurs-magnitudes pour une sélection d'étoiles Hipparcos avec  $\sigma_\pi/\pi < 0.05$  et  $\sigma_{B-V} < 0.02$  mag. Figure du bas : Diagramme couleur-magnitude pour les étoiles Hipparcos avec  $\sigma_{B-V} < 0.02$  mag.



Dans la suite de cette partie, dont le travail a été réalisé en collaboration avec Christophe Pichon et Olivier Bienaymé, nous montrerons qu'il est possible de retrouver le diagramme HR et la fonction de luminosité des populations stellaires, à partir des grands surveys comprenant les mouvements propres. Dans un premier temps, je présenterai au chapitre 9 la méthode employée avant d'introduire la fonction de distribution que nous utilisons au chapitre 10. Ensuite au chapitre 11, je montrerai l'importance d'imposer la positivité de la solution dans la méthode proposée. Au chapitre 12, je montrerai la validation de la méthode sur des pseudo-comptages simulés à partir du modèle dynamique. Enfin, je conclurai sur le travail effectué et sur la poursuite de ce projet.



# 9

## Le problème inverse

### 9.1. L'équation de la statistique stellaire

La compréhension de la structure de la Voie Lactée est principalement basée sur les informations que les astronomes ont pu extraire des comptages d'étoiles dans différentes directions de la Galaxie. Ces comptages sont reliés aux différentes quantités représentant les composantes de notre galaxie via l'équation de la statistique stellaire Von Seeliger (1898)

$$A_\lambda(m, x, y, z) = \Phi_\lambda(M)\rho(x, y, z), \quad (9.1)$$

où  $\rho(x, y, z)$  est la loi de densité et  $\Phi_\lambda(M)$  la fonction de luminosité dans la bande  $\lambda$ .  $A_\lambda(m, x, y, z)$  représente les comptages d'étoiles dans cette même bande et plus précisément,  $A_\lambda(m, x, y, z)dm dx dy dz$  est le nombre d'étoiles observées dans l'intervalle de magnitude apparente  $[m, m + dm]$  dans le champ défini par  $[x, x + dx]$ ,  $[y, y + dy]$  et  $[z, z + dz]$ .

Ainsi, si l'on connaît la fonction de luminosité on peut remonter à la loi de densité des différentes populations stellaires constituant notre Galaxie. Les modèles de synthèse de population comme le modèle de Besançon (Robin et al. 2002) ou de Bahcall & Soneira (1980) sont des exemples de ce type de d'études.

L'étude opposée n'est cependant possible que si l'on connaît soit la loi de densité, soit la distance des étoiles observées car la relation entre  $m$  et  $M$  fait intervenir la distance via la loi de Pogson

$$m - M = 5 \log(r) - 5 + A_v(r), \quad (9.2)$$

où  $r$  est la distance en pc entre l'observateur et l'étoile

$$r = \sqrt{(x - x_{\odot})^2 + (y - y_{\odot})^2 + (z - z_{\odot})^2}.$$

## 9.2. Dégénérescence

L'équation de la statistique stellaire sous sa forme générale est, comme nous l'avons vu dans la section précédente, dégénérée. En effet, la relation entre la magnitude apparente d'une étoile et sa magnitude absolue fait intervenir la distance qui n'est pas connue. Ainsi, nous ne pouvons pas obtenir la magnitude absolue par la seule donnée de la magnitude apparente.

Nous allons montrer dans la suite que si l'on utilise la cinématique, cette dégénérescence peut être levée.

### 9.2.1. Cas d'une population stellaire simple.

La quantité cinématique mesurable lorsque l'on ne connaît pas la distance est le mouvement propre qui s'écrit en fonction de la vitesse et de la distance  $\mu \propto v/r$ . Ainsi, si l'on connaît  $\mu$  et la distribution des vitesses  $\mathcal{P}(v)$ , il est possible de fixer une échelle de distance basée sur la probabilité qu'une étoile ait une vitesse  $v$ . La cinématique nous permet de fixer une *échelle statistique de distance*.

Un exemple de ce type d'échelle de distance est donné dans la figure 9.1 où nous avons fait l'hypothèse que la distribution des vitesses était gaussienne de moyenne 12 km/s et de dispersion 5 km/s. Les trois courbes représentent trois étoiles dont les mouvements propres sont respectivement 2, 1 et 0.1 mas/yr. Nous voyons sur cette figure que l'étoile dont le mouvement propre est de 2 mas/yr a une probabilité de présence significative entre 0 et 5 pc avec un maximum à  $\sim 1.2$  pc. D'un autre côté, l'étoile ayant un faible mouvement propre (0.1 mas/yr) a son maximum de probabilité autour de 25 pc. Nous voyons ainsi que l'information provenant de la cinématique permet d'estimer la distance et ainsi d'apporter une information sur la magnitude absolue.

Intégrer l'information provenant de la cinématique dans l'équation de la statistique stellaire 9.1, nécessite le changement de la loi de densité par la fonction de distribution (qui inclut la cinématique)  $f(\mathbf{r}, \mathbf{u})$  où  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{u}$  sont les coordonnées dans l'espace des phases, ici nous utiliserons les coordonnées Galactiques  $(r, \ell, b)$  et les vitesses associées  $(v_{\ell}, v_b, v_r)$ . En incluant la cinématique, cette équation se réécrit

$$\begin{aligned} dN &\equiv A_{\lambda}(L, \mu_{\ell}, \mu_b; l, b) d\mu_{\ell} d\mu_b d\ell \cos b db dL \\ &= \left\{ \int \Phi_{\lambda}[L_0] \left( \int f(\mathbf{r}, \mathbf{u}) du_r \right) r^4 dr \right\} d\mu_{\ell} d\mu_b d\ell \cos b db dL, \end{aligned} \quad (9.3)$$

où  $dN$  représente les comptages observés (i.e. le nombre d'étoiles dans l'intervalle  $[L, L + dL]$  en magnitude,  $[\mu_{\ell}, \mu_{\ell} + d\mu_{\ell}]$  et  $[\mu_b, \mu_b + d\mu_b]$  en mouvements propres),

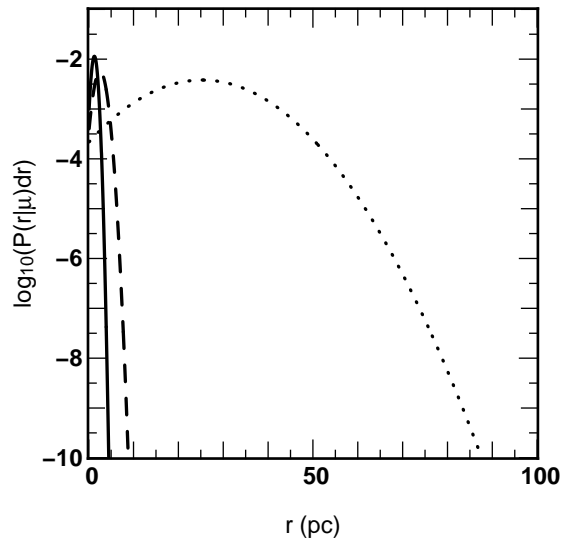


FIG. 9.1.: Illustration de l'échelle de distance fixée par la cinématique. Les trois courbes correspondent aux probabilités de présence le long de la ligne de visée pour trois étoiles dont le mouvement propre est 2, 1 et 0.1 mas/yr (trait plein, tireté et pointillé respectivement) dans le cas d'une distribution gaussienne des vitesses de moyenne 12 km/s et de dispersion 5 km/s.

$\Phi_\lambda[L_0]$  est la fonction de luminosité exprimée en luminosité intrinsèque (i.e.  $L_0 = Lr^2$ ) et  $f(\mathbf{r}, \mathbf{u})$  est la fonction de distribution de la population.

La densité mesurée le long d'une ligne de visée définie par  $\mathbf{r} = (\ell, b, r)$  dans l'angle solide  $d\ell dsin b dr$  est donnée par

$$\rho(r, \ell, b, \mu_\ell, \mu_b) = r^2 \int f(\mathbf{r}, \mathbf{u}) du_r .$$

Celle-ci, intégrée suivant  $\mu_\ell$  et  $\mu_b$ , permet de revenir à l'expression de la densité utilisée dans l'équation 9.1. Ainsi, inclure la cinématique est une généralisation de l'équation de la statistique stellaire et nous permet de lever la dégénérescence de cette dernière.

### 9.2.2. Cas d'une superposition de populations stellaires.

Passer du cas d'une population simple au cas d'une superposition de populations nécessite quelques changements dans l'expression de l'équation 9.3.

En effet, chaque population stellaire possède sa propre fonction de luminosité que nous cherchons à retrouver. Ainsi, la fonction  $\Phi$  n'est plus seulement une fonction de  $L_0$  mais également d'un indice cinématique continu, qui définit la population que nous noterons  $\beta$ .  $\Phi$  s'écrit donc, dans le cas d'une superposition de populations  $\Phi(L_0, \beta)$ .

Ensuite, la fonction de distribution doit dépendre également de la population stellaire considérée. Une manière simple d'exprimer ce fait est d'indicer la fonction de distribution en fonction de  $\beta$ . Celle-ci s'écrit alors  $f_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{u})$  et

$$\rho_\beta(r, \ell, b, \mu_\ell, \mu_b) = r^2 \int f_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{u}) du_r,$$

nous donne la densité de la population stellaire en question le long d'une ligne de visée particulière définie comme précédemment. Avec ces hypothèses, l'équation 9.3 se réécrit dans le cas d'une superposition de populations

$$\begin{aligned} dN &\equiv A_\lambda(L, \mu_\ell, \mu_b; l, b) d\mu_\ell d\mu_b d\ell \cos b db dL \\ &= \left\{ \iint \Phi_\lambda[L_0, \beta] \left( \int f_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{u}) du_r \right) r^4 dr d\beta \right\} d\mu_\ell d\mu_b d\ell \cos b db dL. \end{aligned} \quad (9.4)$$

Dans la suite de cette partie, nous traiterons uniquement le cas de la superposition de populations qui correspond au cas le plus réaliste. Néanmoins, la méthode peut également s'appliquer au cas d'une population simple en enlevant l'intégration sur  $\beta$ .

### 9.3. Méthode de reconstruction de la fonction de luminosité

Afin de reconstruire la fonction de luminosité sous-jacente à l'équation 9.4, nous avons utilisé une méthode non paramétrique au sens où, aucun a priori sur la forme de cette fonction de luminosité n'est fixé. Le problème se résume à chercher la meilleure solution à l'équation 9.4 pour la fonction de luminosité dans le cas où seules des données discrètes et bruitées existent et où l'information a priori est faible. Ce type de méthodes a déjà été utilisé à de nombreuses occasions comme dans Dejonghe (1993), Merritt (1996), Pichon & Thiebaud (1998), Lucy (1994), Fadda et al. (1998) ou encore Vergely (1998).

La fonction de luminosité est une fonction continue. Ainsi, nous devons retrouver sa valeur en chaque point  $L_0$ . Sans perdre en généralité, nous pouvons décomposer la fonction de luminosité sur une base de fonctions  $e(x)$  ce qui s'écrit

$$\Phi(L_0, \beta) = \sum_{q=1}^p \sum_{s=1}^p \Phi_{qs} e_q(L_0) e_s(\beta). \quad (9.5)$$

La décomposition de la fonction de luminosité sur ces bases de fonctions permet de réduire la complexité du problème car nous passons de la détermination d'une fonction en tous points à la détermination des coefficients. Les paramètres à ajuster sont alors les poids  $\Phi_{qs}$  associés à la base de fonctions sur laquelle nous choisissons de décomposer la fonction de luminosité.

Plutôt que d'utiliser les étoiles directement ce qui est très coûteux en temps de calcul, nous faisons le choix de construire un histogramme des données. Notons  $\mathbf{x} = \{\Phi_{qs}\}_{q=1,..,p_1, s=1,..,p_2}$  le vecteur paramètre et

$$\tilde{\mathbf{y}} = \{A_{ijklm} = A(\ell_i, b_j, \mu_{\ell_k}, \mu_{b_l}, L_m)\}_{i=1..n_1, j=1..n_2, k=1..n_3, l=1..n_4, m=1..n_5}$$

les données. Avec ces notations, l'équation 9.4 se réécrit

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{x}, \quad (9.6)$$

où  $\mathbf{a}$  est une matrice  $(n_1, n_2, n_3, n_4, n_5) \times (p_1, p_2)$  dont les éléments sont donnés par la relation suivante

$$a_{i,j,k,l,m,q,s} = \left\{ \iiint e_q(L_m r^2) e_s(\beta) f_\beta(\ell_i, b_j, \mu_{\ell_k}, \mu_{b_l}, r, u_r) r^4 dr du_r d\beta \right\}_{i,j,k,l,m,q,s}. \quad (9.7)$$

$f_\beta$  est comme précédemment la fonction de distribution indiquée sur la cinématique qui dans notre cas est donnée par l'équation 10.1 que nous verrons plus tard.

Dans le cas d'un bruit gaussien, l'écart entre le modèle non paramétrique et les données s'écrit

$$L(\mathbf{x}) \equiv \chi^2(\mathbf{x}) = (\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{a} \cdot \mathbf{x})^\perp \cdot \mathbf{W} \cdot (\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{a} \cdot \mathbf{x}), \quad (9.8)$$

où la matrice  $\mathbf{W}$  est l'inverse de la matrice de variance-covariance des données. Dans le cas d'un bruit non corrélé cette matrice est diagonale avec ses éléments diagonaux égaux à l'inverse de la variance des données.

Cependant, la décomposition de la fonction de luminosité donnée par l'équation 9.5 produit plus de paramètres que de contraintes. En effet, chaque paramètre ne décrit la fonction de luminosité que localement et l'information contenue dans les données est partiellement redondante. Le problème inverse 9.8 est dit mal conditionné. Ainsi, le bruit de Poisson présent dans le vecteur contenant les données, introduit par le nombre fini d'étoiles, peut produire des solutions très différentes.

Il faut alors "régulariser" le problème de façon à ne garder dans la solution que les fluctuations réelles de la fonction de luminosité. Parmi toutes les solutions possibles, la solution la plus lisse est choisie, ce qui a pour effet d'éviter la surinterprétation des données.

Dans ce cas, la solution à l'équation 9.6 est alors donnée par le minimum de

$$Q(\mathbf{x}) = L(\mathbf{x}) + \lambda R(\mathbf{x}) \quad (9.9)$$

où  $L(\mathbf{x})$  et  $R(\mathbf{x})$  sont respectivement la mesure de l'écart entre le modèle et les données (cf. équation 9.8) et le terme de régularisation qui est donné par

$$R(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^\perp \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}. \quad (9.10)$$

$\mathbf{K}$  est une matrice définie positive choisie de manière à ce que  $R$  soit non nul quand  $\mathbf{x}$  varie fortement en fonction de ses indices. En pratique  $\mathbf{K}$  est donné par

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_3 \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \mathbf{K}_3 + 2\mathbf{K}_2 \otimes \mathbf{K}_2, \quad (9.11)$$

l'opérateur  $\otimes$  représentant le produit extérieur.  $\mathbf{I}$  est la matrice identité et  $\mathbf{K}_2$  et  $\mathbf{K}_3$  sont définis par

$$\mathbf{K}_2 = \mathbf{D}_2^\perp \cdot \mathbf{D}_2, \quad \mathbf{K}_3 = \mathbf{D}_3^\perp \cdot \mathbf{D}_3.$$

$\mathbf{D}_2$  et  $\mathbf{D}_3$  sont les opérateurs numériques de dérivés secondes (par différences finies) de dimensions respectives  $(p-2) \times p$  et  $(p-3) \times p$ . Ceux-ci s'écrivent

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_2 &= \text{Diag}_2[-1, 2, -1] \equiv \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \\ \mathbf{D}_3 &= \text{Diag}_3[1, -3, 3, -1] \equiv \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 & -1 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & -3 & 3 & -1 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 3 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (9.12)$$

$\mathbf{K}$  correspond à un opérateur quadratique dont le noyau inclue les plans et les paraboloides (ne produit pas de lissage pour ces types d'entrées).  $\mathbf{K}$  est non nul et pénalise ainsi la minimisation de  $Q(\mathbf{x})$  pour les solutions impliquant de fortes variations des paramètres  $\Phi_{kl}$ .

Le paramètre  $\lambda$  introduit à l'équation 9.9 est un multiplicateur de Lagrange qui nous permet de contrôler le niveau de régularisation de la solution. L'introduction de ce paramètre de Lagrange est justifiée par le fait que la minimisation de  $Q(\mathbf{x})$  se fait sous la contrainte que le terme de vraisemblance  $L(\mathbf{x})$  doit être compris dans l'intervalle  $N_{\text{data}} \pm \sqrt{2N_{\text{data}}}$  ( $L(\mathbf{x})$  est le  $\chi^2$  entre le modèle non paramétrique et les données). Le minimum de l'équation

$$Q(\mathbf{x}) = (\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{a} \cdot \mathbf{x})^\perp \cdot \mathbf{W} \cdot (\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{a} \cdot \mathbf{x}) + \lambda \mathbf{x}^\perp \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{x} \quad (9.13)$$

est alors donné par

$$\mathbf{x} = (\mathbf{a}^\perp \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{a} + \lambda \mathbf{K})^{-1} \cdot \mathbf{a}^\perp \cdot \mathbf{W} \cdot \tilde{\mathbf{y}}. \quad (9.14)$$

Ainsi, nous pouvons reconstruire la fonction de luminosité indexée par la cinématique à partir de comptages d'étoiles incluant les mouvements propres. On notera que le modèle 9.6 est linéaire de même que 9.14. Cependant, la solution donnée pour la fonction de luminosité peut être négative localement. Ce résultat n'est pas physique mais une contrainte imposant la positivité de la solution peut être ajoutée



au modèle. Dans le cas où la positivité est imposée à la solution (ceci afin de rester dans un régime physique) le problème n'est en général plus linéaire et des méthodes de minimisation non linéaire de l'équation 9.13 doivent être employées.



# 10

## Fonction de distribution du disque

Le catalogue Tycho-2 nous apporte des données principalement sur le disque de la Galaxie avec les mesures de mouvements propres et de couleur B-V pour plus de 2 millions d'étoiles dans un voisinage de quelques kpc du soleil. Ainsi, en vue d'une première application de la méthode inverse sur ce catalogue, nous avons besoin d'une fonction de distribution qui puisse reproduire les différents aspects du voisinage solaire.

### 10.1. Modèle épicyclique

#### 10.1.1. Modèle de Bienaymé & Séchaud (1997)

Afin de modéliser le disque, nous utilisons une fonction de distribution basée sur le modèle épicyclique et dérivée du modèle proposé par Shu (1969). Cette fonction de distribution a été proposée par Bienaymé & Séchaud (1997). En suivant leur calcul, une fonction de distribution, solution de l'équation de Boltzmann et possédant deux intégrales du mouvement (ici l'énergie et le moment angulaire  $L_z$ ), peut s'écrire

$$f_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = \Theta(L_z) \frac{\Omega \rho_D}{\sqrt{2} \pi^{\frac{3}{2}} \kappa \sigma_R^2 \sigma_z} \exp\left(-\beta \frac{E_R - E_c}{\sigma_R^2} - \beta \frac{E_z}{\sigma_z^2}\right), \quad (10.1)$$

où  $E_R$  et  $E_z$  sont les énergies radiale et verticale de l'orbite considérée,  $E_c$  l'énergie de l'orbite circulaire de moment angulaire  $L_z$  et  $\Theta$  est la fonction de Heaviside :

$$\begin{cases} \Theta(L_z) = 1 & \text{si } L_z > 0 \\ \Theta(L_z) = 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

L'inclusion de la fonction de Heaviside interdit les orbites ayant un moment angulaire négatif (orbites rétrogrades). On notera que cette restriction n'est pas

majeure étant donné que seule une orbite sur mille est rétrograde dans le voisinage solaire.

La partie exponentielle de cette équation définit des tores dans l'espace où les étoiles ont un moment angulaire  $L_z$  et sont en rotation avec une vitesse proche de la vitesse circulaire. Un exemple de ces tores est présenté dans la figure 10.1. Les termes précédant l'exponentielle sont des termes de normalisation et permettent de retrouver une densité moyenne proche de  $\rho_D$  par la superposition de tores ayant des moments angulaires différents.

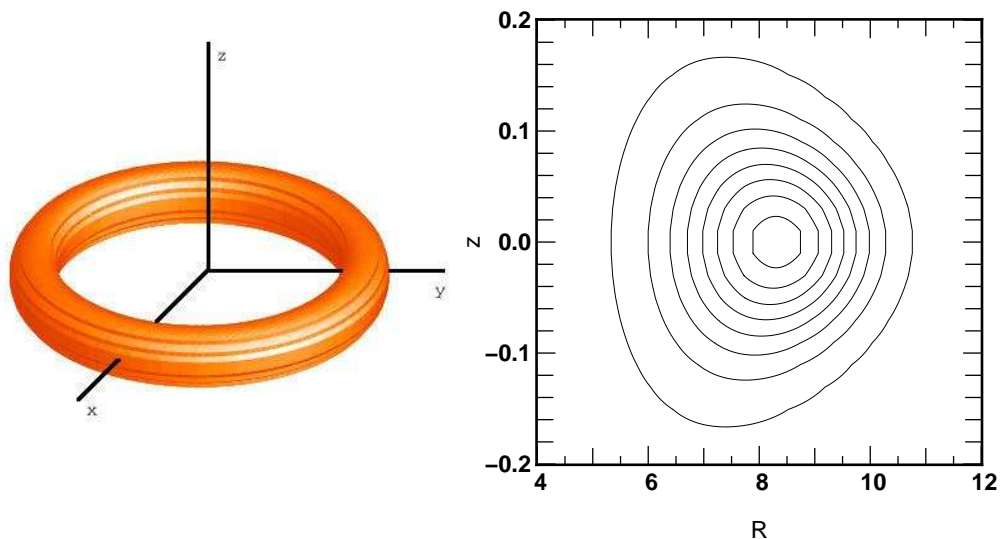


FIG. 10.1.: Figure de gauche : exemple de tore défini par la partie exponentielle de l'équation 10.1. Le centre Galactique se trouve au centre du tore et l'isocontour représente une densité de probabilité constante pour une vitesse fixée. Figure de droite : isocontour de la densité de probabilité pour une section du tore de la figure de gauche. Dans ces deux figures, on suppose que les étoiles ont des vitesses nulles par rapport au LSR. Les paramètres de la fonction de distribution sont donnés dans la table 12.1 et nous avons utilisé  $\beta = 0.2$ .

Dans l'équation 10.1,  $\Omega$  est la vitesse angulaire de rotation,  $\kappa$  la fréquence épicyclique et  $\rho_D$  la densité.  $\sigma_R^2$  et  $\sigma_z^2$  sont les carrés des dispersions de vitesses radiales et verticales et  $\beta$  est l'indice cinématique de la population considérée.  $E_c$  est l'énergie de l'orbite circulaire de moment angulaire  $L_z$ .

Dans le cas d'une courbe de rotation représentée par une loi de puissance  $v_c(R) = R^\alpha$ , le moment angulaire est donné par

$$L_z = R_c V_\phi = R_c^{\alpha+1},$$

où  $R_c$  est le rayon de l'orbite circulaire de moment angulaire  $L_z$  qui est donné par  $R_c = L_z^{\frac{1}{1+\alpha}}$  et qui se réécrit en fonction des valeurs au soleil

$$R_c = L_z^{\frac{1}{\alpha+1}} R_\odot^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} V_\odot^{-\frac{1}{\alpha+1}}. \quad (10.2)$$

$\Omega$  et  $\kappa$  sont reliés par la relation

$$\kappa = 2\Omega \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{d \ln \Omega}{d \ln R} \right)^{\frac{1}{2}},$$

et la dépendance en  $\alpha$  peut être rendue explicite en notant que  $\frac{d \ln \Omega}{d \ln R} = \alpha - 1$  ce qui nous donne

$$\Omega = \frac{\kappa}{\sqrt{2} \alpha + 2}. \quad (10.3)$$

Comme nous voulons reproduire la densité de disques exponentiels, nous utilisons pour point de départ un modèle exponentiel pour  $\rho_D$  qui s'écrit en fonction de  $R_c$

$$\rho_D = \rho_\odot \exp\left(\frac{R_\odot - R_c}{R_\rho}\right). \quad (10.4)$$

On notera que  $\sigma_R$ ,  $\sigma_z$  et  $E_c$  sont également des fonctions du moment angulaire  $L_z$  via  $R_c$ .  $\sigma_R$ ,  $\sigma_z$  sont fixés dans cette étude de manière à retrouver un profil exponentiel des dispersions de vitesses et sont donnés par

$$\sigma_R^2 = \sigma_{R_\odot}^2 \exp\left(\frac{2R_\odot - 2R_c}{R_{\sigma_R}}\right), \quad \sigma_z^2 = \sigma_{z_\odot}^2 \exp\left(\frac{2R_\odot - 2R_c}{R_{\sigma_z}}\right).$$

Enfin, l'énergie de l'orbite circulaire s'écrit en fonction de  $L_z$  et  $\alpha$

$$E_c = \frac{\alpha + 1}{2\alpha} L_z^{\frac{2\alpha}{\alpha+1}} R_\odot^{-\frac{2\alpha}{\alpha+1}} V_\odot^{\frac{2}{\alpha+1}}. \quad (10.5)$$

Pour calculer les énergies radiales et verticales, nous considérons que le potentiel est séparable (les mouvements verticaux sont séparés des mouvements dans le plan). Dans ce cas, on peut écrire, en supposant que le potentiel est axisymétrique,

$$\psi(R, z) = \psi_R(R) + \psi_z(z)$$

où  $\psi_R(R)$  et  $\psi_z(z)$  sont les composantes radiales et verticales. Dans le cas d'une courbe de rotation en loi de puissance, le potentiel radial est donné par (normalisé aux valeurs solaires)

$$\psi_R(R) = \frac{R^{2\alpha} V_\odot^2 R_\odot^{-2\alpha}}{2\alpha}, \quad (10.6)$$

et nous considérons la paramétrisation suivante pour le potentiel vertical

$$\psi_z(z) = \frac{1}{2\pi G} \left( \Sigma_0 \left[ \sqrt{z^2 + D^2} - D \right] + \rho_{\text{eff}} z^2 \right), \quad (10.7)$$

où  $G$  est la constante de gravitation universelle, tandis que  $\Sigma_0$ ,  $\rho_{\text{eff}}$  et  $D$  sont des constantes. La partie verticale du potentiel correspond à la paramétrisation proposée par Kuijken & Gilmore (1989b) et les constantes  $\Sigma_0, \rho_{\text{eff}}$  et  $D$  représentent respectivement la densité de surface du disque, la densité locale du halo et l'échelle de hauteur du potentiel.

Finalement, on remarquera que ce modèle, proposé par Shu en 1969, est basé sur la théorie des mouvements épicycliques et prend en compte les gradients de densité et de dispersion de vitesse. Les différentes caractéristiques de cette fonction de distribution sont montrées dans les figures 10.2 à 10.5.

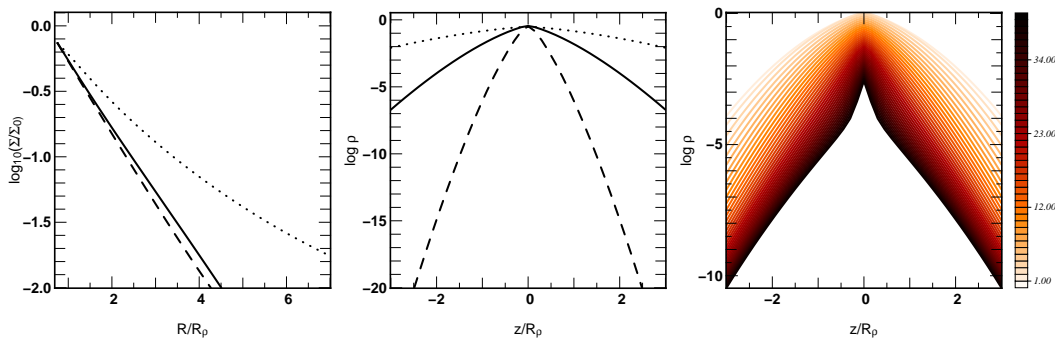


FIG. 10.2.: A gauche : logarithme de la densité de surface normalisée en fonction du rapport  $R/R_\rho$  pour trois valeurs de  $\beta$  (0.5,1.,2.). Au centre : profil vertical de densité à  $4R_\rho$  pour les mêmes valeurs de  $\beta$ . A droite : variation du profil vertical en fonction du rayon, le dégradé en couleur suit la variation de  $R$  entre 0.1 et  $7 R_\rho$  ( la couleur la plus sombre correspond au rayon galactocentrique le plus grand) pour  $\beta = 1$ . Les paramètres du modèle sont donnés dans la table 12.1.

### 10.1.2. Passage en coordonnées galactiques

La fonction de distribution présentée dans le paragraphe précédent est exprimée dans le système de coordonnées cylindriques, centré sur la Galaxie et nous avons besoin pour la comparer aux observables de la transposer dans les coordonnées galactiques  $(\ell, b, r)$  centrées sur le soleil.

Dans le système galactique, le moment angulaire est donné par

$$\begin{aligned} L_z = & r_\odot \cos(b) \sin(\ell) u_r - r_\odot \sin(b) \sin(\ell) u_b - (r \cos(b) - r_\odot \cos(\ell)) u_\ell \\ & + r \cos(b) \cos(\ell) u_\odot + (r_\odot - r \cos(b) \cos(\ell)) v_\odot. \end{aligned} \quad (10.8)$$

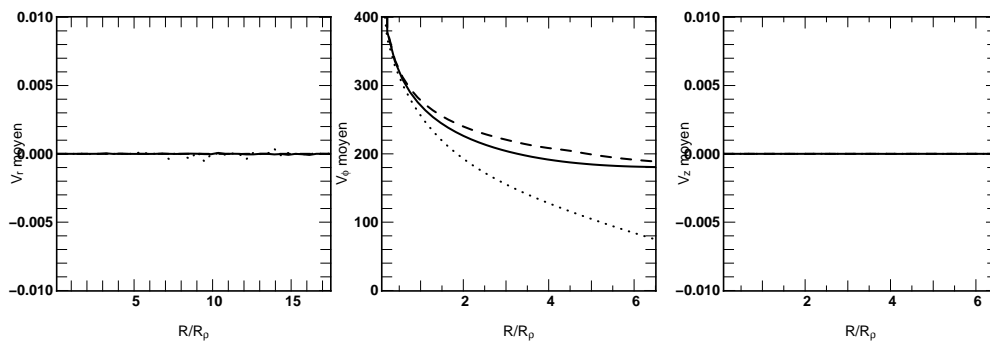


FIG. 10.3.: Vitesses moyennes en fonction du rayon galactocentrique. Les vitesses radiales et verticales moyennes  $\bar{V}_R$  et  $\bar{V}_z$  ont bien une moyenne nulle indépendante du rayon et les vitesses azimutales moyennes  $\bar{V}_\phi$  montrent un courant asymétrique qui diminue en fonction de  $R$ . Les modèles représentés sont identiques aux modèles de la figure 10.2.

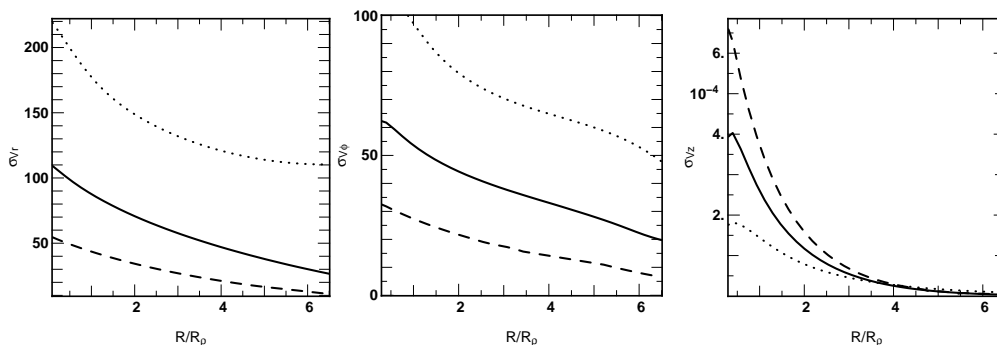


FIG. 10.4.: Dispersions radiales, azimutales et verticales de vitesse en fonction du rayon galactocentrique obtenues pour les modèles de la figure 10.2.

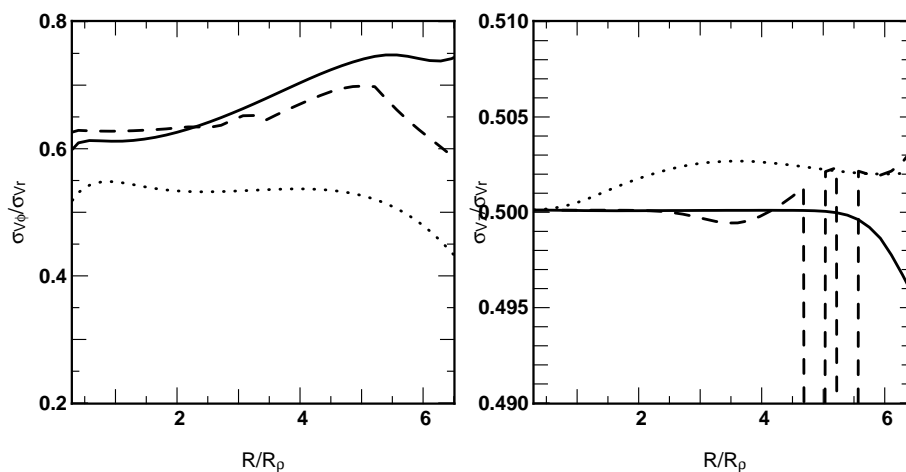


FIG. 10.5.: Rapports des dispersions de vitesses  $\sigma_{V_\phi}/\sigma_{V_R}$  et  $\sigma_{V_z}/\sigma_{V_R}$  en fonction du rayon galactocentrique. Les différents modèles correspondent aux modèles de la figure 10.2.

Les énergies verticales et radiales ( $E_z$  et  $E_R$ ) sont, quant-à elles, définies dans ce système de coordonnées par

$$E_z = \frac{(\sin(b) u_r + \cos(b) u_b + w_\odot)^2}{2} + \psi_z(z), \quad (10.9)$$

$$\begin{aligned} E_R = & \frac{(\cos(b) u_r - \sin(b) u_b)^2 + u_\ell^2 + u_\odot^2 + v_\odot^2}{2} + \psi_R(R) \\ & - \sin(\ell) (u_\ell u_\odot - (\cos(b) u_r - \sin(b) u_b) v_\odot) \\ & + \cos(\ell) ((\cos(b) u_r - \sin(b) u_b) u_\odot + u_\ell v_\odot). \end{aligned} \quad (10.10)$$

Les coordonnées galactocentriques  $R$  et  $z$  sont définies à partir des coordonnées dans le repère galactique par

$$R = \sqrt{r_\odot^2 - 2r_\odot r \cos(b) \cos(\ell) + r^2 \cos(b)^2} \quad \text{et} \quad z = r \sin(b). \quad (10.11)$$

Il faut toutefois noter que l'intégration sur la vitesse radiale  $u_r$  dans l'équation 9.4 doit être effectuée numériquement car toutes les grandeurs  $\rho_0, \Omega, \kappa, \sigma_\parallel, \sigma_z$  sont des fonctions de  $u_r$ .

La figure 10.6 montre la projection sur la sphère de la densité et du maximum du mouvement propre  $\mu_\ell$ . L'asymétrie dans la figure de droite est produite par le mouvement du soleil sur son orbite.

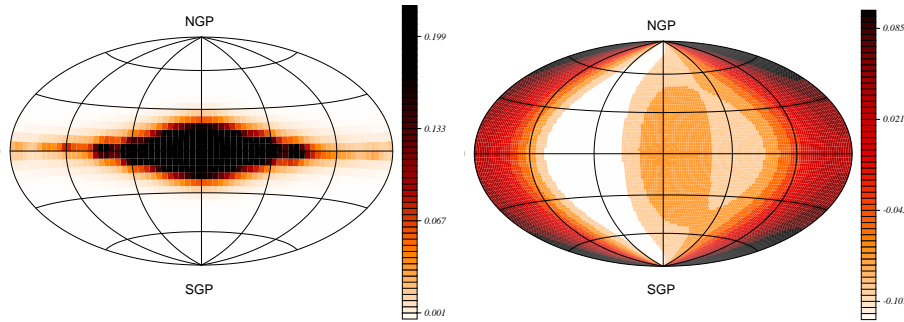


FIG. 10.6.: Densité (figure de gauche) et mouvement propre  $\mu_\ell$  (figure de droite) projetés sur la sphère illustrant les caractéristiques attendues. La figure de droite montre une asymétrie dans la distribution des mouvements propres  $\mu_\ell$  qui est le résultat du mouvement du soleil le long de son orbite autour de la Galaxie.

## 10.2. Validation sur les données locales

Afin de tester la validité de la fonction de distribution pour reproduire les données observées, nous avons utilisé un sous-échantillon issu du catalogue Hipparcos (ESA



1997) qui a été présenté au chapitre 3. Pour en rappeler les principales caractéristiques, cet échantillon est principalement composé d'étoiles géantes du clump dans l'intervalle de couleur  $0.9 < B-V < 1.1$  et  $0.4 < M_V < 1.15$ . Cet échantillon contient 526 étoiles jusqu'à 125 pc avec une mesure de vitesse radiale (complet à 98% par rapport à l'échantillon initial).

Pour comparer les prédictions de la fonction de distribution avec l'échantillon Hipparcos, nous avons utilisé une méthode de type Monte-Carlo pour simuler l'échantillon. La fonction de luminosité utilisée pour la modélisation est donnée par l'équation 3.14 et les paramètres de la fonction de distribution utilisés sont donnés dans la table 12.1. Dans ce modèle, nous ne considérons qu'une seule population (le disque mince vieux étant la population dominante dans cet échantillon) et nous comparons les vitesses dans le trièdre  $[U, V, W]_{LSR}$  où  $V$  est dirigé dans le sens de la rotation Galactique,  $W$  vers le pôle nord Galactique et  $U$  de telle manière à ce que le trièdre soit direct (soit vers le centre Galactique). Les vitesses dans le trièdre  $[U, V, W]_{LSR}$  pour les étoiles de l'échantillon sont calculées à partir de la transformation de Johnson & Soderblom (1987) en rendant le trièdre direct.

La figure 10.7 montre les résultats du test de la fonction de distribution sur l'échantillon Hipparcos pour les distributions des vitesses dans le trièdre. L'ajustement du modèle de la table 12.1 avec les données locales montre un accord satisfaisant qui nous permet de dire que la fonction de distribution peut être appliquée pour une étude d'un catalogue proche. On notera cependant que la fonction de distribution perd sa validité au moment où l'approximation  $\alpha = -0.1$  n'est plus valable.

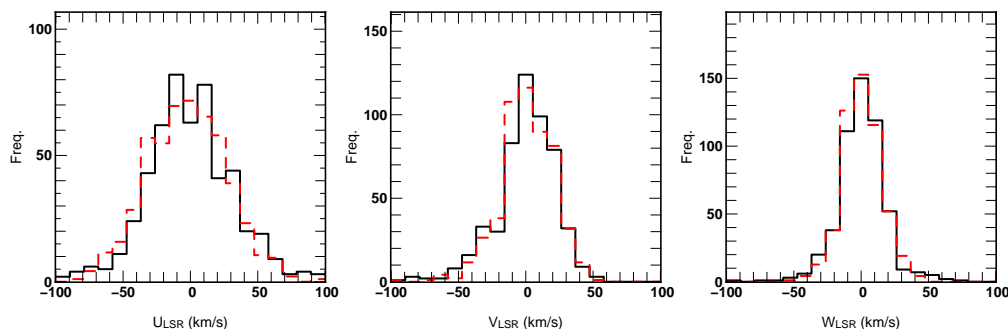


FIG. 10.7.: Comparaison des prédictions du modèle cinématique utilisant la fonction de distribution dérivée du modèle de Shu avec les données locales Hipparcos pour la sphère des 125 pc. En trait plein : données Hipparcos, en trait tireté : comptages modélisés.



# 11

## Positivité et minimisation sous contrainte du problème non-linéaire

Nous avons présenté au chapitre précédent la méthode linéaire qui permet de retrouver la fonction de luminosité sousjacent à un catalogue contenant les magnitudes et les mouvements propres d'étoiles. Néanmoins, dans la limite d'un faible rapport signal sur bruit, la solution donnée par la méthode inverse n'est plus nécessairement physique et la fonction de luminosité reconstruite peut être négative. Nous allons présenter dans ce chapitre l'effet du rapport signal sur bruit (SNR) sur la qualité de la reconstruction ainsi qu'une méthode simple (mais sous optimale) pour imposer la positivité à la solution.

### 11.1. Effet du rapport signal sur bruit

Le rapport signal sur bruit dans les bins a une influence capitale sur la qualité de la reconstruction de la fonction de luminosité. En effet, plus l'histogramme observé est dominé par le bruit de Poisson, plus il est difficile de retrouver les parties de la fonction de luminosité associées à un faible nombre d'étoiles.

La figure 11.1 montre une coupe dans un diagramme luminosité - couleur - indice cinématique contenant deux populations à une couleur donnée. Les quatre pics dans cette figure correspondent aux deux séquences principales et aux deux branches des géantes. La figure 11.2 montre la qualité de la reconstruction en fonction du rapport signal sur bruit dans les données (respectivement 10000, 1000 et 100 du haut vers le bas).

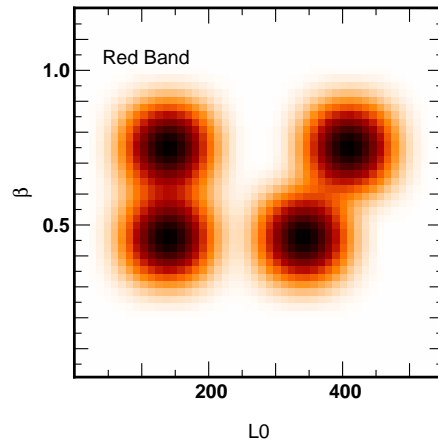


FIG. 11.1.: Diagramme luminosité absolue indice cinématique correspondant à une coupe à une couleur donnée d'un diagramme HR contenant deux populations. Les deux pics à faible luminosité correspondent aux séquences principales des deux populations et les deux pics à forte luminosité correspondent aux branches des géantes. La population la plus jeune est celle ayant l'indice cinématique plus élevé dans cette figure.

A haut rapport signal sur bruit, la méthode permet de retrouver les pics de la fonction de luminosité avec une très bonne précision. L'erreur maximale de reconstruction est inférieure à 2%. Quand le rapport signal sur bruit diminue, les pics deviennent de moins en moins bien définis et l'erreur de reconstruction augmente. A un rapport signal sur bruit de 100, le pic à faible luminosité de la population la plus jeune est perdu, mais le pic correspondant à la branche des géantes pour cette population est devenu plus fort. Cet effet est un artéfact de la méthode qui tente de conserver la normalisation dans le plan  $[L_0, \beta]$ . L'erreur moyenne reste cependant raisonnable avec une valeur inférieure à 10%.

Pour avoir une vue plus précise de la qualité de la reconstruction en fonction du rapport signal sur bruit, la figure 11.3 montre l'évolution de la moyenne de l'erreur de reconstruction d'un pic simple dans la fonction de luminosité en fonction du rapport signal sur bruit. On voit dans cette figure que, en-dessous d'un rapport SNR de 500, l'erreur de reconstruction devient supérieure à 1% et devient supérieure à 10% dans la limite d'un rapport signal sur bruit inférieur à 50. Il faut noter que ce graphique correspond à l'erreur moyenne de reconstruction, dans le cas d'un modèle de même type que celui présenté plus haut. Cette erreur n'est pas constante dans le plan  $[L_0, \beta]$ . Ainsi, nous pouvons perdre un pic ce qui a pour effet de renforcer d'autres structures. L'erreur de reconstruction peut ainsi atteindre 100% dans certaines parties de la fonction de luminosité reconstruite.

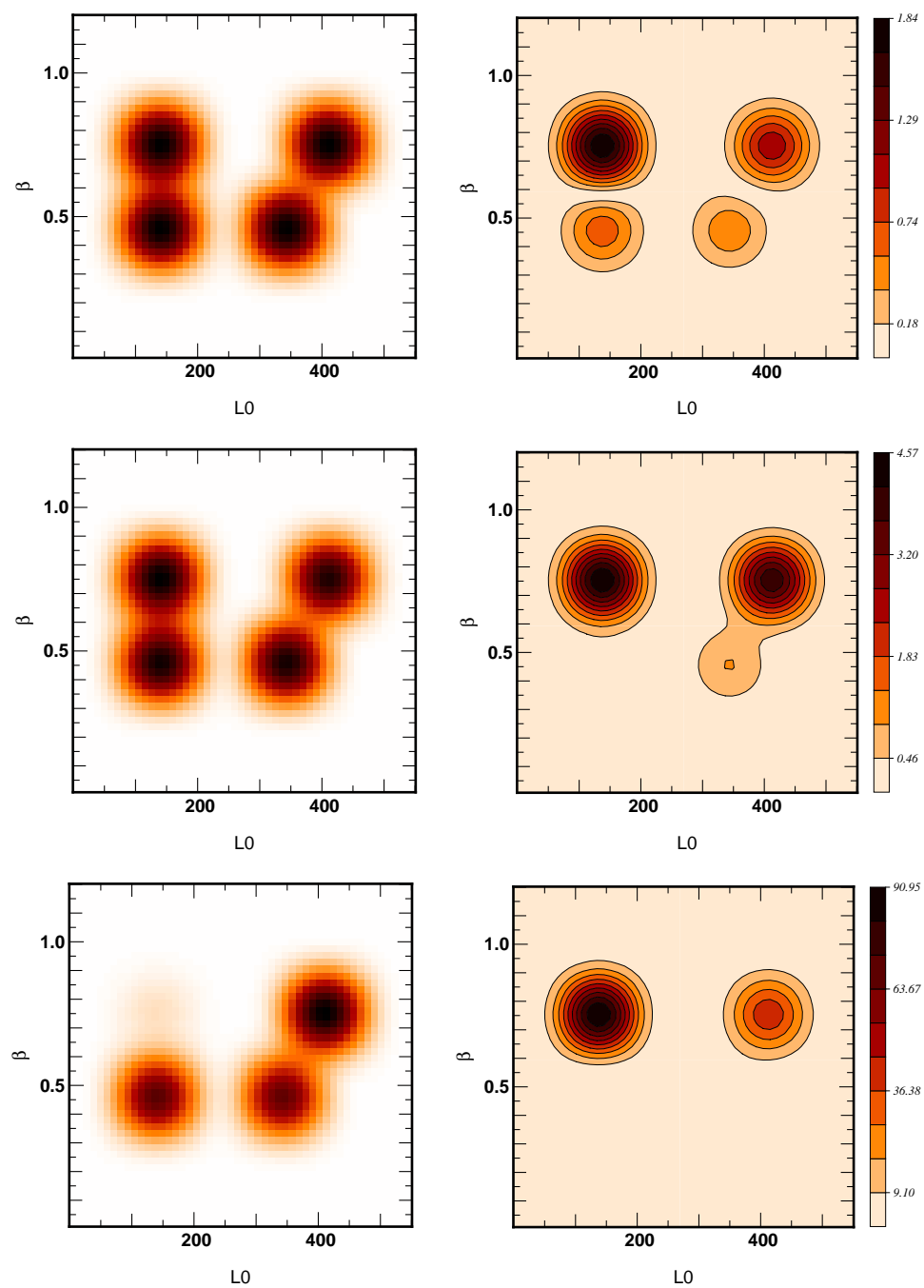


FIG. 11.2.: Reconstruction du modèle figure 11.1 pour différents rapports signal sur bruit (à gauche) et erreur de reconstruction correspondante en % (figures de droite). De haut en bas SNR=10000,1000,100.

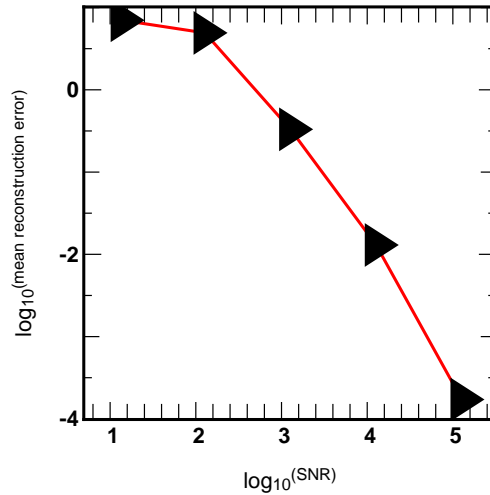


FIG. 11.3.: Influence du rapport signal sur bruit sur la qualité globale de la reconstruction.

## 11.2. Imposer la positivité

Dans la limite d'un haut rapport signal sur bruit, la fonction de luminosité reconstruite est une très bonne approximation de la fonction de luminosité réelle. Cependant, dans la limite d'un rapport signal sur bruit faible où le bruit de Poisson est significatif (ce qui est le cas avec un catalogue comme Tycho-2 Høg et al. (2000)), la fonction de luminosité reconstruite est d'une moins bonne qualité et la méthode converge parfois sur des solutions non physiques où la fonction de luminosité est négative.

Afin d'éviter ces solutions, nous pouvons imposer à l'algorithme la positivité sur la solution reconstruite. Un moyen de contraindre la positivité de la fonction de luminosité est d'imposer que les coefficients de la base de splines, les  $\Phi_{qs}$  de l'équation 9.5, soient tous positifs car la base est elle-même positive. En utilisant la transformation suivante

$$\Phi_{qs} = \Phi_0 \exp(\alpha_{qs}) \quad (11.1)$$

et en inversant pour les paramètres  $\alpha_{qs}$ , on s'assure que les paramètres  $\Phi_{qs}$  soient positifs. Néanmoins, l'inversion sur les paramètres  $\alpha_{qs}$  rend le problème non linéaire.

Afin de retrouver le problème linéaire que nous avons présenté précédemment, nous pouvons utiliser un développement en série de Taylor de l'équation 9.6 ce qui nous donne

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{a} \cdot \Phi_0 + \mathbf{a} \cdot \Phi_0 \cdot \alpha. \quad (11.2)$$

En réécrivant l'équation précédente de manière à ne conserver que le terme dépendant de  $\alpha$  à droite, nous définissons deux nouveaux termes  $\tilde{\mathbf{y}}'$  et  $\mathbf{x}'$

$$\tilde{\mathbf{y}}' = \tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{a} \cdot \Phi_0 = \mathbf{a} \cdot \Phi_0 \cdot \alpha = \mathbf{a} \cdot \mathbf{x}' . \quad (11.3)$$

Ecrite sous cette forme, nous pouvons alors employer la méthode décrite dans la section 9.3 pour retrouver  $\mathbf{x}'$ . L'équation 11.3 nous donne alors la correction  $\Phi_0 \cdot \alpha$  à apporter sur l'a priori  $\Phi_0$  et non plus les coefficients de la base (i.e. les  $\Phi_{qs}$ ).

Afin de rendre la solution plus précise, nous itérons l'équation précédente ce qui nous donne les équations

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{y}}'_{n+1} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{x}'_{n+1} \\ \text{avec } \tilde{\mathbf{y}}'_{n+1} = \tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{a} \cdot \Phi_{n+1} \\ \text{et } \mathbf{x}'_{n+1} = \Phi_n \cdot \alpha_n \end{cases} , \quad (11.4)$$

où les subscripts  $q$  et  $s$  ont été omis pour simplifier l'expression. La fonction de luminosité est alors donnée par

$$\Phi_{n+1} = \Phi_n \exp\left(\frac{\mathbf{x}'_{n+1}}{\Phi_n}\right).$$

En pratique, nous utilisons cependant

$$\Phi_{n+1} = \Phi_n \exp\left(\eta \frac{\mathbf{x}'_{n+1}}{\Phi_n}\right), \quad (11.5)$$

où  $\eta$  est un réel,  $\eta \in [0.1]$ , que l'on modifie au cours des itérations et qui nous permet de contrôler la convergence de l'algorithme. L'algorithme 11.4 et 11.5 est arrêté lorsque

$$\max(|\Phi_{n+1} - \Phi_n|) < \epsilon$$

où  $\epsilon$  est un nombre réel petit qui fixe notre condition de convergence.

On notera que le développement en série de Taylor de l'équation 11.2 n'est valable que pour des coefficients  $\alpha_{qs}$  petits ce qui n'est pas vrai pour les premières itérations si l'a priori est très différent de la solution. Néanmoins, l'algorithme itératif utilisé ne garde pas la mémoire des itérations précédentes (au-delà de l'ordre  $n$  pour l'itération numéro  $n + 1$ ) et l'amplitude des corrections diminue au fil des itérations. Ainsi, au voisinage du critère de convergence, l'expansion en série de Taylor est justifiée.

### 11.3. Impact de la positivité sur la reconstruction

Nous avons présenté dans la section précédente une méthode itérative simple qui permet de résoudre le problème inverse non linéaire. Celle-ci découle de l'ajout de la condition de positivité de la solution et est obtenue à partir de la méthode linéaire présentée à la section 9.3. Afin de tester cette méthode, nous avons comparé les résultats de la méthode linéaire et de la méthode non linéaire dans le cas d'un faible rapport signal sur bruit pour la pseudo fonction de luminosité de la section 11.1. La

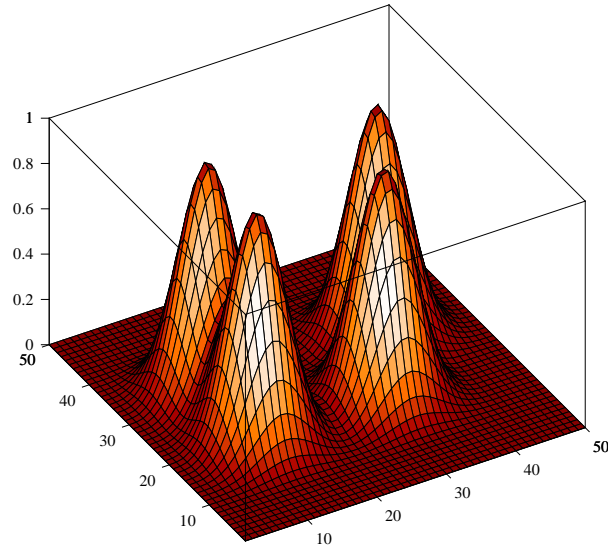


FIG. 11.4.: Modèle de fonction de luminosité à deux populations utilisé pour tester l'effet de la positivité.

figure 11.4 montre la fonction de luminosité dans le plan luminosité absolue - indice cinématique pour la bande rouge présentée plus haut avec la valeur des différents pics représentée sur le troisième axe. La taille du modèle utilisé est de  $10 \times 10$  dans le plan  $[L_0, \beta]$ .

Les figures 11.5 et 11.6 montrent l'impact de la condition de positivité sur la fonction de luminosité reconstruite pour un rapport signal sur bruit de 1000 ainsi que l'erreur de reconstruction.

On remarque plusieurs effets dans ces figures. Dans le cas où la positivité n'est pas imposée à la solution, on retrouve les quatre pics initiaux aux bonnes positions. Cependant, la valeur des pics n'est pas correctement retrouvée avec des erreurs dépassant les 50% (cas du pic à grande luminosité et indice cinématique 1). Des pics secondaires, positifs et négatifs apparaissent dans la solution mais ne sont pas réels. Néanmoins, la normalisation du diagramme  $[L_0, \beta]$  est conservée, c'est à dire

$$\int_{L_0} \int_{\beta} \Phi_{\text{reconstruit}}(L_0, \beta) dL_0 d\beta \approx \int_{L_0} \int_{\beta} \Phi_{\text{model}}(L_0, \beta) dL_0 d\beta .$$

Quand la positivité est imposée à la solution, les erreurs de reconstruction diminuent. La position des pics est correctement retrouvée ainsi que leurs maximums. Aucun pic secondaire n'apparaît dans la solution et la normalisation est également correctement retrouvée. De plus, l'erreur de reconstruction est considérablement diminuée.

On peut donc conclure que :



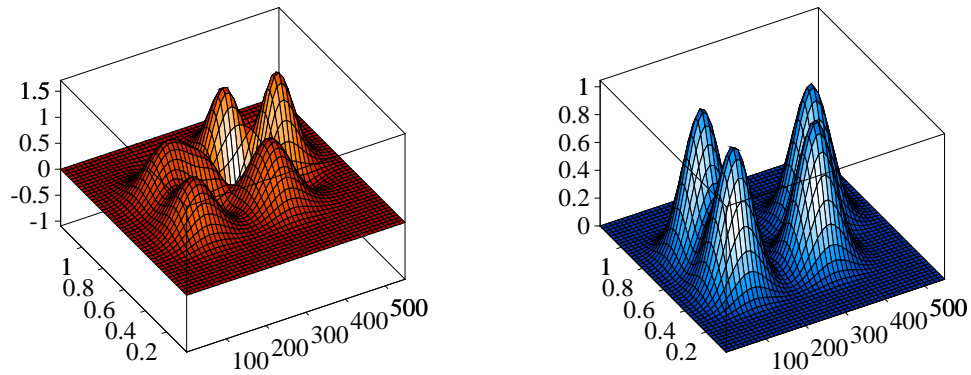


FIG. 11.5.: Effet de la positivité sur la solution reconstruite. À gauche, reconstruction du modèle de la figure 11.4 sans imposer la positivité. À droite, reconstruction du même modèle en imposant la positivité.

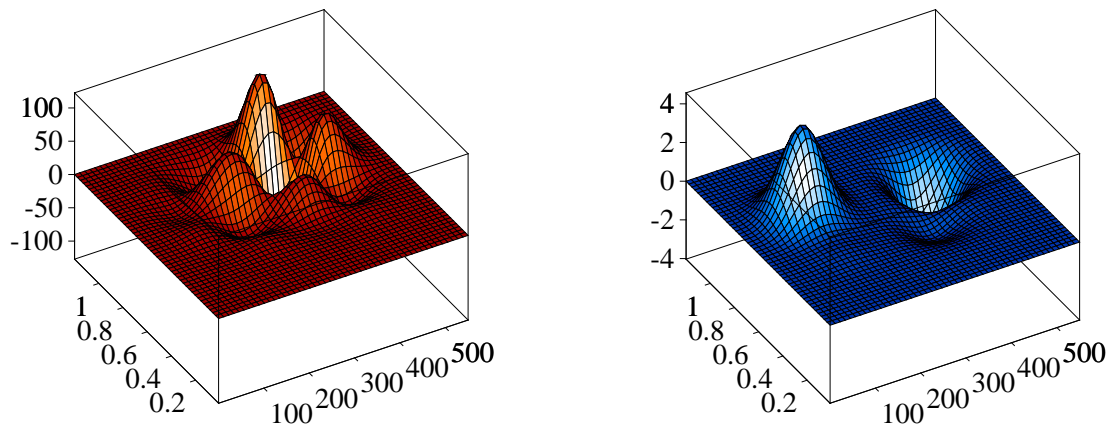


FIG. 11.6.: Erreur en % dans la reconstruction associée avec la figure 11.5. Notez la différence d'échelle entre les deux figures.

- imposer la positivité minimise les artéfacts dans la solution
- imposer la positivité permet de mieux retrouver les valeurs maximales des pics de la fonction de luminosité

En conclusion, la qualité de la reconstruction est très dépendante du rapport signal sur bruit dans l'histogramme observé. De plus, dans la limite d'un faible rapport signal sur bruit, la méthode linéaire peut faire apparaître des solutions qui ne sont pas physiques avec des valeurs négatives dans la fonction de luminosité (ce qui correspondrait à un nombre négatif d'étoiles). Afin d'éviter ces artéfacts, il est possible d'imposer la positivité à la solution ce qui rend le problème non linéaire et nécessite un algorithme itératif afin de retrouver la fonction de luminosité (ce qui est coûteux en terme de temps de calcul). Cependant, imposer la positivité permet de réduire les erreurs de reconstruction et évite l'apparition d'artéfacts dans la reconstruction.

# 12

## Validation de la méthode

Afin de vérifier que la méthode précédente converge correctement vers la fonction de luminosité réelle, il nous faut tester cette dernière. Il est donc nécessaire de simuler des pseudo-comptages que l'on puisse bruitez ainsi qu'une fonction de luminosité réaliste qui permette de reproduire approximativement (dans un premier temps) la densité dans l'espace des observables.

### 12.1. Simulation de pseudo-comptages

Les tests de la méthode ont été effectués sur un modèle comportant 4 populations distinctes de par leur fonction de luminosité et de par leur fonction de luminosité  $\Phi^*(L_0, B - V)$ . Plusieurs solutions sont possibles pour effectuer ces tests. La première, qui semble être la plus directe, est d'utiliser une méthode de Monte-Carlo afin de constituer des pseudo-comptages pour chaque population connaissant sa fonction de luminosité et sa fonction de distribution. Néanmoins, vue la complexité numérique du problème (il y a quatre intégrales emboîtées à calculer pour chaque intervalle en  $\ell$  et  $b$ ) et les problèmes numériques pouvant en résulter, ce type de tests permet plutôt de valider l'intégration numérique du modèle.

Dans un premier temps, nous souhaitons tester la capacité du modèle à reconstruire une fonction de luminosité donnée quels que soient les biais du modèle et la résolution sur la sphère : nous voulons un test qui permette de vérifier que la méthode inverse permet bien de lever la dégénérescence. Pour effectuer ces tests, nous pouvons utiliser directement la matrice  $\mathbf{a}$  définie par l'équation 9.7. Combinée à un jeu de coefficients  $\mathbf{x}$  fixé à l'avance, la matrice  $\mathbf{a}$  permet via l'équation 9.6 de générer un pseudo-histogramme (sans bruit). Cet histogramme sera ensuite bruité avec un bruit de Poisson afin de générer des pseudo-comptages au rapport signal sur bruit

désiré.

Pour déterminer les coefficients  $\mathbf{x}$  (pour un indice  $\beta$  fixé), nous avons utilisé la prescription suivante

$$\Phi_0 \propto L_0^{-\frac{\zeta}{\tau}} \quad (12.1)$$

où  $\tau$  est la pente de la relation masse luminosité fixée ici à 3.2 qui est la valeur pour la séquence principale (Hanseln & Kawaler 1994), et  $\zeta$  est la pente de la fonction de masse initiale pour laquelle nous avons utilisé la valeur proposée par Salpeter (1955). Le facteur de proportionnalité nous permet de fixer le nombre d'étoiles dans la galaxie modèle. Cette relation n'est bien entendu pas correcte pour toutes les régions du diagramme HR, mais notre but est de tester la méthode, ce qui ne nécessite pas une fonction de luminosité parfaitement réaliste. La fonction de luminosité  $\Phi_0$ , qui est gardée constante quel que soit l'indice cinématique, est ensuite dégradée à la résolution choisie de la base de spline.

Le modèle étant dépendant de la fonction de distribution, nous avons utilisé les paramètres de la fonction de Shu obtenus par Bienaimé & Séchaud (1997) dans leur étude du voisinage solaire et les paramètres du potentiel vertical sont ceux de Vergely et al. (2002). Les différents paramètres sont présentés dans le tableau 12.1.

TAB. 12.1.: Paramètres de la fonction de distribution, du potentiel et de la vitesse du soleil utilisés pour les tests de la méthode inverse.

Fonction de distribution	Potentiel	Soleil
$R_\rho = 2.5$ kpc	$D = 240$ pc	$R_\odot = 8.5$ kpc
$R_{\sigma_R} = 10$ kpc	$\Sigma_0 = 48 M_\odot \text{pc}^{-2}$	$V_{LSR} = 220$ km/s
$R_{\sigma_z} = 5$ kpc	$\rho_{eff} = 0.0105 M_\odot \text{pc}^{-3}$	$U_\odot = 9$ km/s
$\sigma_{r_\odot} = 48$ km/s	$\alpha = -0.1$	$V_\odot = 5.2$ km/s
$\sigma_{z_\odot} = 24$ km/s		$W_\odot = 7$ km/s
$\rho_\odot = 0.081 M_\odot \text{pc}^{-3}$		

Nous avons choisi de tester la méthode inverse sur un diagramme HR simulé contenant quatre populations différentes (et dans leur indice cinématique et dans leur diagramme HR) correspondant approximativement à quatre populations d'âges différents. Chaque population détient son propre indice cinématique ainsi que son propre diagramme HR (mais la fonction de luminosité  $\Phi_0$  est la même pour chaque population au facteur de proportionnalité près) dont la construction est sensée reproduire qualitativement l'âge (voir figure 12.1 champ de gauche). La taille du modèle utilisé dans l'espace modèle est  $20 \times 20 \times 4$  (resp. L<sub>0</sub>, B-V, *beta*).

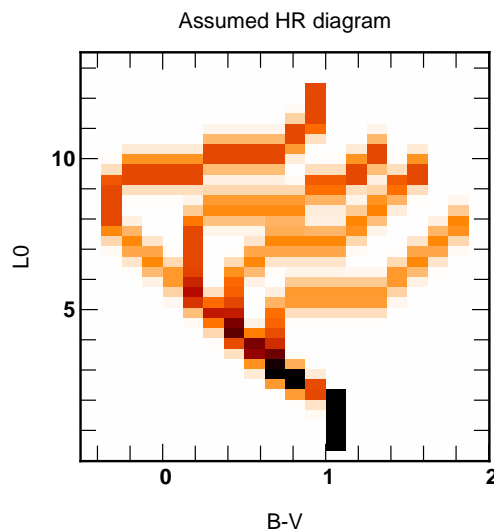


FIG. 12.1.: Diagramme luminosité couleur avec quatre populations d'âge distinct utilisé pour tester la capacité de la méthode inverse à retrouver la fonction de luminosité originale. La discrétisation en B-V provient du fait que la base de splines n'est appliquée qu'aux dimensions  $L_0$  et  $\beta$ . L'inversion est effectuée indépendamment pour chaque intervalle de couleur.

## 12.2. Résultats

La figure 12.2 (figure de gauche) montre la reconstruction du diagramme HR de la figure 12.1 pour un modèle de taille  $36 \times 18 \times 7 \times 7 \times 10 \times 20 \times 20$  correspondant à des bins de  $10^\circ$  en  $\ell$  et  $b$  en utilisant la méthode inverse avec contrainte de positivité. Nous avons utilisé également 10 bins le long de l'axe des indices cinématiques ainsi que 20 bins linéaires pour la luminosité apparente et absolue et 7 bins le long des axes correspondant aux mouvements propres. L'inversion a été effectuée pour chaque intervalle en couleur de la figure 12.1. Le rapport signal sur bruit moyen dans ce diagramme est de 2000 mais varie entre 20 sur la branche des géantes et 70000 au bas de la séquence principale.

La figure de droite montre l'erreur de reconstruction pour les différentes parties du diagramme HR. On peut en déduire que la méthode permet de retrouver correctement les caractéristiques des quatre populations (turnoff, branche des géantes, séquence principale). Cependant, les erreurs ne sont pas homogènes, le bas de la séquence principale est retrouvé avec une précision plus grande que les branches des géantes (mais on note également une dépendance avec l'indice cinématique ou l'âge). Ceci est directement relié au nombre d'étoiles dans les différentes parties du diagramme HR. En effet, le bas de la séquence principale contient beaucoup plus d'étoiles (SNR de 70000) que les branches de géantes (SNR de 20) et donc comme

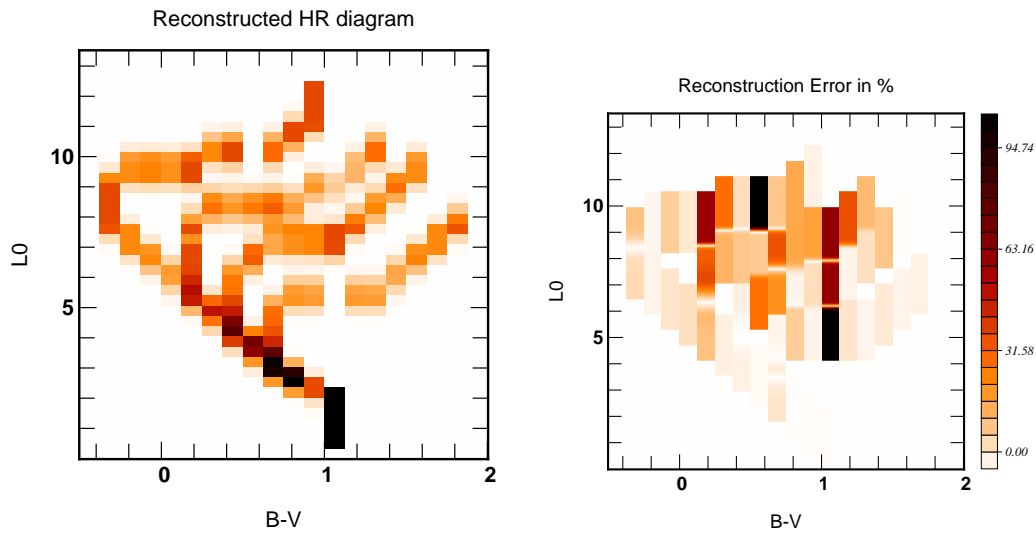


FIG. 12.2.: Reconstruction du diagramme HR de la figure 12.1 par la méthode inverse pour un modèle de taille  $36 \times 18 \times 7 \times 7 \times 10 \times 20 \times 20$  et pour un rapport signal sur bruit moyen de 2000. La figure de droite montre l'erreur de reconstruction en % dans le même diagramme.

nous l'avons montré précédemment (cf. chapitre 11) la qualité de la reconstruction dépend beaucoup du rapport signal sur bruit.

Néanmoins, si l'on regarde la fonction de luminosité intégrée sur les couleurs (cf. figure 12.3) la qualité de reconstruction est nettement améliorée. On notera que la fonction de luminosité reconstruite ne contient aucune structure qui ne soit pas dans la fonction de luminosité originale.

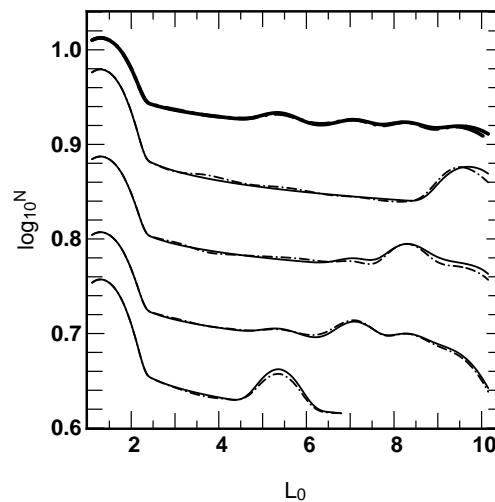


FIG. 12.3.: Fonction de luminosité reconstruite intégrée sur la couleur (trait plein) comparée au modèle (trait tireté).

En conclusion, nous pouvons affirmer que la méthode permet de retrouver la fonction de luminosité pour un mélange de différentes populations. Néanmoins, le modèle **a** utilisé doit être testé au préalable afin de pouvoir quantifier les effets des erreurs numériques dans la construction de **a** ainsi que les effets de troncature d'un catalogue.





# 13

## Conclusions de la seconde partie

Dans cette partie, nous avons montré qu'il est possible de retrouver la fonction de luminosité des populations stellaires à partir de comptages d'étoiles contenant les mouvements propres et ainsi de lever la dégénérescence entre la magnitude absolue et la distance (pour une magnitude apparente fixée) dans l'équation de la statistique stellaire. La méthode inverse que nous avons présentée, utilise le fait que la cinématique (i.e. les mouvements propres) nous permet de fixer une *échelle statistique* de distance.

Nous avons testé cette méthode dans plusieurs cas idéaux afin d'étudier la qualité de la reconstruction en fonction du rapport signal sur bruit. Nous avons montré que, dans la limite d'un rapport signal sur bruit faible, la fonction de luminosité reconstruite indexée sur la cinématique peut devenir négative et ainsi être non physique (car elle correspondrait à un nombre négatif d'étoiles). De plus, la méthode conservant la normalisation, elle fait apparaître des structures fictives (pics) dans la fonction de luminosité reconstruite.

Pour pallier à cet effet nous avons modifié la méthode afin d'imposer, à l'aide d'une transformation simple, la positivité de la solution. L'inclusion de la positivité rend la méthode non linéaire et la solution est alors obtenue par itération. L'unicité de la solution a également été testée dans le cas de l'utilisation de la fonction de distribution dérivée du modèle de Shu. Nous ne pouvons cependant pas démontrer que la solution est unique dans ce cas. Néanmoins, les tests numériques, où le point de départ est choisi aléatoirement, indiquent que les solutions convergent bien vers la même solution.

Avant de pouvoir appliquer la méthode inverse à des données réelles, il nous reste à valider l'inversion sur des pseudo données. Ceci nous permettra de quantifier les effets comme la coupure en magnitude apparente des catalogues ou encore la sensibilité de la méthode aux paramètres de la fonction de distribution. En effet, la limite de complétude en magnitude des catalogues doit imposer une limitation de la précision de la reconstruction aux faibles magnitudes absolues. De plus celle-ci doit être différente pour chaque population. En effet, le fait que la magnitude apparente dépende de la distance et que les catalogues ne soient complet que jusqu'à une certaine magnitude limite, montre clairement que les étoiles de faible luminosité ne sont accessibles que localement. Ensuite, les populations telles que le disque épais ont une densité locale faible (entre 2 et 15% de la densité du disque mince suivant les déterminations). Ceci limite le nombre d'étoiles de faible magnitude de ces populations dans les catalogues. Ainsi, on peut s'attendre à ce que l'effet de la limite en magnitude apparente rende imprécises les parties aux faibles magnitudes des fonctions de luminosité des populations les moins denses.

Ensuite, les paramètres de la fonction de distribution ne sont pas connus avec une précision infinie. Il est donc nécessaire de tester la stabilité de la reconstruction pour des variations de ces paramètres. En effet, elles peuvent induire des biais dans la fonction de luminosité reconstruite. Ainsi, il est essentiel de les quantifier, en vue d'une exploitation physique des fonctions de luminosité issues de la méthode inverse.

La qualité de la reconstruction peut également dépendre du type de bins utilisé (logarithmique ou décimal). Cette question peut paraître triviale mais l'information contenue dans les bins est partiellement redondante. Ceci rend le problème inverse mal contraint et un nombre important de bins est nécessaire pour permettre l'inversion. Par exemple, les distributions de mouvements propres sont piquées autour de 0, la plupart des étoiles se trouvant loin. Ainsi, utiliser un pas plus fin autour de  $\mu_{\ell,b} = 0$ , où le nombre d'étoiles est important, et un pas plus grand pour les grands mouvements propres, permet d'augmenter le nombre de bins. De plus, ceci permet d'augmenter l'information sur la partie très locale où les mouvements propres sont grands et le nombre d'étoiles faible. Néanmoins, la quantité de mémoire RAM accessible pour l'inversion ou le calcul de la matrice  $\mathbf{a}$  est une vraie limitation à la précision. En effet, le problème étant à sept dimensions (5 pour l'espace des données et 2 pour l'espace modèle), nous ne pouvons pas utiliser une grille régulière trop fine, qui demanderait un espace mémoire trop important.

Ce travail est actuellement en cours et nous avons développé un modèle permettant de générer des pseudo catalogues dont on peut spécifier les propriétés (coupures en couleur et magnitude apparente, cinématique, erreurs sur les quantités observées, fonction de luminosité, etc.). Il nous permettra d'étudier et de quantifier les différents biais induits par les effets précités.

## Article 3

Ce papier, publié dans *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, contient la description de la méthode inverse présentée dans les chapitres précédents. La méthode y est complètement décrite ainsi que les tests préliminaires sur les pseudo comptages. Néanmoins, l'influence du rapport signal sur bruit et de la positivité n'y sont que partiellement décrits.



Mon. Not. R. Astron. Soc. **329**, 181–194 (2002)

## On the kinematic deconvolution of the local neighbourhood luminosity function

C. Pichon,<sup>1,2★</sup> A. Siebert<sup>1</sup> and O. Bienaymé<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Observatoire de Strasbourg, 11 rue de l'Université, 67000 Strasbourg, France

<sup>2</sup>Institut d'Astrophysique de Paris, 98 bis boulevard d'Arago, 75014 Paris, France

Accepted 2001 August 31. Received 2001 July 5; in original form 1999 December 29

### ABSTRACT

A method for inverting the statistical star counts equation, including proper motions, is presented; in order to break the degeneracy in that equation, it uses the supplementary constraints required by dynamical consistency. The inversion gives access to both the kinematics and the luminosity function of each population in three régimes: the singular ellipsoid, the constant ratio Schwarzschild ellipsoid plane-parallel models and the epicyclic model. This more realistic model is tailored to account for the local neighbourhood density and velocity distribution.

The first model is fully investigated, both analytically and by means of a non-parametric inversion technique, while the second model is shown to be formally its equivalent. The effect of noise and incompleteness in apparent magnitude is investigated. The third model is investigated by a 5D + 2D non-parametric inversion technique where positivity of the underlying luminosity function is explicitly accounted for.

It is argued that its future application to data such as the Tycho catalogue (and in the upcoming satellite *GAIA*) could lead – provided that the vertical potential and/or the asymmetric drift or  $w_{\odot}$  are known – to a non-parametric determination of the local neighbourhood luminosity function without any reference to stellar evolution tracks. It should also yield the proportion of stars for each kinematic component and a kinematic diagnostic to split the thin disc from the thick disc or the halo.

**Key words:** methods: data analysis – Hertzsprung–Russell (HR) diagram – stars: luminosity function, mass function – Galaxy: kinematics and dynamics – Galaxy: stellar content – Galaxy: structure.

### 1 INTRODUCTION

Most of our knowledge of the global structure of the Galaxy relies on the comparison of magnitude and colour star counts in different Galactic directions. Star counts alone do not allow us to solve the dilemma that a star of a given apparent magnitude can be either intrinsically faint and close by, or bright and distant. This problem may be addressed statistically by using the century-old equation of stellar statistics (von Seeliger 1898):

$$A_{\lambda}(m, \ell, b) = \int_0^{\infty} \Phi_{\lambda}(M) \rho(r, \ell, b) r^2 dr, \quad (1)$$

where  $A_{\lambda}(m, \ell, b) dm d\ell d(\sin b)$  is the number of stars that have an apparent magnitude in the range  $[m, m + dm]$ ,  $\Phi_{\lambda}(M)$  is the luminosity function (LF), which depends on the intrinsic

magnitude,  $M$ , and the colour band  $\lambda$ , while  $\rho(r, \ell, b)$  is the density at radius  $r$  (within  $dr$ ) along the line of sight in the direction given by the Galactic longitudes and latitudes  $(\ell, b)$  [within the solid angle  $d\ell \cos(b) db$ ].

This equation cannot be solved or inverted (i.e., by determining both the stellar LF and the density law) except for a few simplified cases. For instance, with a 'homogeneous' stellar sample for which the absolute magnitudes of stars or, more precisely, their LFs are known, the density law along the line of sight can be recovered. A classical numerical technique (Mihalas & Binney 1981) has been proposed – the Bok (1937) diagram – while more rigorous treatments are required for small samples to stabilize the inversion so as to produce smooth solutions (Binney & Merrifield 1998). The converse situation is the determination of the LF assuming a known density law (see, for instance, recent studies of the faint end of the disc or halo main sequence based on deep star counts (Reid et al. 1996; Gould, Flynn & Bahcall 1998).

★E-mail: pichon@astro.u-strasbg.fr

A simple approach, developed largely in the 1980s, was to integrate equation (1) assuming some prior information concerning the stellar populations (see, e.g., Pritchett 1983, Bahcall, Soneira & Schmidt 1983, Buser & Kaeser 1985 and Robin & Crézé 1986). A frequent assumption is, for instance, to assume that the halo stars have the same LF as some low-metallicity globular clusters. Another approach consists in building a stellar LF from stellar evolution tracks and isochrones of various ages. This has been used to put constraints on the Galactic disc star formation rate (Haywood, Robin & Crézé 1997a,b).

Stronger a priori constraints may also be derived by requiring dynamical consistency, since the vertical kinematics of stars is related to the flattening of stellar discs or spheroidal components.

Since star counts alone,  $A_\lambda(m, \ell, b)$ , are not sufficient to constrain uniquely the Galactic stellar population models, it is expected that two (or more) distinct models will reproduce the same apparent star counts. However, this is not a real worry, since it is likely that adding some relevant extra a priori information must help to lift partially the degeneracy of the models.

In this paper it is shown that the degeneracy is lifted altogether when we consider, in addition to the star counts in apparent magnitude, the proper motions,  $\mu_\ell$  and  $\mu_b$ . For a relatively general dynamically consistent model (stationary, axisymmetric and fixed kinematic radial gradients), the statistical equation counts may be formally inverted, giving access to *both* the vertical density law of each stellar population *and* their LFs. This is developed in Section 2, where we show how the vertical motions are related to the thickness of stellar components. The remaining degeneracy occurs only for a quadratic vertical potential. Otherwise – when the vertical component of the potential is known – the departures from quadratic behaviour define a characteristic scale that allows us to transform statistically the magnitudes into distances and proper motions into velocities. Similarly, the asymmetric drift and/or the vertical velocity component of the Sun provide a natural scale in energy, leading to the same inversion procedure.

For ideal star counts (infinitely deep and for an infinite number of stars), the inversion gives exactly the proportion of stars in each kinematic component, providing a direct diagnostic to split the thin disc from the thick disc or the halo, and its luminosity function  $\Phi_\lambda(M)$  is recovered for each kinematic stellar component. This is a direct consequence of the supplementary constraints introduced by the requirement for dynamical consistency.

Section 2 presents the generalized stellar statistic equation which accounts for proper motions, and demonstrates the uniqueness of the inversion for two families of plane-parallel distribution functions: the singular velocity ellipsoid (Section 2.1) and a constant ratio velocity ellipsoid (Section 2.2), while Section 2.3 presents a basic description of the epicyclic model. Section 3 illustrates the inversion procedure on a fictitious superposition of four kinematically decoupled populations with distinct main-sequence turn-off magnitudes for the constant ratio velocity ellipsoid and the epicyclic models. Section 4 discusses the effects of truncation in apparent magnitude (i.e., completeness of the catalogue) in the recovered LF, as well as noise in the measurements. Finally, Section 5 discusses the applicability of the method to the Tycho-2 catalogue and to external clusters, and concludes the paper.

## 2 DERIVATION

The number of stars,  $dN$ , that have an apparent luminosity in the range  $[L, L + dL]$  in the solid angle defined by the Galactic

longitudes and latitudes  $(\ell, b)$  (within  $d\ell d(\sin b)$ ), with proper motions  $\mu_\ell$  and  $\mu_b$  (within  $d\mu_b$  and  $d\mu_\ell$ ) is given by

$$\begin{aligned} dN &= A_\lambda(L, \mu_\ell, \mu_b; \ell, b) d\mu_\ell d\mu_b d\ell \cos b db dL \\ &= \left\{ \int \int \Phi_\lambda^* [L_0, \beta] \left[ \int f_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{u}) d\mathbf{u} \right] r^4 dr d\beta \right\} \\ &\quad \times d\mu_\ell d\mu_b d\ell \cos b db dL, \end{aligned} \quad (2)$$

where we have introduced the LF per unit bandwidth,  $\Phi_\lambda^* [L_0, \beta]$ , which is here taken to be a function of the absolute luminosity,  $L_0$ , and of a continuous kinematic index,  $\beta$ . The variables  $\mathbf{r}, \mathbf{u}$  are the vector position and velocity coordinates  $(u_r, u_\ell, u_b)$  in phase-space relative to the local standard of rest, while  $\mathbf{R}$  and  $\mathbf{V}$  are those relative to the Galactic Centre. The relationship between  $A_\lambda(L, \mu_\ell, \mu_b; \ell, b)$  and  $\Phi_\lambda^* [L_0, \beta]$  involves a double summation over  $\beta$ , and distance,  $r$ , along the line of sight. Here  $f_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{u})$  represents the  $\beta$  component of the distribution function of the assumed stationary axisymmetric equilibrium, i.e.,

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = \int_0^\infty f_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{u}) d\beta, \quad (3)$$

where  $f$  is decomposed over the basis of isothermal solutions  $f_\beta$  of the Boltzmann equation for the assumed known potential  $\psi$ . Equation (3) corresponds to a decomposition over isothermal populations of different kinematic temperatures,  $\sigma^2 = 1/\beta$ . Apart from this restriction, the shape of the distribution  $f(E_z)$  could be anything. Note that equation (2) is a direct generalization of equation (1), since

$$\rho_\beta(r, \ell, b, \mu_\ell, \mu_b) \equiv r^2 \int f_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{u}) d\mathbf{u}$$

is by definition the density of stars (belonging to population  $\beta$ ) which are at position  $\mathbf{r} = (r, \ell, b)$  within  $dr d\ell d(\sin b)$ , with proper motion  $\mu_b$  (within  $d\mu_b$ ) and  $\mu_\ell$  (within  $d\mu_\ell$ ). The extra summation on  $\beta$  which arises in equation (2) accounts for the fact that stars in the local neighbourhood come from a superposition of different kinematic populations which, as is shown later, can be disentangled. Note that  $\Phi_\lambda^*$  is defined here per unit absolute luminosity,  $L_0$ , and therefore

$$\begin{aligned} \Phi_\lambda[M(L_0)] &= \frac{2 \log(10)}{5} L_0 \int \Phi_\lambda^* [L_0, \beta] d\beta, \quad \text{where} \\ M(L_0) &= -\frac{5}{2} \frac{1}{\log 10} \log \left( \frac{L_0}{L_\odot} \right) + M_\odot. \end{aligned}$$

Since there is no convolution on  $\lambda$  (which is mute), it will be omitted from now on in the derivation. In Section 3,  $B - V$  colours are reintroduced to demonstrate the inversion for a fictitious HR diagram. We shall also drop the  $\star$  superscript, but will keep in mind that the LF is expressed as a function of the absolute luminosity,  $L_0$ .

This paper is concerned with the inversion of equation (2). We proceed in three steps. First, a simplistic Ansatz for the distribution function is assumed (corresponding to a stratification in height of uniform discs with a pin-like singular velocity ellipsoid), leading to a proof that, in this context, equation (2) has a well-defined unique solution which can be made formally explicit. A more realistic model is then presented, accounting for the measured anisotropy of the velocity ellipsoid. It is shown that, in the direction of the Galactic Centre, and if the velocity dispersions ratios are constant for all populations, this model is formally invertible following the

same route. Away from the Galactic Centre direction, the velocity components of the Sun are also accounted for to recover statistically distances via another inversion procedure related to secular parallaxes. Finally, we illustrate the inversion on a fully seven-dimensional epicyclic model. The detailed investigation of this model is postponed to a companion paper (Siebert, Pichon & Bienaymé, in preparation).

### 2.1 A toy model: parallel sheet model with singular velocity ellipsoid

Let us assume here a sheet-like model for the distribution function of kinematic temperature  $\beta$ :

$$f_{\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \exp(-\beta E_z) \delta(v_R) \delta(v_{\phi}), \quad (4)$$

which corresponds to a stratification in height with a pin-like singular velocity ellipsoid that is aligned with the rotation axis of the Galaxy. Calling  $\mu_b \equiv u_b/r$ , the energy reads in terms of the heliocentric coordinates

$$E_z = \frac{v_z^2}{2} + \psi_z(z) = \frac{r^2 \mu_b^2}{2 \cos^2(b)} + \alpha \sin^2(b) r^2 + \chi[r \sin(b)], \quad (5)$$

where the harmonic component of the  $z$  potential ( $\alpha z^2$ ) was made explicit while leaving unspecified the non-harmonic residual,  $\chi$ .

Putting equation (4) into equation (2) leads to

$$A[b, \mu_b, L] = \iint \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \frac{\Phi(Lr^2, \beta)}{\cos(b)} \times \exp\left\{-\beta \alpha r^2 \sin^2(b) - \beta r^2 \frac{\mu_b^2}{2 \cos^2(b)} - \beta \chi[r \sin(b)]\right\} r^3 dr d\beta, \quad (6)$$

given the relationship  $L_0 = Lr^2$  relating apparent and absolute luminosities. Introducing  $\zeta = L^{1/2}r$ ,

$$x = \alpha \frac{\sin^2(b)}{L} + \frac{\mu_b^2}{2L \cos^2(b)}, \quad \text{and} \quad y = \frac{\sin(b)}{L^{1/2}}. \quad (7)$$

Equation (6) then reads

$$L^2 \cos(b) A[b, \mu_b, L] = \iint \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \Phi[\zeta^2, \beta] \times \exp[-\beta \zeta^2 x - \beta \chi(\zeta y)] \zeta^3 d\zeta d\beta. \quad (8)$$

#### 2.1.1 Harmonic degeneracy

Suppose for now that the  $z$ -potential is purely harmonic, so that  $\chi$  is identically null. Calling  $s = \beta \zeta^2$ , the inner integral over  $\zeta$  in equation (8) can be rewritten as an integral over  $\beta$  and  $s$ :

$$\iint \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \Phi[\zeta^2, \beta] \exp(-\beta \zeta^2 x) \zeta^3 d\zeta d\beta = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \iint \left( \int \Phi[s/\beta, \beta] \beta^{-3/2} d\beta \right) \exp(-sx) s ds. \quad (9)$$

Equation (9) shows that for a purely harmonic potential the *mixture* of populations (integrated over  $\beta$ ) is recovered from  $A[b, \mu_b, L]$ ,

© 2002 RAS, MNRAS 329, 181–194

### The local neighbourhood luminosity function 183

which is effectively a function of  $x$  only (given by equation 7). In this instance, the inversion does not allow us to disentangle the different kinematic populations. In physical terms, there is a degeneracy between the distance, luminosity and proper motion. In contrast, when the data set extends far enough to probe the anharmonic part of the potential, we now demonstrate that equation (8) has formally a unique exact solution, before exploring non-parametric means of inverting it in a more general framework.

#### 2.1.2 Uniqueness?

Let us assume that not too far from the Galactic plane,  $\chi(z)$  is well approximated by  $\chi(z) = \gamma z^{\nu}$ , so that equation (8) becomes

$$L^2 \cos(b) A[b, \mu_b, L] = \iint \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \Phi[\zeta^2, \beta] \times \exp(-\beta \zeta^2 x - \beta \gamma \zeta^{\nu} y^{\nu}) \zeta^3 d\zeta d\beta. \quad (10)$$

Calling

$$\Phi_1[U, B] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Phi[\exp(2U), \exp(B)] \times \exp\{4U + 3/2B - c[(2 + \nu)U + 2B]\},$$

$$K_0(z) = \exp[cz - \exp(z)], \quad (11)$$

$$\text{and } A_1[X, Y] = L^2 \cos b A[b, \mu_b, L] \exp[c(X + Y)], \quad (12)$$

where

$$B = \log(\beta), \quad Z = \log(\zeta),$$

$$X = \log(x) = \log\left[\alpha \frac{\sin^2(b)}{L} + \frac{\mu_b^2}{2L \cos^2(b)}\right],$$

$$Y = \log\left|\frac{\gamma \sin^{\nu}(b)}{L^{\nu/2}}\right|, \quad (13)$$

Equation (10) becomes

$$A_1[b, \mu_b, L] = A_1[X, Y] = \iint \Phi_1[Z, B] K_0(B + 2Z + X) \times K_0(B + \nu Z + Y) dZ dB. \quad (14)$$

The positive scalar  $c$  is left to our discretion and can be chosen so as to yield a narrow kernel,  $K_0$  (in practice,  $c$  should be close to one). Since  $r$  runs from zero to infinity and so does  $\beta$ , the integration over  $B$  and  $Z$  will run from  $-\infty$  to  $\infty$ . Similarly,  $X$  and  $Y$  span  $]-\infty, \infty[$  as  $b$  goes from zero to  $\pi/2$ . Let

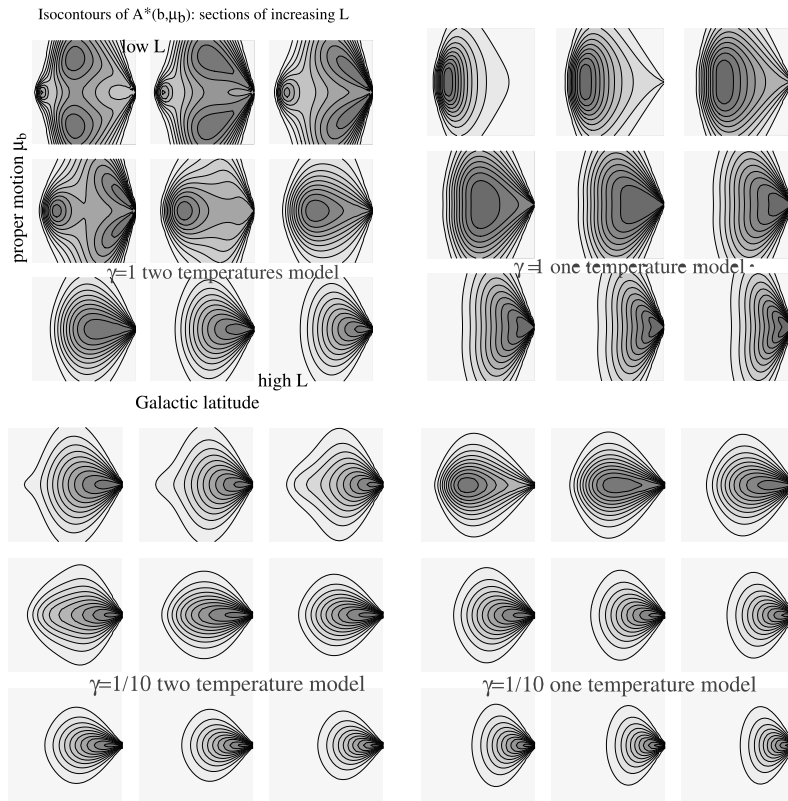
$$w = -(B + \nu Z), \quad \varpi = -(B + 2Z); \quad (15)$$

Equation (14) then reads

$$A_1[X, Y] = |\nu - 2|^{-1} \iint \Phi_1[\varpi, w] K_0(X - \varpi) \times K_0(Y - w) d\varpi dw. \quad (16)$$

The *unique* solution of equation (16) reads formally

$$\Phi_1[\varpi, w] = |\nu - 2| FT^{-1} \left( \frac{\hat{A}_1[k_{\varpi}, k_w]}{\hat{K}_0(k_{\varpi}) \hat{K}_0(k_w)} \right), \quad (17)$$

184 *C. Pichon, A. Siebert and O. Bienaymé*

**Figure 1.** In each panel: Isocontour of  $A^*(b, \mu_b)$  (defined by equation 48) in the  $b, \mu_b$  plane ( $b$  ranging from  $-\pi/2$  to  $\pi/2$  and  $\mu_b$  from  $-1$  to  $1$ ): sections of increasing apparent magnitude (from left to right and top to bottom) *Top left*: two-temperature models [ $\log \beta = -2$  and  $\log \beta = 2$ ,  $\log(L_0) = 0$ ] *Top right*: same as top left, but for a unique temperature ( $\beta = 1$ ) model. The observed star counts enable us to distinguish between the one- and two-temperature models, especially at the faint end (top left section) for significantly non-zero  $\gamma (= 1)$ . *Bottom left*: Shows that even the faint end (top left section) of the observed star counts are barely distinguishable from the two-temperature model (*Bottom right*:) for small  $\gamma (= 1/10)$ . This demonstrates graphically the requirement to access the break radius,  $\ell_0 \propto 1/\gamma$ , of the potential to derive statistical distances to the stars.

where

$$\hat{A}_1[k_\varpi, k_w] = \iint \exp[+i(k_w X + k_\varpi Y)] A_1[X, Y] dX dY \quad \text{and}$$

$$\hat{K}_0[k] = \int \exp[+i(kX)] K_0(X) dX,$$

while

$$FT^{-1}[f(k_x, k_y)] = \frac{1}{4\pi^2} \iint \exp[-ik_x \varpi - ik_y w] f(k_x, k_y) dk_x dk_y.$$

Both Fourier transforms are well-defined, given the span of  $\varpi$ ,  $w$  and  $X$ ,  $Y$ . Approximating both  $K_0$  and  $A_1$  by a Gaussian of width respectively  $1/\ell_K$  and  $1/\ell_N^2$ , equation (17) shows that  $\Phi_1$  will be a Gaussian of width  $1/(\ell_N - \ell_K)^2$ .

This procedure is therefore a *true* deconvolution: the luminosity

function  $\Phi_\lambda[L, \beta]$  is effectively recovered at arbitrary resolution (in effect fixed by the signal-to-noise ratio of the data). In practice, equation (17) is impractical for noisy finite data sets, so we shall investigate non-parametric regularized solutions to equation (8) in Section 3.1.1.

There is a natural scale  $\ell_0 = (\alpha/\gamma)^{1/(\nu-2)}$ , given by the break in the potential, which provides us with a means to lift the degeneracy between faint close stars moving slowly and bright stars moving faster farther out. This scale reflects the fact that statistically the dynamics (i.e., the velocities) gives us a precise indication of distances in units of  $\ell_0$ . We can therefore reassign a posteriori distances to stars in the statistical sense and deconvolve the colour-magnitude diagram. Fig. 1 graphically demonstrates the requirement to access the break radius of the potential in order to derive statistical distances to the stars. It shows sections of increasing apparent magnitude in the  $b, \mu_b$  plane for a two-temperature model and for a one-temperature model (corresponding to a unique



absolute luminosity). The observed star counts enable us to distinguish between the one- and two-temperature models, especially at the faint end for significantly non-zero  $\gamma$ .

Turning back to equation (8), it remains true that for more general  $\chi$  the equation can still be inverted in the least-squares sense, but this involves a less symmetric kernel,  $K_1(x, y|u, \beta)$ , whose functional form depends explicitly on  $\chi$ :

$$K_1(x, y|u, \beta) = \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \exp[-\beta u^2 x - \beta \chi(y)] u^3.$$

The inversion procedure, which will be described in Section 3, still applies to such kernels.

## 2.2 A Schwarzschild model: accounting for the local velocity ellipsoid anisotropy

Let us now move to more realistic models with a fully triaxial Schwarzschild ellipsoid. Its distribution function is given in terms of the kinematic inverse dispersions  $\beta_R$ ,  $\beta_\phi$  and  $\beta_z$  by

$$f_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = \sqrt{\frac{\beta_R \beta_\phi \beta_z}{8\pi^3}} \exp[-(\beta_z E_z + \beta_R E_R + \beta_\phi E_\phi)], \quad (18)$$

where

$$E_z = \frac{1}{2} v_z^2 + \psi_z(z), \quad E_R = \frac{1}{2} v_R^2 \quad \text{and} \quad E_\phi = \frac{1}{2} (v_\phi - \bar{v}_\phi)^2. \quad (19)$$

Here  $\bar{v}_\phi$  measures the mean azimuthal velocity in the local neighbourhood (which is assumed not to depend on  $\beta$ ), and  $\mathbf{V} = (v_R, v_\phi, v_z)$  are respectively the radial, azimuthal and vertical velocities of a given star measured in a direct cylindrical system of coordinates centred at the Galactic Centre. These velocities are given as a function of the velocities measured in the frame of the Sun by

$$v_\phi = \frac{1}{R} \{ r_\odot \sin(b) \sin(\ell) u_b - r_\odot \cos(b) \sin(\ell) u_r - r_\odot \cos(\ell) u_\ell + r \cos(b) [u_\ell - \sin(\ell) u_\odot] + [r_\odot + r \cos(b) \cos(\ell)] v_\odot \}, \quad (20)$$

$$v_R = \frac{1}{R} \{ [r \cos(b) - r_\odot \cos(\ell)] \sin(b) u_b - r_\odot \sin(\ell) u_\ell - \cos(b) [r \cos(b) - r_\odot \cos(\ell)] u_r + r_\odot u_\odot - r \cos(b) \cos(\ell) u_\odot + r \cos(b) \sin(\ell) v_\odot \}, \quad (21)$$

$$v_z = \sin(b) u_r + \cos(b) u_b + w_\odot, \quad (22)$$

where

$$R = \sqrt{r_\odot^2 - 2r_\odot r \cos(b) \cos(\ell) + r^2 \cos^2(b)} \quad \text{and} \quad z = r \sin(b). \quad (23)$$

$R$  measures the projected distance (in the meridional plane) to the Galactic Centre, while  $z$  is the height of the star. Here  $u_\odot$ ,  $v_\odot$ ,  $w_\odot$  and  $r_\odot$  are respectively the components of the Sun's velocity and its distance to the Galactic Centre. The argument of the exponential in equation (18) is a quadratic function in  $u_r$  via equations (20)–(22), so the integration over that unknown velocity component is straightforward.

In short, we show in Appendix A that equation (2) has solutions for families of distributions obeying equation (18). Those solutions are unique, and can be made explicit for a number of particular

## The local neighbourhood luminosity function 185

cases which are discussed there. They are shown to be formally equivalent to those found for equation (4). For instance, at large distances from the Galactic Centre ( $r_\odot \rightarrow \infty$ ), equation (6) along the plane  $\mu_b = 0$  can be recasted into

$$L^2 \cos(b) A_2 [b, \ell, \mu_b = 0, L] = \iint \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \Phi[u^2, \beta] \times \exp(-\beta u^2 x_3 - \beta z_2) u^3 \, du \, d\beta, \quad \text{with} \quad x_3 = \alpha \frac{\sin^2(b)}{L}, \quad (24)$$

and

$$z_2 = \frac{[w_\odot \cos b - (v_\odot - \bar{v}_\phi) \sin b \sin \ell]^2}{2 \cos^2(b) + 2 \sin^2(b) [\xi_R \cos^2(\ell) + \xi_\phi \sin^2(\ell)]}, \quad \xi_R = \frac{\beta_z}{\beta_R}, \quad \xi_\phi = \frac{\beta_z}{\beta_\phi}, \quad (25)$$

which is of the form described in Section 2.1.2 with  $\nu = 0$ ,  $x_3$  replacing  $x$ , and  $z_2$  replacing  $y$ . With the exception of the special cases also described in Appendix A, the solution can be found via  $\chi^2$  minimization, as shown below in Section 3.

## 2.3 Epicyclic model: accounting for density gradients

The above models do not account for any density or velocity dispersion gradients, which is a serious practical shortcoming. Let us therefore construct an epicyclic model for which the radial variation of the potential and the kinematic properties of the Galaxy are accounted for.

A distribution function solution of Boltzmann equation with two integrals of motion (energy and angular momentum) can be written according to Shu (1969) as

$$f_\beta(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = \Theta(H) \frac{\Omega \beta^{3/2} \rho_D}{\sqrt{2\pi^3 \kappa \sigma_R^2 \sigma_z}} \exp\left(-\beta \frac{E_R - E_c}{\sigma_R^2} - \beta \frac{E_z}{\sigma_z^2}\right), \quad (26)$$

where  $\Theta$  is the Heaviside function, while

$$\Omega = \frac{\kappa}{\sqrt{2\alpha + 2}}, \quad \rho_D = \rho_0 \exp\left(\frac{R_\odot - R_c}{R_\rho}\right), \quad \text{with} \quad R_c = H^{\frac{1}{\alpha+1}} R_\odot^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} V_\odot^{-\frac{1}{\alpha+1}}, \quad (27)$$

$\alpha$  being the slope of the rotation curve,  $\Omega$  the angular velocity,  $\kappa$  the epicyclic frequency,  $\rho_D$  the density,  $R_c$  the radius of the circular orbit of angular momentum  $H$ ,  $\sigma_R^2$  and  $\sigma_z^2$  the square of the radial and vertical velocity dispersion, and  $\beta$  the kinematic index

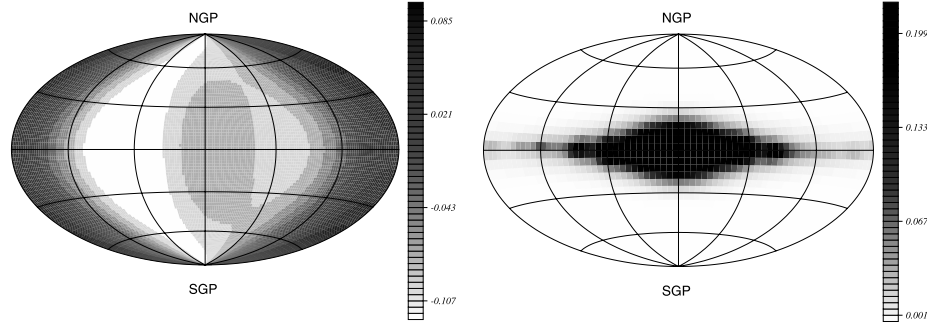
$$\sigma_R^2 = \sigma_{R_\odot}^2 \exp\left(\frac{2R_\odot - 2R_c}{R_{\sigma_R}}\right),$$

$$\sigma_z^2 = \sigma_{z_\odot}^2 \exp\left(\frac{2R_\odot - 2R_c}{R_{\sigma_z}}\right),$$

$$E_c = \frac{\alpha + 1}{2\alpha} H^{\frac{2\alpha}{\alpha+1}} R_\odot^{-\frac{2\alpha}{\alpha+1}} V_\odot^{\frac{2}{\alpha+1}}. \quad (28)$$

Here  $\rho_0$ ,  $\Omega$ ,  $\kappa$ ,  $\sigma_R$ ,  $\sigma_z$  and  $E_c$  are known functions of momentum  $H$  given by

$$H = r_\odot \cos(b) \sin(\ell) u_r - r_\odot \sin(b) \sin(\ell) u_b - [r \cos(b) - r_\odot \cos(\ell)] u_\ell + r \cos(b) \cos(\ell) u_\odot + [r_\odot - r \cos(b) \cos(\ell)] v_\odot. \quad (29)$$



**Figure 2.** *Left:* Aitoff projection of the normalized density distribution for the epicyclic Shu model. *Right:* Distribution of the maximum of the proper motion along the galactic longitude (in  $\text{arcsec yr}^{-1}$ ). The Galactic Centre is at the centre of the plot, and longitude is increasing from the centre to the left. The asymmetry along the Galactic longitude derives from the peculiar motion of the Sun.

In the case of a separable potential given by

$$\psi(R, z) = \psi_R(R) + \psi_z(z), \quad \text{where} \quad \psi_R(R) = \frac{R^{2\alpha} V_\odot^2 R_\odot^{-2\alpha}}{2\alpha},$$

$$\psi_z(z) = \frac{1}{2\pi G} \left[ \Sigma_0 \left( \sqrt{z^2 + D^2} - D \right) + \rho_{\text{eff}} z^2 \right], \quad (30)$$

where  $G$  is the universal gravity constant, while  $\Sigma_0$ ,  $\rho_{\text{eff}}$  and  $D$  are constants, the energies  $E_z$  and  $E_R$  obey

$$E_z = \frac{[\sin(b)u_r + \cos(b)u_b + w_\odot]^2}{2} + \psi_z(z), \quad (31)$$

$$E_R = \frac{[\cos(b)u_r - \sin(b)u_b]^2 + u_r^2 + u_\odot^2 + v_\odot^2}{2}$$

$$+ \psi_R(R) - \sin(\ell) \{ u_\ell u_\odot - [\cos(b)u_r - \sin(b)u_b] v_\odot \}$$

$$+ \cos(\ell) \{ [\cos(b)u_r - \sin(b)u_b] u_\odot + u_\ell v_\odot \},$$

while  $R$  and  $z$  are given by

$$R = \sqrt{r_\odot^2 - 2r_\odot r \cos(b) \cos(\ell) + r^2 \cos(b)^2} \quad \text{and}$$

$$z = r \sin(b). \quad (33)$$

Note that the integration over  $u_r$  in equation (2) must now be carried numerically, since  $\rho_0$ ,  $\Omega$ ,  $\kappa$ ,  $\sigma_\parallel$  and  $\sigma_z$  are all functions of  $u_r$  via equation (29).

This model, based on the epicyclic theory, accounts for density and velocity dispersion gradients, and is therefore more realistic than the Schwarzschild ellipsoid model presented in Section 2.2. The density distribution together with the distribution of the maximum of the proper motion along the  $\ell$  coordinate are presented in Fig. 2 projected on to the sphere. The asymmetry along the Galactic longitude is produced by the solar motion.

### 3 SIMULATIONS

#### 3.1 Method

We have chosen to implement a non-parametric inversion

technique to invert equation (2) or (8). The non-parametric inversion problem is concerned with finding the best solution to equation (2) or (8) for the underlying LF indexed by kinematic temperature when only discrete and noisy measurements of  $[Ab, \mu_b, L]$  are available (e.g. Titterton 1985; Dejonghe 1993; Lucy 1994; Merritt, 1996; Fadda, Slezak & Bijaoui 1998; Pichon & Thiébaud 1998; and references therein), and most importantly when we have little prejudice regarding what the underlying LF should be. In short, the non-parametric inversion corresponds to model-fitting in a regime where we do not want to impose (say via stellar evolution tracks) what the appropriate parametrization of the model is. It aims at finding the best compromise between noise and bias; in effect, it correlates the parameters so as to provide the smoothest solution amongst all possible solutions compatible with a given likelihood.

An optimal approach should involve a maximum-likelihood solution parametrized in terms of the underlying six-dimensional distribution. In practice, such an approach turns out to be vastly too costly for data sets involving  $10^6$  measurements. Binning is therefore applied to our ensemble of  $(\ell, b, \mu_\ell, \mu_b, L, B - V)$  measurements.

#### 3.1.1 Non-parametric inversion

The non-parametric solutions of equations (8) and (14) are then described by their projection on to a complete basis of  $p \times p$  functions

$$\{e_k(\zeta)e_l(\beta)\}_{k=1, \dots, p; l=1, \dots, p}$$

of finite (asymptotically zero) support, which could be cubic B-splines (i.e., the unique  $C^2$  function, which is defined to be a cubic over four adjacent intervals and zero outside, with the extra property that it integrates to unity over that interval) or Gaussians:

$$\Phi(\zeta, \beta) = \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^p \Phi_{kl} e_k(\zeta) e_l(\beta), \quad (34)$$

The parameters to fit are the weights  $\Phi_{kl}$ . Calling  $\mathbf{x} = \{\Phi_{kl}\}_{k=1, \dots, p; l=1, \dots, p}$  (the parameters) and  $\mathbf{y} = \{L^2 \cos(b) A(x_i, y_j)\}_{i=1, \dots, n; j=1, \dots, n}$  (the  $n \times n$  measurements, with  $L^2 \cos(b)$  a function of  $x_i, y_j$  via equation (7)), equation (8) then becomes

formally

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{x}, \quad (35)$$

where  $\mathbf{a}$  is an  $(n, n) \times (p, p)$  matrix with entries given by

$$a_{i,j,k,l} = \left\{ \int \int e_k(u^2) e_l(\beta) \exp[-\beta u^2 x_i - \beta \chi(u y_j)] u^3 du d\beta \right\}_{i,j,k,l}. \quad (36)$$

For the epicyclic model the measurements are  $\tilde{\mathbf{y}} = \{A_{ijklm} = A(\ell_j, b_j, \mu_{\ell_j}, \mu_{b_j}, L_m)\}_{i=1, \dots, n_1, j=1, \dots, n_2, k=1, \dots, n_3, l=1, \dots, n_4, m=1, \dots, n_5}$  and  $\mathbf{a}$  is an  $(n_1, n_2, n_3, n_4, n_5) \times (p_1, p_2)$  matrix with entries given by

$$a_{i,j,k,l,m,q,s} = \left\{ \int \int \int e_q(L_m r^2) e_s(\beta) f_\beta(\ell_i, b_j, \mu_{\ell_i}, \mu_{b_j}, r, u_r) r^4 \times dr du_r d\beta \right\}_{i,j,k,l,m,q,s}, \quad (37)$$

with  $f_\beta$  given by equation (26).

Assuming that we have access to discrete measurements of  $A_{ij}$  (or  $A_{ijklm}$  via binning as discussed above), and that the noise in  $A$  can be considered to be normal, we can estimate the error between the measured star counts and the non-parametric model by

$$L(\mathbf{x}) \equiv \chi^2(\mathbf{x}) = (\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{a} \cdot \mathbf{x})^\dagger \cdot \mathbf{W} \cdot (\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{a} \cdot \mathbf{x}), \quad (38)$$

where the weight matrix  $\mathbf{W}$  is the inverse of the covariance matrix of the data (which is diagonal for uncorrelated noise, with diagonal elements equal to one over the data variance).

The decomposition in equation (34) typically involves many more parameters than constraints, such that each parameter controls the shape of the function only locally. The inversion problem corresponding to the minimization of equation (38) is known to be ill-conditioned: Poisson noise induced by the very finite sample of stars may produce drastically different solutions, since these solutions are dominated by artefacts due to the amplification of noise. Some trade-off must therefore be found between the level of smoothness imposed on the solution in order to deal with these artefacts on the one hand, and the level of fluctuations consistent with the amount of information in the data set on the other hand. Finding such a balance is called the 'regularization' of the inversion problem, and in effect implies that between two solutions yielding equivalent likelihood, the smoothest is chosen. In short, the solution of equation (35) is found by minimizing the quantity

$$Q(\mathbf{x}) = L(\mathbf{x}) + \lambda R(\mathbf{x}),$$

where  $L(\mathbf{x})$  and  $R(\mathbf{x})$  are, respectively, the likelihood and regularization terms given by equation (38) and

$$R(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^\dagger \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}, \quad (39)$$

where  $\mathbf{K}$  is a positive definite matrix, which is chosen so that  $R$  in equation (39) should be non-zero when  $\mathbf{x}$  is strongly varying as a function of its indices. In practice, we use here

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_3 \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \mathbf{K}_3 + 2\mathbf{K}_2 \otimes \mathbf{K}_2,$$

where  $\otimes$  stands for the outer product,  $\mathbf{I}$  is the identity matrix, and  $\mathbf{K}_2 = \mathbf{D}_2^\dagger \cdot \mathbf{D}_2$ ,  $\mathbf{K}_3 = \mathbf{D}_3^\dagger \cdot \mathbf{D}_3$ . Here  $\mathbf{D}_2$  and  $\mathbf{D}_3$  are finite difference second-order operators [of dimensions  $(p-2) \times p$  and  $(p-3) \times p$

© 2002 RAS, MNRAS 329, 181–194

### The local neighbourhood luminosity function 187

respectively] defined by

$$\mathbf{D}_2 = \text{Diag}_2[-1, 2, -1] \equiv \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D}_3 = \text{Diag}_3[1, -3, 3, -1] \equiv \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 & -1 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & -3 & 3 & -1 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 3 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, \quad (40)$$

This choice corresponds a quadratic operator whose kernel include planes and paraboloids. The operator  $\mathbf{K}$  is typically non-zero [and therefore penalizes the minimization of  $Q(\mathbf{x})$ ] for unsmooth solutions (i.e., those leading to strong variations in the coefficients  $\Phi_{kl}$ ).

The Lagrange multiplier  $\lambda > 0$  allows us to tune the level of regularization. The introduction of the Lagrange multiplier  $\lambda$  is formally justified by the fact that we want to minimize  $Q(\mathbf{x})$ , subject to the constraint that  $L(\mathbf{x})$  should be in the range  $N_{\text{data}} \pm \sqrt{2N_{\text{data}}}$ . In practice, the minimum of

$$Q(\mathbf{x}) = (\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{a} \cdot \mathbf{x})^\dagger \cdot \mathbf{W} \cdot (\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{a} \cdot \mathbf{x}) + \lambda \mathbf{x}^\dagger \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{x} \quad (41)$$

is

$$\mathbf{x} = (\mathbf{a}^\dagger \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{a} + \lambda \mathbf{K})^{-1} \cdot \mathbf{a}^\dagger \cdot \mathbf{W} \cdot \tilde{\mathbf{y}}. \quad (42)$$

The last remaining issue involves setting the level of regularization. The so-called cross-validation method (Wahba 1990) adjusts the value of  $\lambda$  so as to minimize residuals between the data and the prediction derived from the data. Let us define

$$\tilde{\mathbf{a}}(\lambda) = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{a}^\dagger \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{a} + \lambda \mathbf{K})^{-1} \cdot \mathbf{a}^\dagger \cdot \mathbf{W}. \quad (43)$$

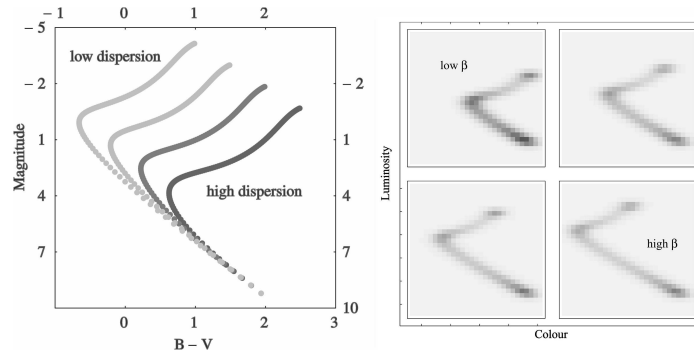
We make use of the value for  $\lambda$  given by generalized cross validation (GCV) (Wahba & Wendelberger 1979) estimator corresponding to the minimum of

$$\lambda_0 \equiv GCV(\lambda) = \min_\lambda \left\{ \frac{\|(\mathbf{1} - \tilde{\mathbf{a}}) \cdot \tilde{\mathbf{y}}\|^2}{[\text{trace}(\mathbf{1} - \tilde{\mathbf{a}})]^2} \right\}. \quad (44)$$

Note that the model equation (35) is linear and so is equation (42), but this need not be the case when positivity is required. We would then resort to non-linear minimization of equation (41).

#### 3.1.2 Positivity

When dealing with noisy data sets, the non-parametric inversion technique presented above (Section 3.1.1) may produce negative coefficients in the reconstructed LF. In order to avoid such effects, positivity can be imposed on those coefficients  $\Phi_{kl}$  in equation (34). A simple way to achieve positivity is to use an exponential



**Figure 3.** *Left:* Fictitious tracks corresponding to increasing (from left to right) kinematic temperature. *Right:* Decomposition of corresponding colour magnitude diagram into its four components, weighted by the IMF on each track. The image in the observed plane ( $\mu_b, b, L, B - V$ ) of these tracks is shown in Fig. 4.

transform and introduce  $\varphi$  so that

$$\Phi \equiv \Phi_0 \exp(\varphi), \quad (45)$$

where  $\Phi_0$  corresponds to our first guess for  $\Phi$  (here  $\Phi_0 \equiv 10^3$ ). A first-order Taylor expansion of equation (45), together with equation (35), yields

$$\tilde{\mathbf{y}}' \equiv \tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{a} \cdot \Phi_0 = \mathbf{a} \cdot \Phi_0 \cdot \varphi \equiv \mathbf{a} \cdot \mathbf{x}', \quad (46)$$

which defines  $\tilde{\mathbf{y}}'$  and  $\mathbf{x}'$ . We first invert equation (46) for  $\mathbf{x}'$ . The algorithm is then iterative, and we invert in turn for  $\mathbf{x}'_n$

$$\tilde{\mathbf{y}}'_n = \mathbf{a} \cdot \mathbf{x}'_n, \quad \text{where } \tilde{\mathbf{y}}'_n = \tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{a} \cdot \Phi_{n-1} \quad \text{and} \quad \mathbf{x}'_n = \Phi_{n-1} \cdot \varphi_n;$$

the LF is expressed as

$$\Phi_n = \Phi_{n-1} \exp(\eta_{\text{conv}} \mathbf{x}'_n / \Phi_{n-1}) \quad (47)$$

in equation (46) for the iteration number  $n$ . In practice, convergence is controlled via a parameter,  $\eta_{\text{conv}} \in [0, 1]$ , which fixes the amplitude of the correction in equation (47) in order to remain within the régime of the Taylor expansion. It should be emphasized that using equation (46) together with equation (42) (replacing  $\mathbf{x}$  by  $\mathbf{x}'$ ) does not lead directly to the expected LF but to a correction that has to be applied to  $\Phi_0$ .

We will now proceed to invert equation (10) in two régimes: the Schwarzschild model described by equation (18), and the epicyclic model given by equation (26). The former model is dimensionally less demanding, while the latter is more realistic, since it accounts for density and velocity dispersion gradients.

### 3.2 Simulated Schwarzschild models

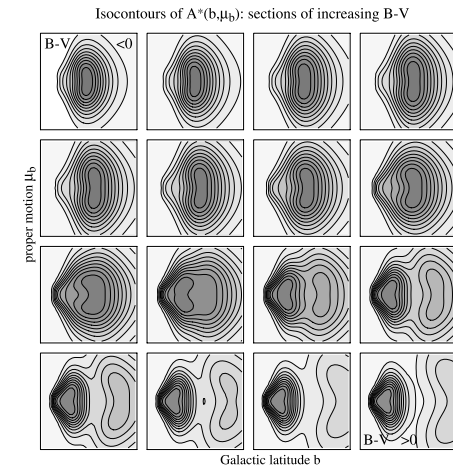
We will first focus on the inversion of equation (8), rather than (A5) or (A8) (which were shown to be equivalent in the zero asymmetric drift approximation) and (24) (which was also shown to be of the same form). Special emphasis is put on the toy model described in Section 2.1 while carrying the inversion on a superposition of four kinematically decoupled populations with distinct main sequence turn-off magnitudes. These are illustrated in Fig. 3, which displays the four fictitious tracks corresponding to increasing kinematic temperature weighted by some IMF on each track. The image in the observed plane ( $\mu_b, b, L, B - V$ ) of these tracks is shown in Fig. 4,

which shows isocontours of  $A^*$  defined by (corresponding to equation 12 with  $c = 3/4$ )

$$A^*[b, \mu_b, L] = A[b, \mu_b, L] \cos(b)$$

$$\times \left\{ \frac{\gamma \sin^r(b) [\mu_b^2 \sec^2(b) + 2\alpha \sin^2(b)]}{2L v^{2-5/3}} \right\}^{3/4} \quad (48)$$

in the  $b, \mu_b$  plane for increasing  $B - V$  at a fixed apparent magnitude  $L = 1/10$ . The multiple kinematic components of the redder sections display distinct extrema for opposite values of  $\mu_b$  at fixed Galactic latitude,  $b$ , and also as a function of  $b$  at fixed proper motions. In all figures,  $\gamma$  is chosen equal to 1 (unless specified



**Figure 4.**  $A^*(b, \mu_b, B - V)$  in the  $b, \mu_b$  plane for increasing  $B - V$  (from left to right and top to bottom) at a fixed apparent magnitude  $L = 1/10$  of the model described in Fig. 3. Interestingly, the multiple kinematic components of the redder sections display distinct extrema for opposite values of  $\mu_b$  at fixed Galactic latitude,  $b$ , and also as a function of  $b$  at fixed proper motions.

**Table 1.** Parameters used for the epicyclic model described in Section 2.3.

Distribution function	Potential	Solar motion
$R_p = 2.5$ kpc	$D = 240$ pc	$R_\odot = 8.5$ kpc
$R_p = 2.5$ kpc	$\Sigma_0 = 48 M_\odot \text{pc}^{-2}$	$V_{\text{LSR}} = 220 \text{ km s}^{-1}$
$R_{\sigma_p} = 10$ kpc	$\rho_{\text{eff}} = 0.0105 M_\odot \text{pc}^{-3}$	$U_\odot = 9 \text{ km s}^{-1}$
$R_{\sigma_p} = 5$ kpc	$\alpha = -0.1$	$V_\odot = 5.2 \text{ km s}^{-1}$
$\sigma_{R_\odot} = 48 \text{ km s}^{-1}$		$W_\odot = 7 \text{ km s}^{-1}$
$\sigma_{z_\odot} = 24 \text{ km s}^{-1}$		
$\rho_\odot = 0.081 M_\odot \text{pc}^{-3}$		

otherwise) and  $\nu$  equal to 3. For simplicity, we also numerically approximate  $K_0$  in equation (11) by a Gaussian, since the matrix elements in equation (37) are then analytic.

### 3.3 Simulated epicyclic models

In order to test the inversion procedure, a set of four HR diagrams with different turn-off luminosity was constructed, assuming a mass–luminosity relation (MLR) and a Salpeter initial mass function (IMF). The LF of each population scales like

$$\Phi_0 \propto L^{-\frac{\sigma}{\tau}}, \quad (49)$$

where  $\tau$  (the slope of the MLR on a logarithmic scale) was set to 3.2, which is characteristic of the main sequence, and  $\sigma$  to 2.35 (the IMF slope). The scaling factor fixes the number of stars in the simulated galaxy. The tracks associated with those HR diagrams were then binned on a  $20 \times 20 \times 4$  grid in the  $[L_0, B - V, \beta]$  space; those HR diagrams represent the absolute luminosity function,  $\Phi_{B-V}(L_0, \beta)$ . The *observed* counts were then computed assuming that each track corresponds to a given kinematic index, and that its distribution can be reproduced by the epicyclic model of the same kinematic index, i.e.,

$$dN(\ell_j, b_j, \mu_{\ell,k}, \mu_{b,l}, L_m, B - V) = a_{i,j,k,l,m,q,s} \times [\Phi_0(B - V)]_{q,s} d\mu_{\ell} d\mu_{b} d\ell \cos b db dL d(B - V), \quad (50)$$

where  $a_{i,j,k,l,m,q,s}$  is given by equation (37). Poisson noise was introduced in corresponding histograms used as input for the inversion procedure. It should be emphasized that constructing such HR diagrams does not challenge the relevance of our physical model, equation (26), but only our ability to recover a given LF. The model LF need not be very realistic at this stage. The parameters of the epicyclic model given in Table 1 were set so as to reproduce the local neighbourhood according to Bienaymé & Séchaud (1997) and Vergely et al. (2001). Fig. 8 shows the assumed and reconstructed HR diagrams for the four populations in the  $[L_0, B - V]$  plane for this model, while Fig. 9 shows the reconstruction error in per cent for those two figures.

## 4 RESULTS

### 4.1 The Schwarzschild models

The above non-parametric inversion technique was implemented on  $19 \times 19 \times 19$  data sets (and up to  $41 \times 41 \times 41$ ) corresponding to measurements in  $X, Y, B - V$  (equation 13). For each  $B - V$  section, we recover  $19 \times 19$  (respectively  $41 \times 41$ ) coefficients  $\mathbf{x}_j$  corresponding to values of  $U, B$ , which implies that our resolution in kinematic dispersion is logarithmic. Fig. 5 shows isocontours of

### The local neighbourhood luminosity function 189

the assumed and reconstructed HR diagram as its decomposition in kinematic dispersion. In this zero-noise, no-bias régime, the relative discrepancy between the data and the projection of the model is less than one part in  $10^3$ , while that between the model and the inversion is lower than 10 per cent (the corresponding loss in accuracy is characteristic of non-parametric deconvolution). Note that the wiggly structures are a property of the model, and are well recovered by the inversion procedure. Fig. 6 shows the actual deprojection overlaid on top of the expected contour of the model in the (logarithmic)  $(\beta, L)$  plane for increasing values of  $B - V$  (the projection of the fit in data space is not displayed, because residuals of the fit would be too small to be seen). Errors in the deprojection are largest for lower contours. Note that the contours in Fig. 5 correspond to sections of the cube shown in Fig. 6 that are orthogonal to those displayed in Fig. 6.

#### 4.1.1 Errors in measurements and finite sample

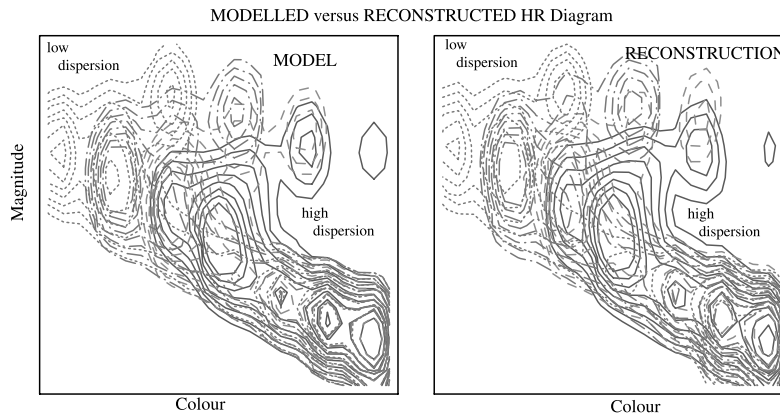
The above results were achieved assuming infinite numbers of stars and no truncation in apparent magnitude. The Poisson noise induced by the finite number of stars (for which accurate photometric and kinematic data are available), as well as the actual error in those measurements, are likely to make the inversion of equation (8) troublesome.

Fig. 7 shows how the error in the recovered HR diagram decreases as a function of the signal-to-noise ratio in the data which, for the sake of simplicity, was assumed to be constant while the noise was taken to be Gaussian (corresponding to the large number of stars per bin). Note that in reality the signal-to-noise ratio will clearly be apparent-magnitude-dependent, and distance-dependent (because of extinction and proper motion errors). Fig. 7 also shows how the truncation in apparent magnitude induces a truncation in absolute magnitude (here we truncate in  $Y$ , since a truncation in  $L$  induces a truncation in  $Y$  but none in  $X$ , given equation 13).

### 4.2 The epicyclic models

The inversion technique has been implemented over a  $36 \times 9 \times 7 \times 7 \times 10 \times 20 \times 4$  model which corresponds to a bin size projected on to the sphere of  $10 \times 10$  degrees in position sampled linearly, seven bins in proper motion ranging from  $-0.2$  to  $0.2 \text{ mas yr}^{-1}$ , and 20 bins in apparent and absolute luminosity corresponding to an integration over the line of sight from 0.1 pc to 4 kpc (those are also linear bins in luminosity, which correspond to a logarithmic binning in radius). The four kinematic indexes (ranging from 0.8 to 120) were set to reproduce a series of discs with density scaleheights ranging from nearly 200 pc to 1 kpc (i.e., corresponding to thin and thick discs). The mean signal-to-noise ratio for these simulation is 2000, ranging from 20 on the giant branches to 70 000 at the bottom of the main sequence.

Fig. 9 shows the reconstruction error in the  $[B - V, L_0]$  plane corresponding to the HR diagram shown in Fig. 8. The main sequence and the different turn-off are well reconstructed (the error lies well below 1 per cent for the faint part of the main sequence, and is less than 10 per cent at the turn-offs). The red giant branch (RGB) is also well reproduced, even though it strongly depends on the age of the population (via  $\beta$ ). This can be understood if we look at the number of stars in the different regions on the  $[B - V, L_0]$  plane. Older (younger) populations have larger (lower) number of stars on the RGB, and the signal-to-noise ratio is increasing (decreasing) correspondingly. We note that the four tracks are recovered without creating any spurious structure. The LFs  $\Phi_\beta(L_0)$



**Figure 5.** *Left:* assumed and *Right:* reconstructed HR diagram together with its decomposition in kinematic temperature. Note that the wiggly structures are a property of the model, and are well recovered by the inversion procedure. The plain, dashed, dot-dashed, short-dashed curves correspond to the four dispersions associated with the four populations with distinct main-sequence turn-off radii shown in Fig. 3.

are recovered within 1 per cent uncertainty (in mean value) for the oldest population, and within 20 per cent for the youngest (note that sometimes the reconstruction error increases up to 100 per cent when no stars are recovered on the RGB).

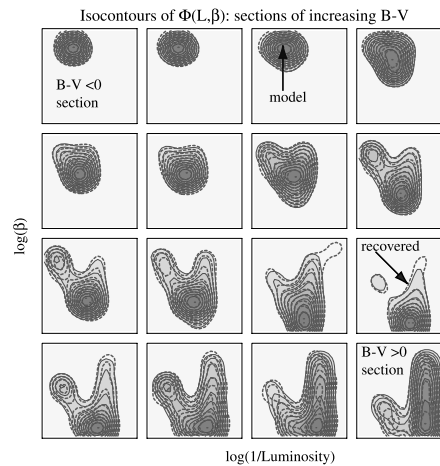
## 5 DISCUSSION AND CONCLUSION

The main result of this paper is a demonstration that the generalized stellar statistic equation including proper motions, equation (2), can be inverted, giving access to both the kinematics and the luminosity function. The inversion was carried for two rather specific functional decompositions of the underlying distribution (namely, constant ratio and possibly singular Schwarzschild ellipsoids plane-parallel models) and a more realistic physical model (the epicyclic Shu model) which accounts for gradients. The inversion assumes that the departure from harmonicity of the vertical potential, and/or the asymmetric drift or the Sun's vertical velocity,  $w_{\odot}$ , are known. Indeed, the break in the potential yields a scale which reflects the fact that statistically the dynamics (i.e., the velocities) gives a precise indication of distances in units of that scale. The asymmetric drift or vertical component of the Sun's velocity provides another energy scale (and therefore a distance scale). The existence of more than one distance scale is mathematically redundant, but practically of interest for the purpose of accounting for local and remote stars.

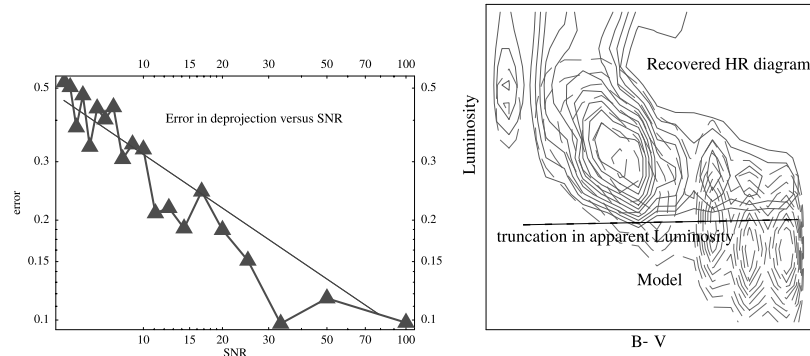
In a nutshell, it was shown in Section 2 that equation (2) has solutions for families of distributions obeying equation (4) (singular ellipsoid) or equation (18) (Schwarzschild ellipsoid). Those solutions are unique, and can be made explicit for a number of particular cases: equation (17) (pin-like velocity ellipsoid), equation (A5) (constant ratio  $\beta_R/\beta_z$ ,  $w_{\odot} \approx 0$ ), equation (A8) (constant ratio  $\beta_R/\beta_z$  and  $\beta_d/\beta_z$ , either with  $v_{\odot} \approx v_d$ ,  $w_{\odot} \approx 0$ , or with  $v_{\odot} - v_d \neq 0$ ,  $w_{\odot} \neq 0$  and  $\chi \approx 0$ : statistical secular parallaxes). In all other instances, the solution can be found via the general non-parametric inversion procedure described in Section 3.1.1, the only constraint being the computation of the model matrix generalizing equation (37) (which might require numerical integration, as shown for instance in Section 2.3); in this

more general framework it remains also to demonstrate that the inversion will converge towards a solution which is *unique*. For instance, in the régime where the epicyclic model has been tested (Section 3.3) a unique solution seems to be well defined. The LF of each kinematical component is well recovered throughout the HR diagram.

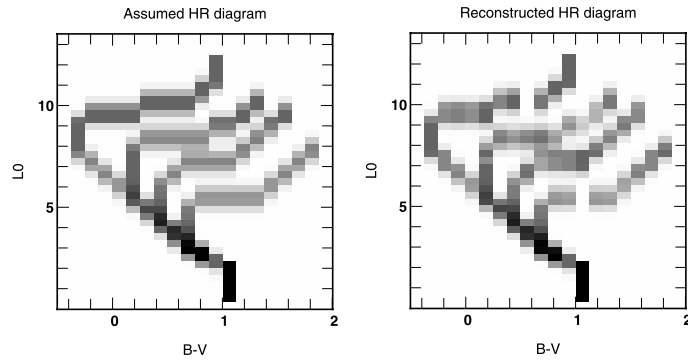
More tests are required before applying the method to real data, and are postponed to a companion paper (Siebert et al., in preparation). For a given vertical potential, it appears that the modelling of star counts indexed by proper motion  $A_{\lambda}(m, \mu_t, \mu_b)$ :



**Figure 6.** Assumed model (plain line, filled contour) and non-parametric deprojection (dashed line) overlaid on top of the expected contours in the  $(\log L/L, \log \beta)$  plane for increasing  $B - V$  sections. Errors in the deprojection are largest for lower contours. Note that these sections are orthogonal to those superposed in Fig. 5.



**Figure 7.** *Left panel:* The mean absolute residual of the luminosity function,  $\sum_{ij} |\Phi_{ij}^{\text{recov}} - \Phi_{ij}^{\text{input}}| / \sum_{ij} |\Phi_{ij}^{\text{input}}|$  versus the signal-to-noise ratio in logarithmic coordinates. This graph demonstrates that the non-parametric inversion sketched in Section 3.1.1 is robust with respect to sampling or measurement noise. *Right panel:* The effect of truncation in magnitude on the main sequence: plain line: recovered HR diagram with a truncated data set; dashed line: recovered HR diagram without truncation. As expected, the truncation in apparent magnitude removes the information at the bottom of the main sequence.



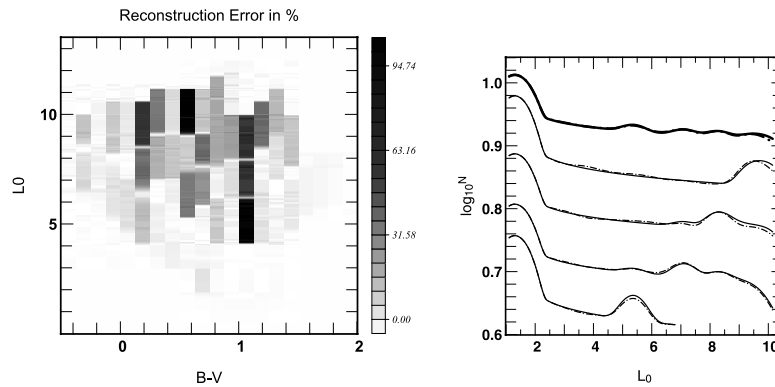
**Figure 8.** *Left:* Assumed HR diagram for the epicyclic model. The four populations have distinct turn-off point and kinematic index. *Right:* Reconstructed HR diagram.  $L_0$  is expressed in unit of  $L_{\odot}$ . Note that all four populations are well recovered. The main sequence and turn-off are reconstructed within 10 per cent error (less than 1 per cent for the lower part of the main sequence due to the large number of stars in that part of the HR diagram). The giant branch is also recovered, although the reconstruction error is higher.

$l, b$ ) has a solution for most model parameters. Many different models based on distinct *priors* have produced realistic magnitude and colour star counts, but failed to predict proper motion measurements accurately [for instance, note that the Besançon model – which relies on a nearly dynamical consistent model – produces a good fit to proper motion surveys (Ojha et al. 1994), while dynamically inconsistent models are more problematic (Ratnatunga, Bahcall & Casertano 1989)].

It should be emphasized that the inversion method presented in Section 3.1.1 is a true deconvolution, and should give access to a kinematically indexed HR diagram. Together with some model of the time evolution of the different kinematic components (via, say, a disc-heating mechanism), the indexing could be translated into one on a cosmological time, hence providing a non-parametric measurement of the local neighbourhood LF which is complementary to that obtained by evolutionary track fitting with an assumed IMF and star formation rate (see, e.g., Hernandez, Valls-Gabaud &

Gilmore 1999). Note that, conversely, the agreement between the standard direct method to predict the local LF and the method presented here could be used to measure the Galactic potential.

The deepest photometric and proper motion of whole sky survey available is the Tycho-2 catalogue (Høg et al. 2000), which is a new reduction of the Tycho data (Høg et al. 1998). Many Tycho stars are disc giants and subgiants covering a large range of distances; the method developed here can be applied to these stars, and will allow us to recover their LF without any prior information from stellar evolution tracks. We intend in a forthcoming paper to apply the method presented here to the Tycho-2 catalogue (Høg et al. 1998) and to other proper motion catalogues in order to determine the LF of stars in the solar neighbourhood. We will investigate the limitations introduced by a magnitude-limited catalogue, by the finite size of catalogues, and also by our limited knowledge of the Galactic potential. Reddening is also bound to be a concern, since it will bias apparent luminosities as a function of  $l$  and  $b$ . If



**Figure 9.** *Left panel:* Reconstruction error in the  $[B - V, L_0]$  plane for the epicyclic model shown in Fig. 8. *Right panel:* Model versus recovered luminosity function  $\Phi_{\beta}(L_0)$  for the four kinematic indexes corresponding to the oldest population (lower curve) to the youngest (upper curve). The LFs are plotted on a logarithmic scale and arbitrary normalized. The curves corresponding to the two kinematic index where shifted along the  $y$ -axis. Plain lines correspond to the model LF, while dot-dashed lines are the reconstructed LF. Note that the LF is well reconstructed for the main sequence (at low luminosity) and for the turn-off. The total LF summed over the kinematic index is also displayed as the top thick lines. The bumps at low and high luminosity are properties of the model and correspond to the lower part of the main sequence and to the subgiant branch of each population.

the reddening is diffuse and the absorbing component law is known, the kernel of e.g., equation (10) will simply be modified accordingly. Alternatively, multicolour photometry could be sufficient to constrain the spatial extinction law. Of course, the dimensionality of the problem is increased by the number of colour bands used, since the analysis must be carried while accounting for all colours simultaneously.

The final error on the recovered LFs will depend on the photometric errors of the observational catalogue ( $\sim 0.1$  for the Tycho-2 catalogue down to 0.013 for  $V_T < 9$ ,  $\sim 0.05$ – $0.10$  for photographic surveys). It will also depend on the relative proper motion accuracy  $[\delta(m) \sim 2\delta(\mu)/\sigma_{\mu}]$ , with  $\sigma_{\mu}$  the typical dispersion for a stellar group at a given distances). With the Tycho-2 catalogue completed by proper motions (with an accuracy of  $2.5 \text{ mas y}^{-1}$ ), and for disc giants with velocity dispersions from 10 to  $50 \text{ km s}^{-1}$  and proper motion dispersions from 2 to  $10 \text{ mas y}^{-1}$ , the accuracy on the recovered LF will be limited to about 0.5 mag. Closer (and fainter) stars with proper motions from photographic catalogues will constrain the lower part of the LF with a higher accuracy.

In the next decade, sky surveys by the *Fame*, *Divia* and *GAIA* satellites will probe the Galactic structure in superb detail, giving directly access to larger volumes of the 6D stellar phase space of the Galaxy. It will remain that farther out, only proper motions and photometry will have sufficient accuracy and generalization of methods such as that derived here will be used to extrapolate our knowledge of the kinematic and LFs of the Galaxy and its satellites. For instance, Appendix B sketches the possible inversion of an external globular cluster LF with *GAIA*-quality photometry.

#### ACKNOWLEDGMENTS

We thank J. L. Vergely for early stimulating discussions on this project, and E. Thiébaud for fruitful comments.

#### REFERENCES

Bahcall J. N., Soneira R. M., Schmidt M., 1983, *ApJ*, 265, 730

- Bienaymé O., Séchaud N., 1997, *A&A*, 323, 781  
 Binney J., Merrifield M., 1998, *Galactic Astronomy*. Princeton Series in Astronomy, Princeton Univ. Press, Princeton  
 Bok B. J., 1937, *The Distribution of Stars in Space*. Univ. Chicago Press, Chicago  
 Buser R., Kaeser U., 1985, *A&A*, 145, 1  
 Dejonghe H., 1993, in Dejonghe H., Habing H. J., eds, *Proc. IAU Symp.* 153, *Galactic Bulges*. Kluwer, Dordrecht, p. 73  
 Fadda D., Slezak E., Bijaoui A., 1998, *A&AS*, 127, 335  
 Gould A., Flynn C., Bahcall J. N., 1998, *ApJ*, 508, 798  
 Haywood M., Robin A. C., Crézé M., 1997a, *A&A*, 320, 428  
 Haywood M., Robin A. C., Crézé M., 1997b, *A&A*, 320, 444  
 Hernandez X., Valls-Gabaud D., Gilmore G., 1999, *MNRAS*, 304, 705  
 Høg E., Kuzmin A., Bastian U., Fabricius S., Kuimov K., 1998, *A&A*, 335, L65  
 Høg E. et al., 2000, *A&A*, 355, L27  
 Lucy L., 1994, *A&A*, 289, 983  
 Merritt D., 1996, *AJ*, 112, 1085  
 Mihalas D., Binney J., 1981, *Galactic Astronomy: Structure and Kinematics*. W. H. Freeman & Company  
 Ojha D. K., Bienaymé O., Robin A. C., Mohan V., 1994, *A&A*, 290, 771  
 Pichon C., Thiébaud E., 1998, *MNRAS*, 301, 419  
 Pritchett C., 1983, *AJ*, 88, 1476  
 Ratnatunga K. U., Bahcall J. N., Casertano S., 1989, *ApJ*, 339, 106  
 Reid I. N., Yan L., Majewski S., Thompson I., Smail I., 1996, *AJ*, 112, 1472  
 Robin A., Crézé M., 1986, *A&AS*, 64, 53  
 Shu F. H., 1969, *ApJ*, 158, 505  
 Titterton D. M., 1985, *A&A*, 144, 381  
 Vergely J.-L., Egret D., Köppen J., Bienaymé O., 2001, *A&A*, submitted  
 von Seeliger H. H., 1898, *Abh. K. Bayer Akad Wiss Ser II Kl.* 19, 564  
 Wahba G., 1990, *Spline models for Observational Data*. CBMS-NSF Regional Conf. Ser. App. Mathematics Soc. Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia  
 Wahba G., Wendelberger J., 1979, *Monthly Weather Review*, 108, 1122

#### APPENDIX A: ASYMPTOTIC ANALYTIC SOLUTIONS FOR THE SCHWARZSCHILD MODEL

Let us demonstrate that equation (2) has explicit analytic solutions



for families of distributions obeying (18), using the inversion procedure sketched in Section 2.1.

### A1 Slices towards the Galactic Centre

For the sake of simplicity, let us first restrict the analysis to  $u_{\odot} = v_{\odot} = w_{\odot} = 0$  and assume first that we have measurements only in the direction  $\ell = 0$ . The integration over  $u_r$  then yields

$$\int f_{\beta}(r, \mathbf{u}) du_r = \sqrt{\frac{\beta_b \beta_{\phi}}{4\pi^2}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}[\beta_{\phi}(u_{\ell} - \bar{v}_{\phi})^2 + \beta_b u_b^2] - \beta_z \psi_c(z)\right\}, \quad (\text{A1})$$

where

$$\beta_b^{-1} = \beta_R^{-1} \sin^2(b) + \left[\frac{r_{\odot} - r \cos(b)}{R}\right]^2 \beta_z^{-1} \cos^2(b). \quad (\text{A2})$$

Without loss of generality, let us integrate over  $u_{\ell}$ :

$$\int \int f_{\beta}(r, \mathbf{u}) du_r du_{\ell} = \sqrt{\frac{\beta_b}{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\beta_b u_b^2 - \beta_z \psi_c(z)\right]. \quad (\text{A3})$$

At large distances from the Galactic Centre, both  $R$  and  $r_{\odot}$  are large compared to  $r$ , and equation (A2) becomes

$$\bar{\beta}_b^{-1} = \beta_R^{-1} \sin^2(b) + \beta_z^{-1} \cos^2(b). \quad (\text{A4})$$

Let us now also assume that  $\beta_R$  and  $\beta_z$  are known monotonic functions of a unique parameter  $\beta$ . We may now convolve equation (A3) with the LF sought,  $\Phi[Lr^2, \beta]$ , so that

$$A[b, \mu_b, L] = \int \int \sqrt{\frac{\bar{\beta}_b}{2\pi}} \Phi[Lr^2, \beta] \times \exp\left[-\frac{1}{2}r^2 \bar{\beta}_b \mu_b^2 - \beta_z \psi_c[r \sin(b)]\right] r^3 dr d\beta. \quad (\text{A5})$$

Equation (6) appears now as a special case of equations (A4) and (A5) corresponding to  $\beta_R \rightarrow \infty$ . Even though the convolution in equation (A5) is less straightforward than that of equation (8), and so long as  $\psi_c$  is not purely harmonic, equation (A5) will have a non-trivial solution for  $\Phi$ . In particular, if the ratio of velocity dispersions  $\beta_R/\beta_z$  is assumed constant, equation (8) still holds but with  $\beta = \beta_z$ , and  $x$  replaced by  $x'$  defined by

$$x' = \alpha \frac{\sin^2(b)}{L} + \frac{\mu_b^2}{2L \cos^2(b) + \xi 2L \sin^2(b)}, \quad \text{where } \xi = \frac{\beta_z}{\beta_R},$$

$$\text{with } A'[b, \mu_b, L] = A[b, \mu_b, L] \sqrt{1 + \xi \tan^2(b)}.$$

Note that if  $v_{\odot}$  and  $w_{\odot}$  are not negligible, equation (A5) becomes

$$A[b, \mu_b, L] = \int \int \sqrt{\frac{\bar{\beta}_b}{2\pi}} \Phi[Lr^2, \beta] \exp\left\{-\frac{1}{2}\bar{\beta}_b [u_b + \cos(b)w_{\odot}]^2 - \beta_z \psi_c[r \sin(b)]\right\} r^3 dr d\beta, \quad (\text{A6})$$

and is of the form discussed below as equation (A8) with  $\ell = 0$ .

### A2 Slices away from the Galactic Centre

For any direction  $\ell \neq 0$  when  $r_{\odot} \rightarrow \infty$ , the kinetic dispersion

### The local neighbourhood luminosity function 193

(replacing in equation A4) along Galactic latitude is given by

$$\bar{\beta}_b^{-1} = (\beta_R^{-1} \cos^2 \ell + \beta_{\phi}^{-1} \sin^2 \ell) \sin^2 b + \beta_z^{-1} \cos^2 b,$$

and equation (6) is replaced by

$$A[b, \ell, \mu_b, L] = \int \int \sqrt{\frac{\bar{\beta}_b}{2\pi}} \Phi[Lr^2, \beta] \exp\left\{-\hat{\beta}_b [r \mu_b + \cos(b)w_{\odot}] - \sin(b) \sin(\ell)(v_{\odot} - \bar{v}_{\phi})^2 - \beta_z \psi_c[r \sin(b)r^3 dr d\beta]\right\}, \quad (\text{A7})$$

which can be rearranged as (again with  $\beta = \beta_z$ )

$$L^2 \cos(b) A_2[b, \ell, \mu_b, L] = \int \int \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \Phi[u^2, \beta] \times \exp[-\beta u^2 x_2 + \beta u y_2 - \beta z_2 - \beta \chi(uy)] u^3 du d\beta, \quad (\text{A8})$$

with  $z_2$  given by equation (25),

$$x_2 = \alpha \frac{\sin^2(b)}{L} + \frac{\mu_b^2}{2L \cos^2(b) + 2L \sin^2(b)[\xi_R \cos^2(\ell) + \xi_{\phi} \sin^2(\ell)]}, \quad (\text{A9})$$

$$y_2 = \frac{\mu_b [(v_{\odot} - \bar{v}_{\phi}) \sin b \sin \ell - w_{\odot} \cos b]}{\sqrt{L \cos^2(b) + \sqrt{L \sin^2(b)[\xi_R \cos^2(\ell) + \xi_{\phi} \sin^2(\ell)]}}, \quad (\text{A10})$$

$$A_2[b, \ell, \mu_b, L] = A[b, \mu_b, L] \times \sqrt{1 + \tan^2(b)[\xi_R \cos^2(\ell) + \xi_{\phi} \sin^2(\ell)]},$$

where  $\xi_R = \frac{\beta_z}{\beta_R}$ ,  $\xi_{\phi} = \frac{\beta_z}{\beta_{\phi}}$ . (A11)

In the region where the asymmetric drift and the  $z$ -component of the Sun's velocity can be neglected,  $v_{\odot} \approx \bar{v}_{\phi}$  and  $w_{\odot} \approx 0$ ,  $y_2$  and  $z_2$  vanish and equation (A8) is formally identical to equation (10); once again the solution of equation (A8) is given by equation (17) with the appropriate substitutions. Alternatively, in the regions where either  $w_{\odot}$  or  $v_{\odot} - \bar{v}_{\phi}$  cannot be neglected, equation (A8) has a unique solution even if  $\chi \neq 0$ , which can be found along the section  $\mu_b = 0$  (note that when  $r_{\odot} \rightarrow \infty$ , we can always assume  $u_{\odot} = 0$  by changing the origin of Galactic longitude,  $\ell$ ). Indeed, equation (A8) becomes equation (24), which is of the form described in Section 2.1.2 with  $\nu = 0$ ,  $x_3$  replacing  $x$ , and  $z_2$  replacing  $y$ ; the corresponding solution is found by following the same route. It is analogous to statistical secular parallaxes (note, none the less, that the section  $\mu_b = 0$  might not be sufficient to carry the inversion without any truncation bias, since  $\log(z_2)$  spans  $]-\infty, Z[$  when  $b$  and  $\ell$  vary with  $Z$  as a function of  $\xi_R$ ,  $\xi_{\phi}$ ,  $w_{\odot}$  and  $(v_{\odot} - \bar{v}_{\phi})$ ).

Turning back to equation (A8), it remains true that for more general  $\chi$  the equation can still be inverted via the kernel,  $K_2(x_2, y_2, z_2, y|u, \beta)$ , which depends explicitly on  $\chi$ :

$$K_2(x_2, y_2, z_2, y|u, \beta) = \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \times \exp[-\beta u^2 x_2 + \beta u y_2 - \beta z_2 - \beta \chi(uy)] u^3.$$

Note that the multidimensionality of the kernel,  $K_2$ , is not a problem from the point of view of a  $\chi^2$  non-parametric minimisation described in Section 3.

**APPENDIX B: EXTERNAL SPHERICAL ISOTROPIC CLUSTERS**

Consider a satellite of our Galaxy assumed to be well described as a spherical isotropic cluster with an LF indexed by this kinematic temperature. Let  $4\pi^2 A_\lambda(\mu_b, L, R) \mu d\mu dL dR$  be the number of stars which have proper motions,  $\mu^2 = \mu_b^2 + \mu_L^2$ , and apparent luminosity  $L$  at radius  $R$  from the centre at the wavelength  $\lambda$ . This quantity is a convolution of the distribution function  $f(\varepsilon, \beta)$  (a function of energy,  $\varepsilon$ , and  $\beta \equiv 1/\sigma^2$ ) and the luminosity function,  $g_\lambda(L_0, \beta)$ , a function of the intrinsic luminosity,  $L_0$ , the population,  $\beta$ , and wavelength  $\lambda$ :

$$A_\lambda(\mu, L, R) = \iiint f(\varepsilon, \beta) g_\lambda(\beta, Lr^2) d\beta dz dv_z, \quad (\text{B1})$$

which can be rearranged as

$$A_\lambda(\mu, L, R) = 4 \iiint f(\varepsilon, \beta) g_\lambda(\beta, Lr^2) \times \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - R^2}} \frac{d\varepsilon}{\sqrt{2(\psi + \varepsilon) - v^2}} d\beta, \quad (\text{B2})$$

where  $v^2 = \mu^2 r^2$  is the velocity in the plane of the sky,  $r'^2 = (r^2 - R^2 + r_\odot^2)$  the distance to the observer,  $r_\odot$  the distance to the cluster, and  $r$  the distance to the cluster centre. The potential can be derived non-parametrically from the projected density (using Jeans's equation). Indeed, the mass enclosed within a sphere of radius  $r$  reads

$$M_{\text{dyn}}(< r) = r^2 \frac{d\psi}{dr} = -\frac{r^2}{\rho} \frac{d(\rho\sigma^2)}{dr}, \quad (\text{B3})$$

where  $\psi(r)$  is the gravitational potential,  $\rho(r)$  the density, and  $\sigma(r)$  the radial velocity dispersion. The surface density is related to the density via an Abel transform:

$$\Sigma(R) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(r) dz = 2 \int_R^{\infty} \rho(r) \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - R^2}} \equiv \mathcal{A}_R(\rho), \quad (\text{B4})$$

where  $\Sigma(R)$  is the projected surface density, and  $R$  the projected radius as measured on the sky. Similarly, the projected velocity dispersion  $\sigma_p^2$  is related to the intrinsic velocity dispersion,  $\sigma^2(r)$ , via the *same* Abel transform (or projection)

$$\Sigma(R) \sigma_p^2(R) = 2 \int_R^{\infty} \rho(r) \sigma^2(r) \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - R^2}} \equiv \mathcal{A}_R(\rho\sigma^2). \quad (\text{B5})$$

Note that  $\Sigma(R) \sigma_p^2$  is the projected kinetic energy density divided by 3 (corresponding to one degree of freedom), and  $\rho(r) \sigma^2$  the kinetic energy density divided by 3. Inserting equations (B4) and (B5) in

equation (B3) yields

$$M_{\text{dyn}}(< r) = -\frac{r^2}{\mathcal{A}_r^{-1}(\Sigma)} \frac{d\mathcal{A}_r^{-1}(\Sigma\sigma_p^2)}{dr},$$

$$\text{while } \rho(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{d}{dr} M_{\text{dyn}}(< r) \text{ and } \nabla^2 \psi = -4\pi G \rho. \quad (\text{B6})$$

The underlying isotropic distribution is given by an inverse Abel from the density:

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{8\pi^2}} \int \frac{d^2\rho}{d\psi^2} \frac{d\psi}{\sqrt{\varepsilon - \psi}} \equiv \int_0^\infty F(\beta) \exp(-\beta\varepsilon) d\beta, \quad (\text{B7})$$

where an isothermal decomposition over temperature  $\beta$  was assumed for the distribution function (this assumption is not required: any parametrized decomposition is acceptable). So

$$F(\beta) = \mathcal{L}^{-1}[f(\varepsilon)] = \mathcal{L}^{-1}\{\mathcal{A}^{-1}[\mathcal{A}^{-1}(\Sigma)]\}, \quad (\text{B8})$$

where  $\mathcal{L}$  is the Laplace operator.

Calling

$$G[Y] = \int_0^Y \frac{\exp(-X) dx}{\sqrt{Y-X}} = \sqrt{\pi} \text{Erfi}(\sqrt{Y}) e^{-Y},$$

$$g_1(\beta, Lr^2) = g_\lambda(\beta, Lr^2) F(\beta) \beta^{-3/2}, \quad (\text{B9})$$

equation (B2) becomes

$$A_\lambda(\mu, L, R) = 2\sqrt{2} \int_0^\infty \left[ \int_R^\infty G\left\{ \beta \left[ \frac{\mu^2(r^2 - R^2 + r_\odot^2)}{2} - \psi(r) \right] \right\} \times g_1[\beta, L(r^2 - R^2 + r_\odot^2)] \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - R^2}} \right] d\beta \quad (\text{B10})$$

where  $G$  is a known kernel, while  $g_\lambda$  is the unknown LF sought. Equation (B10) is the direct analogue of equation (8). It will be invertible following the same route with *GAI*A photometry. (With today's accuracy in photometry, for a typical globular cluster at a distance  $r_\odot$  of, say, 10 kpc, the relative positions within the cluster are negligible with respect to  $r_\odot$ :  $r^2 - R^2 \ll r_\odot^2$ ; therefore

$$A_\lambda(\mu, L, R) = 2\sqrt{2} \int_0^\infty \left[ \int_R^\infty G\left\{ \beta \left[ \frac{\mu^2 r_\odot^2}{2} - \psi(r) \right] \right\} \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - R^2}} \right] \times g_1(\beta, Lr_\odot^2) d\beta.$$

$L$  is then also mute, and the inversion problem shrinks to one involving finding the relative weights,  $g_\lambda[\beta]$  of a known distribution.

This paper has been typeset from a  $\text{\TeX}/\text{\LaTeX}$  file prepared by the author.

# 14

## Conclusion Générale & Perspectives

Nous avons abordé dans les chapitres précédents plusieurs aspects de l'étude de la Galaxie et de ses composantes. Tout d'abord, dans la première partie, nous avons étudié un échantillon d'étoiles géantes en direction du pôle nord Galactique. Celui-ci a été observé avec le spectrographe Elodie de l'observatoire de Haute-Provence afin de déterminer les propriétés des populations stellaires du disque ainsi que la forme du potentiel vertical. Nous avons identifié dans cet échantillon deux populations, correspondant à la composante vieille du disque mince et au disque épais, et estimé les paramètres caractéristiques de ces dernières (métallicité moyenne, densité locale et dispersions de vitesses). Si les différents paramètres estimés pour le disque mince sont compatibles avec notre connaissance de ce dernier, nous avons obtenu pour le disque épais des paramètres qui favorisent une population dense et plate avec une cinématique modérée. De plus, le fait que nous obtenions une population distincte du disque mince nous permet de favoriser un modèle de formation via l'accrétion d'un satellite pour cette population.

L'étude dynamique de cet échantillon nous a également permis de confirmer les résultats Hipparcos sur la distribution locale de matière noire et la détermination de la limite de Oort. En effet, nous ne trouvons pas de désaccord entre la densité locale de matière visible et la densité locale mesurée par l'étude dynamique. Ceci indique qu'il n'est pas nécessaire de faire appel à une composante de matière noire distribuée sous la forme d'un disque pour expliquer la dynamique du voisinage solaire (néanmoins le halo de matière noire doit exister). De plus, nous apportons la première mesure de l'échelle de hauteur de la matière associée au potentiel vertical ( $D = 392_{-121}^{+328}$  pc). Celle-ci est compatible avec l'échelle de hauteur de la composante vieille

du disque mince, indiquant que cette dernière domine la distribution de masse dans le voisinage solaire.

Enfin, nous avons combiné les mesures de métallicité et de vitesses des étoiles de l'échantillon afin de déterminer l'histoire de la formation stellaire. Notre détermination est qualitativement en accord avec les déterminations précédentes. Nous retrouvons les époques (nommées A B et C) identifiées dans les études antérieures, néanmoins nous obtenons un désaccord sur la valeur relative des pics. Celui-ci peut cependant être expliqué par un effet de la sélection en couleur dans notre échantillon qui induit un biais vers les fortes métallicités et ainsi augmente la valeur relative des pics récents par rapport aux pics anciens.

Dans la seconde partie de la thèse, nous avons présenté une étude préliminaire utilisant une méthode d'inversion afin de reconstruire les fonctions de luminosités des populations stellaires à partir d'un catalogue contenant la photométrie et les mouvements propres. Nous avons montré que l'inclusion de la cinématique dans l'équation de la statistique stellaire permet de lever la dégénérescence entre la distance et la magnitude absolue dans cette équation.

La méthode proposée a été testée dans plusieurs cas idéaux. Ceci nous a permis de quantifier la qualité de reconstruction en fonction du nombre d'étoiles d'un catalogue (ceci correspond au rapport signal sur bruit dans les comptages). Nous avons montré que, dans la limite d'un faible rapport signal sur bruit, il devient nécessaire d'ajouter une contrainte de positivité à la solution, afin de rester dans un régime physique. Dans ce contexte, nous avons proposé une méthode simple (quoique sous-optimale) permettant d'imposer la positivité tout en conservant la méthode initiale. La positivité permet d'améliorer de façon significative la qualité de reconstruction. En effet la valeur maximale des pics est retrouvée avec une précision de l'ordre de 4% dans le modèle testé. De plus, les structures artificielles, présentes dans la reconstruction par la méthode initiale, sont supprimées avec la méthode imposant la positivité. Ainsi, même à faible rapport signal sur bruit, il est possible de retrouver avec précision les fonctions de luminosités des populations stellaires, ce qui permettra de mesurer l'âge et la métallicité de ces dernières.

Enfin, nous avons validé la méthode dans le cas d'un modèle composé de quatre populations d'âge et de cinématique différentes. La validation montre que la qualité de reconstruction dans ce modèle dépend de la position dans le diagramme HR. Ceci est directement relié au nombre d'étoiles associé aux différentes régions du diagramme HR, la reconstruction étant meilleure dans les régions denses comme le bas de la séquence principale, que dans les régions comme la branche des géantes où la densité est plus faible. Cependant, la position des différentes parties des diagrammes HR, comme le *turn-off* ou la séquence principale, est correctement retrouvée. Ainsi, les différentes quantités, comme l'âge et la métallicité des populations stellaires, peuvent être retrouvées à partir du diagramme HR reconstruit par la méthode inverse.

Le relevé Tycho-2 (plus de deux millions de sources) permettra dans un premier temps de fournir un test fiable de la méthode inverse, présentée dans la deuxième partie, sur des données réelles pour le voisinage solaire. L'arrivée de grands relevés incluant les mouvements propres tels que l'USNO-B1 (plus d'un milliard de sources) permettra vraisemblablement d'obtenir la fonction de luminosité du halo stellaire avec la méthode proposée. Cela nécessitera cependant l'extension de la méthode de manière à inclure des populations dont la fonction de distribution est différente de celle du disque. De plus, il devrait être possible de distinguer les différentes populations stellaires constituant le disque épais et ainsi d'obtenir des contraintes sur sa formation.

Plus ancré dans la première partie de cette thèse, l'avènement des instruments multi-fibres tels que GIRAFFE sur le VLT ou encore le 6dF et 2dF sur les télescopes de l'AAT permettent aujourd'hui d'observer un nombre important d'étoiles dans un même champ en une seule pose. Ainsi, il devient possible de mettre en place d'importants survey spectroscopiques.

Dans ce cadre, le projet RAVE, qui utilisera l'instrument 6dF pour ses phases préliminaires, mais un instrument spécifique pour le survey complet, a pour objectif un survey spectroscopique complet jusqu'à la magnitude 15 des étoiles de la Galaxie. La mesure de la vitesse radiale ainsi que de la métallicité (et peut-être d'autres éléments notamment  $[\alpha/\text{Fe}]$  cf. Munari & Switzer (2002)), combinée aux catalogues contenant les mouvements propres et les magnitudes, nous renseignera sur la structure de l'espace des phases et sur les populations stellaires. Il sera également possible de vérifier l'existence d'une relation âge-métallicité-dispersion de vitesses qui est aujourd'hui controversée. RAVE donnera la possibilité de répondre à un grand nombre de questions sur la structure, l'évolution et la formation des populations stellaires. De plus, la réobservation d'une fraction des étoiles donnera la première estimation fiable du taux de binarité.

Enfin, en 2010, l'ESA lancera le satellite GAIA qui mesurera la parallaxe (avec une précision supérieure à  $10\mu\text{as}$  pour  $G < 15$ ) et les magnitudes dans différentes bandes photométriques pour environ un milliard d'étoiles (10% de la Galaxie). De plus, cette mission fournira les mouvements propres et les vitesses radiales pour une fraction significative de l'échantillon. Les données de ce satellite apporteront des contraintes à tous les niveaux de l'étude de la Galaxie (structure du milieu interstellaire, populations stellaires, sous-structures dans le halo, etc.).



# Bibliographie

- Acker, A., Ochsenbein, F., Stenholm, B., et al. 1992, The Strasbourg-ESO Catalogue of Galactic Planetary Nebulae (Strasbourg : ESO)
- Arenou, F. & Luri, X. 1999, in Harmonizing Cosmic Distance Scales in a Post-HIPPARCOS Era, Eds. : D. Egret and A. Heck, ASP Conf. Ser., Vol. 167, 13
- Armandroff, T. E. 1989, *AJ*, 97, 375
- Bahcall, J. N. 1984a, *ApJ*, 276, 169
- . 1984b, *ApJ*, 287, 926
- Bahcall, J. N. & Casertano, S. 1986, *ApJ*, 308, 347
- Bahcall, J. N., Flynn, C., & Gould, A. 1992, *ApJ*, 389, 234
- Bahcall, J. N. & Soneira, R. M. 1980, *ApJS*, 44, 73
- . 1984, *ApJS*, 55, 67
- Baranne, A., Queloz, D., Mayor, M., et al. 1996, *A&AS*, 119, 373
- Barbier-Brossat, M. & Figon, P. 2000, *A&AS*, 142, 217
- Beaulieu, S. F., Freeman, K. C., Kalnajs, A. J., Saha, P., & Zhao, H. 2000, *AJ*, 120, 855
- Bell, D. C. 1996, PhD thesis, University of Illinois
- Bergeat, J., Knapik, A., & Rutily, B. 2002, *A&A*, 385, 94
- Bienaymé, O. 1999, *A&A*, 341, 86
- Bienaymé, O., Robin, A., & Crézé, M. 1987, *A&A*, 180, 94
- Bienaymé, O. & Séchaud, N. 1997, *A&A*, 323, 781
- Binney, J., Dehnen, W., & Bertelli, G. 2000, *MNRAS*, 318, 658
- Binney, J. & Evans, N. W. 2001, *MNRAS*, 327, L27

- Binney, J., Gerhard, O., & Spergel, D. 1997, MNRAS, 288, 365
- Binney, J. & Lacey, C. 1988, MNRAS, 230, 597
- Binney, J. & Merrifield, M. 1998, Galactic Astronomy (Princeton University Press, (Princeton series in astrophysics))
- Binney, J. & Tremaine, S. 1987, Galactic Dynamics (Princeton University Press, (Princeton series in astrophysics))
- Bissantz, N. & Gerhard, O. 2002, MNRAS, 330, 591
- Bond, J. R., Cole, S., Efstathiou, G., & Kaiser, N. 1991, ApJ, 379, 440
- Bukert, A., Truran, J. W., & Hensler, G. 1992, ApJ, 391, 651
- Burbidge, E. M., Burbidge, G. R., Fowler, W. A., & Hoyle, F. 1957, Rev. Mod. Phys., 29, 547
- Buser, R., Rong, J., & Karaali, S. 1998, A&A, 331, 934
- . 1999, A&A, 348, 98
- Carlberg, R. G. & Sellwood, J. A. 1985, ApJ, 292, 79
- Carney, B. W., Latham, D. W., & Laird, J. B. 1989, AJ, 97, 423
- Celeux, G. & Diebolt, J. 1986, Rev. Statistique Appliquée, 35, 36
- Chabrier, G. 2000, ApJ, 567, 304
- Chen, B. 1997, ApJ, 491, 181
- . 1999, A&A, 344, 494
- Chen, B., Stoughton, C., Smith, J. A., & et al. 2001, ApJ, 553, 184
- Chereul, E., Crézé, M., & Bienaymé, O. 1998, A&A, 340, 384
- . 1999, A&AS, 135, 5
- Chiba, M. & Beers, T. C. 2000, AJ, 119, 2843
- Corder, S. & Twarog, B. A. 2001, AJ, 122, 895
- Crézé, M., Chereul, E., Bienaymé, O., & Pichon, C. 1998, A&A, 329, 920
- Dahn, C. C., Liebert, J. W., Harris, H., & Guetter, H. C. 1995, in ESO Workshop on : the Bottom of the Main Sequence and Beyond, Ed. : C. G. Tinney (Heidelberg :Springer), 239



- de Vaucouleurs, G., de Vaucouleurs, A., Corwin, H. G., et al. 1991, Third Reference Catalog of Bright Galaxies (RC3) (Austin : the university of Texas Press)
- Dehnen, W. 1998, *AJ*, 115, 2384
- Dehnen, W. & Binney, J. J. 1998a, *MNRAS*, 294, 429
- . 1998b, *MNRAS*, 298, 387
- Dejonghe, H. 1993, in Galactic Bulges. IAU symposium No. 153. eds. H. Dejonghe & H. J. Habing (Kluwer : Dordrecht), 73
- Dohm-Palmer, R. C., Helmi, A., Morrison, H., et al. 2001, *ApJ*, 555, 37
- Drimmel, R. & Spergel, D. N. 2000, *MNRAS*, 313, 392
- Edvardsson, B., Andersen, J., Gustafsson, B., et al. 1993, *A&A*, 275, 101
- Eggen, O. J. 1979, *ApJS*, 39, 89
- . 1980, *ApJS*, 43, 457
- . 1992, *AJ*, 103, 1302
- Eggen, O. J., Lynden-Bell, D., & Sandage, A. R. 1962, *ApJ*, 136, 748
- Englmaier, P. & Gehrard, O. E. 1999, *MNRAS*, 304, 512
- ESA. 1997, The HIPPARCOS and TYCHO catalogues. Astrometric and photometric star catalogues derived from the ESA HIPPARCOS Space Astrometry Mission (Noordwijk, Netherlands : ESA Publications Division, 1997, Series : ESA SP Series vol no : 1200)
- Fadda, D., Slezak, E., & Bijaoui, A. 1998, *A&AS*, 127, 335
- Favata, F., Micela, G., & Sciortino, S. 1997, *A&A*, 323, 809
- Feast, M. 2000, *MNRAS*, 313, 596
- Feast, M. & Whitelock, P. 1997, *MNRAS*, 291, 683
- Feltzing, S., Holmberg, J., & Hurley, J. R. 2001, *A&A*, 377, 911
- Ferguson, A. M. N., Irwin, M. J., Ibata, R. A., Lewis, G. F., & Tanvir, N. R. 2002, *AJ*, 124, 1452
- Figueras, F., Gómez, A. E., & Asiain, R. 1997, in Hipparcos Venice 97, ESA SP-402, eds. Perryman M. A. C., Bernacca P. L., ESA, Noordwijk, p. 519
- Flynn, C. & Fuchs, B. 1994, *MNRAS*, 270, 471

- Freeman, K. & Bland-Hawthorn, J. 2002, *ARA&A*, 40, 487
- Freudenreich, H. T. 1998, *AJ*, 492, 495
- Garnett, D. R. & Kobulnicky, H. A. 2000, *ApJ*, 532, 1192
- Gilmore, G. 1981, *MNRAS*, 195, 183
- . 1984, *MNRAS*, 207, 223
- . 1999, *Ap&SS*, 267, 109
- Gilmore, G. & Reid, N. 1983, *MNRAS*, 202, 1025
- Gilmore, G. & Wyse, R. F. G. and Jones, J. B. 1995, *AJ*, 109, 1095
- Gilmore, G., Wyse, R. F. G., & Kuijken, K. 1989, *ARA&A*, 27, 555
- Gilmore, G., Wyse, R. F. G., & Norris, J. E. 2002, *ApJ*, 574, L39
- Girardi, L., Bressan, A., Bertelli, G., & Chiosi, C. 2000, *A&AS*, 141, 371
- Girardi, L., Groenewegen, M. A. T., Weiss, A., & Salaris, M. 1998, *MNRAS*, 301, 149
- Gliese, W. 1969, *Veröff. Astron. Rechen-Inst. Heidelberg*, 22, 1
- Gómez, A. E., Delhay, J., Grenier, S., & et al. 1990, *A&A*, 236, 95
- Gómez, A. E., Grenier, S., Udry, S., et al. 1997, in *Hipparcos Venice 97*, ESA SP-402, eds. Perryman M. A. C., Bernacca P. L., ESA, Noordwijk, p. 621
- Gould, A., Bahcall, J., & Flynn, C. 1997, *ApJ*, 482, 913
- Gould, A., Flynn, C., & Bahcall, J. N. 1998, *AJ*, 503, 798
- Grebel, E. K. 2001, in *ASP. Conf. Ser. 239 : Microlensing 2000 : A New Era of Microlensing Astrophysics*, 280
- Grenon, M. 1999, *Ap&SS*, 265, 331
- Hanseln, C. J. & Kawaler, S. D. 1994, *Stellar Interiors. Physical Principles, Structure, and Evolution.* (Springer Verlag Berlin Heidelberg New York. Also *Astronomy and Astrophysics Library.*)
- Harding, P., Morrison, H. L., Olszewski, E. W., et al. 2001, *AJ*, 122, 1397
- Haywood, M. 2001, *MNRAS*, 325, 1365
- Haywood, M., Palasi, J., Gómez, A. E., & Meillon, L. 1997a, in *Hipparcos Venice 97*, ESA SP-402, eds. Perryman M. A. C., Bernacca P. L., ESA, Noordwijk, 489

- Haywood, M., Robin, A. C., & Cr ez e, M. 1997b, *A&A*, 320, 428
- . 1997c, *A&A*, 320, 440
- Helmi, A. & White, S. D. M. 1999, *MNRAS*, 307, 495
- Henry, T. J., Soderblom, D. R., Donahue, R. A., & Baliunas, S. L. 1996, *AJ*, 111, 439
- Hernandez, X., Valls-Gabaud, D., & Gilmore, G. 2000, *MNRAS*, 316, 605
- Hernquist, L. & Quinn, P. J. 1989, *ApJ*, 342, 1
- H og, E., Fabricius, C., Makarov, V. V., et al. 2000, *A&A*, 355, L27
- Holmberg, J. & Flynn, C. 2000, *MNRAS*, 313, 209
- Hubble, E. P. 1922, *ApJ*, 56, 162
- . 1936, *The Realm of nebulae* (New Heaven : Yale University Press)
- Ibata, R., Lewis, G. F., Irwin, M., Totten, E., & Quinn, T. 2001a, *ApJ*, 551, 294
- Ibata, R. A. & Gilmore, G. 1995, *MNRAS*, 275, 605
- Ibata, R. A., Gilmore, G., & Irwin, M. J. 1994, *Nature*, 370, 194
- . 1995, *MNRAS*, 277, 781
- Ibata, R. A., Irwin, M., Lewis, G., Ferguson, A. M. N., & Tanvir, N. 2001b, *Nature*, 412, 49
- Ibata, R. A., Irwin, M. J., Lewis, G. F., Ferguson, A. M. N., & Tanvir, N. 2003, *astro-ph/0301067*
- Ibata, R. A., Lewis, G. F., Irwin, M. J., & Cambr esy, L. 2002, *MNRAS*, 332, 921
- Ibukiyama, A. & Arimoto, N. 2002, *A&A*, 394, 927
- Isobe, S. 1974, *A&A*, 36, 333
- Jahreiss, H. & Gliese, W. 1993, in *IAU symposium*, Vol. 156, 107
- Jahreiss, H. & Wielen, R. 1997, in *Hipparcos Venice 97*, ESA SP-402, eds. Perryman M. A. C., Bernacca P. L., ESA, Noordwijk, 675
- Jenkins, A. & Binney, J. 1990, *MNRAS*, 245, 305
- Johnson, D. R. H. & Soderblom, D. R. 1987, *AJ*, 93, 864
- Jones, B. J. T. & Wyse, R. F. G. 1983, *A&A*, 120, 165

- Kapteyn, J. C. 1922, *ApJ*, 55, 302
- Katz, D., Soubiran, C., Cayrel, R., Adda, M., & Cautain, R. 1998, *A&A*, 338, 151
- Kauffmann, White, S. D. M., & Guiderdoni, B. 1993, *MNRAS*, 264, 201
- Kerber, L. O., Javiel, S. C., & Santiago, B. X. 2001, *A&A*, 365, 424
- Kochanek, C. 1996, *ApJ*, 457, 228
- Kotoneva, E., Flynn, C., Chiappini, C., & Matteucci, F. 2002, *MNRAS*, 336, 879
- Kovalevsky, J. 1998, *ARA&A*, 36, 99
- Kroupa, P. 2002, *MNRAS*, 330, 707
- Kuijken, K. & Gilmore, G. 1989a, *MNRAS*, 239, 605
- . 1989b, *MNRAS*, 239, 571
- . 1991, *ApJ*, 367, L9
- Kuijken, K. & Tremaine, S. 1994, *ApJ*, 421, 178
- Kundu, A., Majewski, S. R., Rhee, J., Rocha-Pinto, H. J., & et al. 2002, *ApJ*, 576, L125
- Lacey, C. & Cole, S. 1993, *MNRAS*, 262, 627
- . 1994, *MNRAS*, 271, 676
- Larson, R. B. 1976, *MNRAS*, 170, 31
- Layden, A. C., Hanson, R. B., Hawley, S. L., Klemola, A. R., & Hanley, C. J. 1996, *AJ*, 112, 2110
- López-Corredoira, M., Cabrera-Lavers, A., Garzón, F., & Hammersley, P. L. 2002, *A&A*, 394, 883
- Lucy, L. B. 1994, *A&A*, 289, 983
- Lutz, T. E. & Kelker, D. H. 1973, *PASP*, 85, 573
- Luyten, W. J. 1979, *LHS catalogue* (Mineapolis : University of Minnesota Press)
- Majeski, S. R. 1999, *Ap&SS*, 265, 115
- Majewski, S. 1993, *ARA&A*, 31, 575
- Martinet, L. & Raboud, D. 1999, *Ap&SS*, 265, 371
- Mayor, M. & Queloz, D. 1995, *Nature*, 378, 355

- Mc William, A. & Rich, M. 1994, *ApJS*, 91, 749
- Mendez, R. A. & Guzman, R. 1998, *A&A*, 333, 106
- Merritt, D. 1996, *AJ*, 112, 1085
- Meusinger, H., Reimann, H.-G., & Stecklum, B. 1991, *A&A*, 245, 57
- Moore, B., Ghigna, S., Governato, F., et al. 1999, *ApJ*, 524, 19
- Morrison, H. L. 1993, *AJ*, 106, 578
- Morrison, H. L., Flynn, C., & Freeman, K. C. 1990, *AJ*, 100, 1191
- Mould, J. R. 1982, *ARA&A*, 20, 91
- Munari, U. & Switter, T. 2002, On metallicity derived from RAVE spectra, Tech. rep.
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1996, *ApJ*, 462, 563
- . 1997, *ApJ*, 490, 493
- Newberg, H. J., Yanni, B., Rockosi, C., et al. 2002, *ApJ*, 569, 245
- Ng, Y. K. & Bertelli, G. 1998, *A&A*, 329, 943
- Ng, Y. K., Bertelli, G., Chiosi, C., & Bressan, A. 1997, *A&A*, 324, 65
- Nikolaev, S. & Weinberg, M. D. 1997, *AJ*, 487, 885
- Norris, J., Bessel, M. S., & Pickles, A. J. 1985, *ApJS*, 58, 463
- Norris, J. E. 1987, *AJ*, 93, 616
- . 1999, *Ap&SS*, 265, 213
- Norris, J. E. & Ryan, S. G. 1991, *ApJ*, 380, 403
- Ochsenbein, F., Bauer, P., & Marcout, J. 2000, *A&AS*, 143, 23
- Ojha, D., Bienaymé, O., Robin, A., Crézé, M., & Mohan, V. 1996, *A&A*, 311, 456
- Ojha, D. K. 2001, *MNRAS*, 322, 426
- Ojha, D. K., Bienaymé, O., Mohan, V., & Robin, A. C. 1999, *A&A*, 351, 945
- Ojha, D. K., Bienaymé, O., Robin, A. C., & Mohan, V. 1994, *A&A*, 290, 771
- Oort, J. H. 1932, *Bull. Astron. Inst. Netherlands*, 6, 249
- Peebles, P. J. E. 1971, *Physical Cosmology* (Princeton : Princeton University Press)

- . 1974, *ApJ*, 189, L51
- Pfenniger, D. & Combes, F. 1994, *A&A*, 285, 94
- Pfenniger, D., Combes, F., & Martinet, L. 1994, *A&A*, 285, 79
- Pham, H. A. 1997, in *Hipparcos Venice 97*, ESA SP-402, eds. Perryman M. A. C., Bernacca P. L., ESA, Noordwijk, p. 559
- Pichon, C. & Thiebaud, E. 1998, *MNRAS*, 301, 419
- Piotto, G., Cool, A. M., & King, I. R. 1997, *AJ*, 113, 1345
- Press, W. H. & Schechter, P. 1974, *ApJ*, 187, 425
- Prugniel, P. & Soubiran, C. 2001, *A&A*, 369, 1048
- Queloz, D. 1996, *ELODIE user's guide*, Tech. rep., <http://www.obs-hp/>
- Quillen, A. C. & Garnett, D. R. 2000, *astroph/0004210*
- Quinn, P. J., Hernquist, L., & Fullhager, D. P. 1992, *ApJ*, 403, 74
- Reid, I. N., Gizis, J. E., & Hawley, S. L. 2002, *AJ*, 124, 2721
- Reid, I. N. & Majewski, S. R. 1993, *ApJ*, 409, 635
- Reylé, C. & Robin, A. C. 2001, *A&A*, 373, 886
- Robin, A. C. & Crézè, M. 1986, *A&A*, 157, 71
- Robin, A. C., Haywood, M., Crézè, M., Ojha, D. K., & Bienaymé, O. 1996, *A&A*, 305, 125
- Robin, A. C., Reylé, C., Derrière, S., & Picaud, S. 2002, *A&A*, submitted
- Robin, A. C., Reylé, C., & Crézè, M. 2000, *A&A*, 359, 103
- Rocha-Pinto, H. J. & Maciel, W. J. 1996, *MNRAS*, 279, 447
- . 1997, *MNRAS*, 289, 882
- . 1998, *A&A*, 339, 791
- Rocha-Pinto, H. J., Maciel, W. J., Scalo, J., & Flynn, C. 2000a, *A&A*, 358, 850
- Rocha-Pinto, H. J., Scalo, J., Maciel, W. J., & Flynn, C. 2000b, *A&A*, 358, 869
- Romano, D., Matteucci, F., Salucci, P., & Chiappini, C. 2000, *ApJ*, 539, 235
- Rood, R. T., Carretta, E., Paltrinieri, B., et al. 1999, *ApJ*, 523, 752

- Ruphy, S., Robin, A. C., Epchtein, N., et al. 1996, *A&A*, 313, L21
- Sackett, P. 1997, *ApJ*, 483, 103
- Sadler, E., Rich, R. M., & Terndrup, D. 1996, *AJ*, 112, 171
- Salpeter, E. E. 1955, *ApJ*, 121, 161
- Salucci, P. & Persic, M. 1999, *A&A*, 351, 442
- Sandage, A. 1990, *J. R. Astron. Soc. Can.*, 84, 70
- Sandage, A. & Bedke, J. 1994, *The Carnegie Atlas of galaxies* (Washington : the Carnegie Institution)
- Sandage, A. R. & Schwarzschild, M. 1952, *ApJ*, 116, 463
- Santiago, B., Gilmore, G. F., & Elson, R. A. W. 1996, *MNRAS*, 281, 876
- Searle, L. & Zinn, R. 1978, *ApJ*, 225, 357
- Sevenster, M. N. 1999, *MNRAS*, 310, 629
- Shu, F. H. 1969, *ApJ*, 158, 505
- Siegel, M. H., Majewski, S. R., Reid, I. N., & Thompson, I. B. 2002, *ApJ*, 578, 151
- Soderblom, D. R. 1985, *AJ*, 90, 2103
- Sohn, Y.-J. 2002, *Journ. Astr. Sp. Sci.*, 19, 19
- Sommer-Larsen, J. & Antonuccio-Delogu, V. 1993, *MNRAS*, 262, 350
- Soubiran, C. 1993, *A&A*, 274, 181
- . 1999, *Ap&SS*, 265, 353
- Soubiran, C., Katz, D., & Cayrel, R. 1998, *A&AS*, 133, 221
- Spitzer, L. & Schwarzschild, M. 1953, *ApJ*, 118, 106
- Statler, T. S. 1989, *ApJ*, 344, 217
- Stoehr, F., White, S. D. M., Tormen, G., & Springel, V. 2002, *MNRAS*, 335, L84
- Turon Lacarrieu, C. & Cr ez e, M. 1977, *A&A*, 56, 273
- Vallenari, A., Bertelli, G., & Schmidtobreick, L. 2000, *A&A*, 361, 73
- van der Kruit, P. C. & Searle, L. 1981a, *A&A*, 95, 105
- . 1981b, *A&A*, 95, 116

- Vergely, J. L. 1998, PhD thesis, Observatoire de Strasbourg
- Vergely, J.-L., Köppen, J., Egret, D., & Bienaymé, O. 2002, *A&A*, 390, 917
- Von Seeliger, H. H. 1898, *Abh. K. Bayer Akad Wiss Ser II Kl*, 19, 564
- Wechsler, R. H., Bullock, J. S., Primack, J. R., Kravstov, A. V., & Dekel, A. 2002, *ApJ*, 568, 52
- Weiner, B. & Sellwood, J. A. 1999, *ApJ*, 524, 112
- Wenger, M., Ochsenbein, F., Egret, D., et al. 2000, *A&AS*, 143, 9
- White, S. D. M. & Rees, M. J. 1978, *MNRAS*, 183, 341
- Wielen, R. 1977, *A&A*, 60, 263
- Wielen, R., Fuchs, B., Dettbarn, C., Jahreiss, H., & Rockmann, J. 1997, in *Hipparcos Venice 97*, ESA SP-402, eds. Perryman M. A. C., Bernacca P. L., ESA, Noordwijk, 639
- Wielen, R., Jahreiss, H., & Krüger, R. 1983, in *IAU Colloq. 76 : Nearby Stars and the Stellar Luminosity Function*, 163
- Wyse, R. F. G. & Gilmore, G. 1988, *AJ*, 95, 1404
- . 1995, *AJ*, 110, 2771
- Wyse, R. F. G., Gilmore, G., & Franx, M. 1997, *ARA&A*, 35, 637
- Zinn, R. 1985, *ApJ*, 293, 424
- Zwicky, F. 1937, *ApJ*, 86, 217



# Table des figures

1.	Les surveys 2dF et FLARE . . . . .	2
2.	Exemples de galaxies . . . . .	3
3.	Classification de Hubble des Galaxies . . . . .	4
4.	Le groupe local . . . . .	5
5.	Vues de la Voie Lactée . . . . .	6
6.	Arbre de fusion des halos de matière noire dans une simulation $\Lambda$ CDM . . . . .	8
7.	Détection de la trainée du Sagittaire dans les données 2MASS . . . . .	10
8.	Simulation de la trainée du Sagittaire . . . . .	14
1.1.	Loide densité du bulbe . . . . .	23
1.2.	Loi de densité du halo . . . . .	24
1.3.	Fonction de luminosité du halo . . . . .	26
1.4.	Densité du disque mince dans le modèle de Bienaymé et al. (1987) . . . . .	27
1.5.	Propriétés cinématiques de l'échantillon Hipparcos . . . . .	30
1.6.	Propriétés cinématiques de l'échantillon Hipparcos-II . . . . .	30
1.7.	Sous-structures dans l'espace des phases obtenues par Chereul et al. (1998) . . . . .	32
1.8.	Fonction de luminosité des étoiles proches . . . . .	33
1.9.	Distribution de la métallicité pour les naines du voisinage solaire . . . . .	34
1.10.	Fonction de luminosité des disques déterminée par Reylé & Robin (2001) . . . . .	36
2.1.	Répartition des étoiles de la librairie de TGMET en fonction de $M_V$ et $[Fe/H]$ dans le voisinage du red clump. . . . .	42
2.2.	Répartition des étoiles du programme en fonction des paramètres issue de TGMET . . . . .	44
2.3.	Sélection des étoiles du clump . . . . .	45
2.4.	Comparaison des champs Elodie . . . . .	46
2.5.	Proportion d'étoiles dans le Red Clump en fonction de la magnitude apparente . . . . .	47
3.1.	$\langle \Delta M_V \rangle$ en fonction du rapport $\pi_{prior}/\pi_{obs}$ pour différentes valeurs de $\sigma_\pi/\pi$ et deux valeurs de $\sigma_{M_V}$ . . . . .	52
3.2.	$\langle \Delta M_V \rangle$ en fonction du rapport $\pi_{prior}/\pi_{obs}$ pour différentes valeurs de $\sigma_\pi/\pi$ et $\sigma_{M_V} = 0.25$ . . . . .	53
3.3.	Comparaison des correction du biais de Lutz-Kelker . . . . .	54

3.4.	Sélection des étoiles Hipparcos ayant une parallaxe supérieure à 20 mas dans la région du clump. Cette sélection est utilisée afin de déterminer la fonction de luminosité des étoiles du clump. . . . .	55
3.5.	Fonction de luminosité des étoiles du Clump à partir de Hipparcos . .	55
3.6.	Distribution des erreurs sur les vitesses radiales dans le catalogue de vitesses radiales Barbier-Brossat & Figon (2000) pour les étoiles de l'échantillon Hipparcos. . . . .	56
4.1.	Distribution des vitesses en fonction de la métallicité et de $z$ . . . . .	62
4.2.	Dispersion de vitesse en fonction de la métallicité et de $z$ . . . . .	63
4.3.	Comparaison des données de l'échantillon PNG avec deux modèles de disque épais dans le modèle de Besançon . . . . .	64
4.4.	Ellipsoïdes des vitesses en fonction de $z$ et de la métallicité . . . . .	69
5.1.	Densité de matière et force de rappel associées à la description du potentiel vertical proposée par Kuijken & Gilmore (1989b) . . . . .	75
5.2.	Différence en densité entre le centre et les bords du champ 1 pour une population isotherme . . . . .	78
5.3.	$\Delta\ell(b)$ pour les différents champs . . . . .	82
5.4.	Isocontours de la vraisemblance pour la détermination de $\rho_{local}$ . . . .	83
5.5.	$K_z$ et logarithme de la densité pour les solutions à $1\sigma$ présentées dans la table 5.5. . . . .	84
5.6.	Isocontour de la vraisemblance pour la détermination du potentiel . .	86
5.7.	Densité de masse en fonction de la hauteur . . . . .	87
6.1.	Distribution de métallicité pour les géantes de l'échantillon Elodie . .	92
6.2.	Distribution de la métallicité pour les échantillons Elodie et Hipparcos	93
6.3.	Relations âge-métallicité . . . . .	96
6.4.	Relation âge-métallicité 2D . . . . .	97
6.5.	Relation âge-dispersion de vitesse . . . . .	98
6.6.	Intervalle de masse dans le Red Clump en fonction du temps . . . . .	100
6.7.	Nombre d'étoiles en fonction du temps pour différentes SFH . . . . .	101
6.8.	Comparaison de la SFH avec la détermination de Rocha-Pinto et al. (2000b) . . . . .	102
6.9.	Comptages prédits par les différentes SFH . . . . .	103
8.1.	Diagramme couleur-magnitude de l'amas M3 . . . . .	140
8.2.	Influence de l'âge et de la métallicité sur les populations stellaires . .	141
8.3.	Diagrammes couleur-magnitude d'un échantillon Hipparcos . . . . .	142
9.1.	Illustration de l'échelle de distance fixée par la cinématique . . . . .	147
10.1.	Exemple d'un tore . . . . .	154
10.2.	Propriétés du modèle de Shu : densité . . . . .	156
10.3.	Propriétés du modèle de Shu : vitesses . . . . .	157
10.4.	Propriétés du modèle de Shu : dispersions de vitesse . . . . .	157

---

10.5. Propriétés du modèle de Shu : rapports de dispersion de vitesse . . . . .	157
10.6. Densité (figure de gauche) et mouvement propre $\mu_\ell$ (figure de droite) projetés sur la sphère illustrant les caractéristiques attendues. La fi- gure de droite montre une asymétrie dans la distribution des mou- vements propres $\mu_\ell$ qui est le résultat du mouvement du soleil le long de son orbite autour de la Galaxie. . . . .	158
10.7. Comparaison avec les distributions de vitesses Hipparcos pour $d < 125$ pc	159
11.1. Diagramme $L_0, \beta$ pour une coupe en B-V . . . . .	162
11.2. Reconstruction dans le plan $(L_0, \beta)$ en fonction du SNR . . . . .	163
11.3. Influence du SNR sur la reconstruction . . . . .	164
11.4. Modèle de fonction de luminosité à deux populations utilisé pour tes- ter l'effet de la positivité. . . . .	166
11.5. Effet de la positivité sur la reconstruction . . . . .	167
11.6. Erreur de reconstruction dans la figure précédente . . . . .	167
12.1. Diagramme HR synthétique . . . . .	171
12.2. Reconstruction d'un diagramme HR synthétique . . . . .	172
12.3. Comparaison de la FL reconstruite au modèle . . . . .	172



# Liste des tableaux

1.	Les différents modèles de formation du disque épais et leurs caractéristiques (Majewski 1993). . . . .	12
1.1.	Paramètres du disque mince dans le modèle de Bienaymé et al. (1987). 27	
1.2.	Déterminations récentes des paramètres de la structure du disque mince. 28	
1.3.	Déterminations récentes des paramètres cinématiques du disque mince vieux. Les vitesses sont données en km/s. . . . .	31
1.4.	Déterminations récentes des paramètres de la structure du disque épais. La densité est donnée relative au disque mince à $z = 0$ . . . . .	35
1.5.	Déterminations récentes des paramètres cinématiques du disque épais. 35	
2.1.	Caractéristiques des deux champs sélectionnés et état actuel des observations. . . . .	41
2.2.	Caractéristiques principales des deux champs. . . . .	47
2.3.	Caractéristiques des sous échantillons extraits des champs PGN. . . . .	48
3.1.	Distribution de l'indice de qualité dans Barbier-Brossat & Figon (2000) pour les étoiles de l'échantillon Hipparcos. . . . .	57
4.1.	Propriétés cinématiques de l'échantillon en fonction de la hauteur au-dessus du plan Galactique. . . . .	61
4.2.	Paramètres des disques minces vieux et du disque épais dans le modèle de Besançon utilisé pour la comparaison avec l'échantillon PNG (cf table 3 de l'article 1). . . . .	63
4.3.	Résultats de la décomposition en deux populations gaussiennes par SEM à 3 et 4 dimensions . . . . .	66
4.4.	Paramètres cinématiques des disques mince et épais obtenus en moyennant les 4 solutions de la méthode SEM. . . . .	67
4.5.	Orientation de l'ellipsoïde des vitesses dans le plan (U,V) pour les sous-échantillons de la figure 4.4. L'erreur sur la détermination de la déviation varie entre $3^\circ$ et $5^\circ$ . . . . .	68
5.1.	Quelques solutions dans la région définie par le contour à $1\sigma$ de la figure 5.4 . . . . .	84
5.2.	Déterminations antérieures de la limite de Oort d'après Holmberg & Flynn (2000). . . . .	85

---

5.3. Contribution des différentes populations stellaires et du milieu interstellaire à la densité locale (d'après Holmberg & Flynn (2000) à l'exception de la colonne contenant l'estimation de la contribution des naines brunes dont la valeur a depuis été réestimée par Chabrier (2000)). . . . .	87
6.1. Relation âge–métallicité tirée de Rocha-Pinto et al. (2000a) (table 3).	97
12.1. Paramètres de la fonction de distribution, du potentiel et de la vitesse du soleil utilisés pour les tests de la méthode inverse. . . . .	170