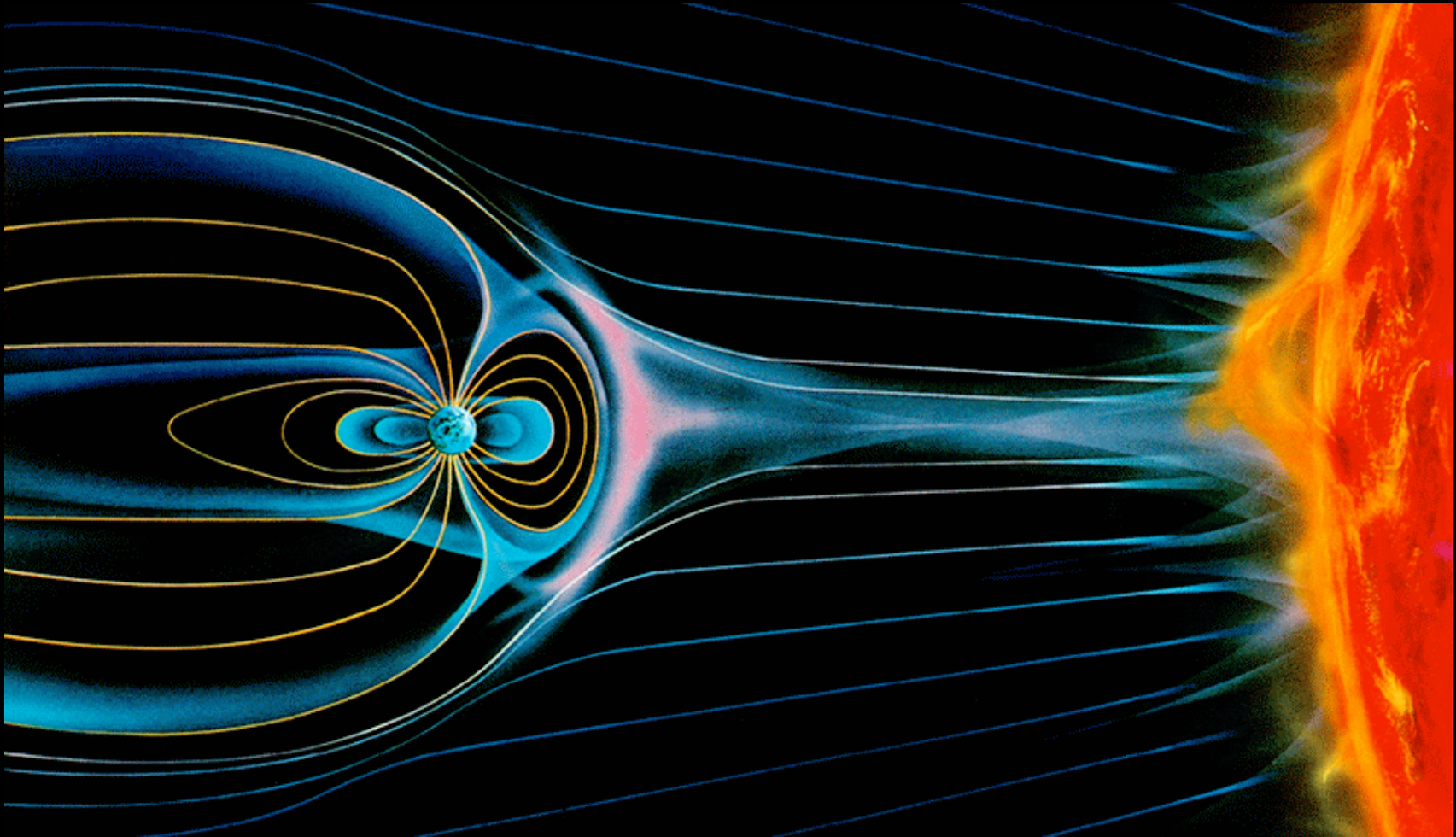


# Turbulence multi-échelle dans le vent solaire



Sébastien **GALTIER** (IAS / Univ. Paris-Sud)

&

E. Buchlin (Imperial College) + G. Belmont, F. Sahraoui (CETP)

# Turbulence multi-échelle dans le vent solaire

- Introduction : la Turbulence
- Fluctuations à basses fréquences ( $< 1\text{Hz}$  - échelle MHD)
- Fluctuations à hautes fréquences ( $> 1\text{Hz}$  - échelle MHD Hall)
- Ondes dispersives et MHD Hall
- Conclusions

# La Turbulence

# Sujet très intéressant...

**La turbulence: une des dix grandes énigmes de la physique !  
(Journal du CNRS, numéro 181, 2005)**

- L'unification des forces de la nature
- L'antimatière
- L'énergie noire
- Les frontières incertaines du monde quantique
- **La turbulence**

# Navier-Stokes vaut 1 000 000 \$



CLAY MATHEMATICS INSTITUTE

Dedicated to increasing and disseminating mathematical knowledge

## MILLENNIUM PRIZE PROBLEMS

Statement from the Directors and Scientific Advisory Board

---

| [Birch and Swinnerton-Dyer Conjecture](#) | [Hodge Conjecture](#) | [Navier-Stokes Equations](#) | [P vs NP](#) | [Poincare Conjecture](#) | [Riemann Hypothesis](#) | [Yang-Mills Theory](#) | [Rules etc](#) |

---



---

In order to celebrate mathematics in the new millennium, The Clay Mathematics Institute of Cambridge, Massachusetts (CMI) has named seven "Millennium Prize Problems." The Scientific Advisory Board of CMI selected these problems, focusing on important classic questions that have resisted solution over the years. The Board of Directors of CMI have designated a \$7 million prize fund for the solution to these problems, with \$1 million allocated to each. During the Millennium meeting held on May 24, 2000 at the Collège de France, Timothy Gowers presented a lecture entitled "The Importance of Mathematics," aimed for the general public, while John Tate and Michael Atiyah spoke on the Millennium Prize Problems. The CMI invited specialists to formulate each problem.

# Equations de Navier-Stokes



Fig. 14: Claude Navier (1785-1836) ; George Stokes (1819-1903).

$$\begin{aligned}\partial \mathbf{v} / \partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} &= -\nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} , \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 ,\end{aligned}$$

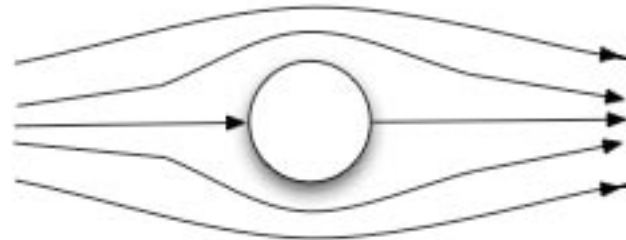
Nombre de Reynolds :  $R_e = U L / \nu$

$$R_e > 1000 \gg 1$$



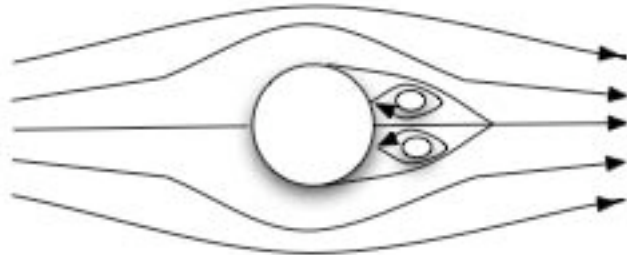
$Re \sim 1$

1)



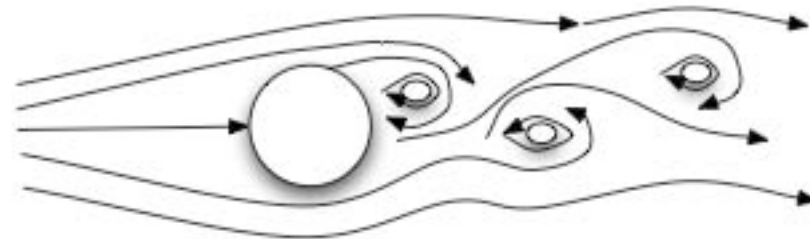
$Re \sim 10$

2)



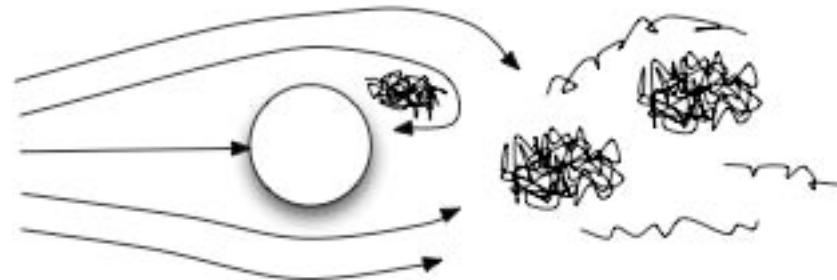
$Re \sim 10^2$

3)



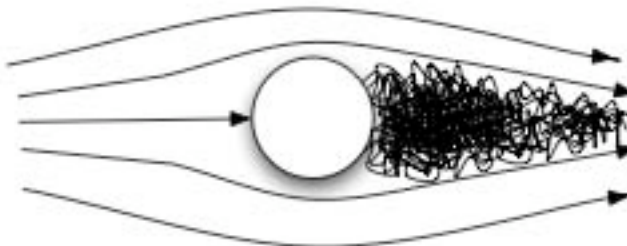
$Re \sim 10^3$

4)



$Re \sim 10^4$

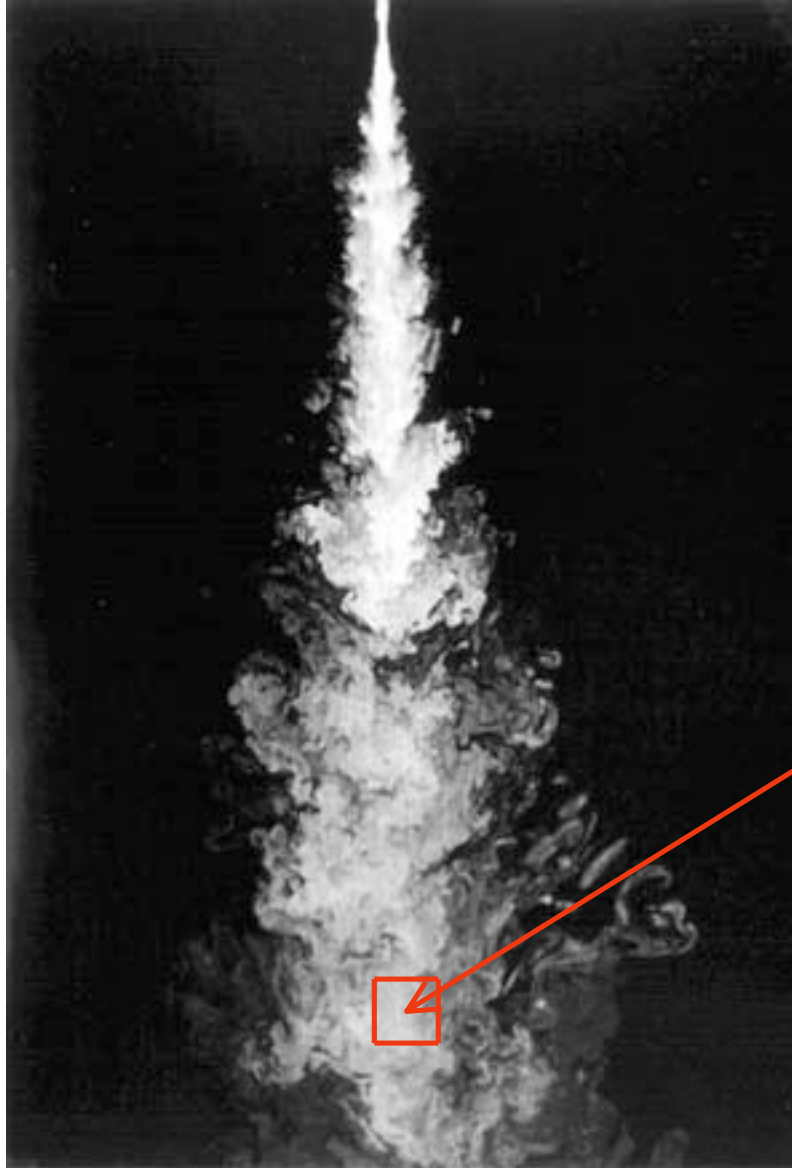
5)



Laminaire

Pleinement  
turbulent

# Turbulence homogène



$$R_{ij} = \langle u_i(\mathbf{x}) u_j(\mathbf{x}+\mathbf{r}) \rangle$$

$$\rightarrow R_{ij} = \langle u_i(\mathbf{x}) u_j(\mathbf{x}+\mathbf{r}) \rangle = R_{ij}(\mathbf{r})$$

$$\phi_{ij}(\mathbf{k}) = (1/2\pi)^3 \iiint_{\mathbb{R}^3} R_{ij}(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}$$

**On se  
place ici**

Densité spectrale d'énergie :

$$E(\mathbf{k}) = (1/2) \phi_{ii}(\mathbf{k})$$



# Concept de la turbulence



Navier-Stokes

Grandes échelles

**Diversité**

Universalité

**Diversité**

Petites échelles

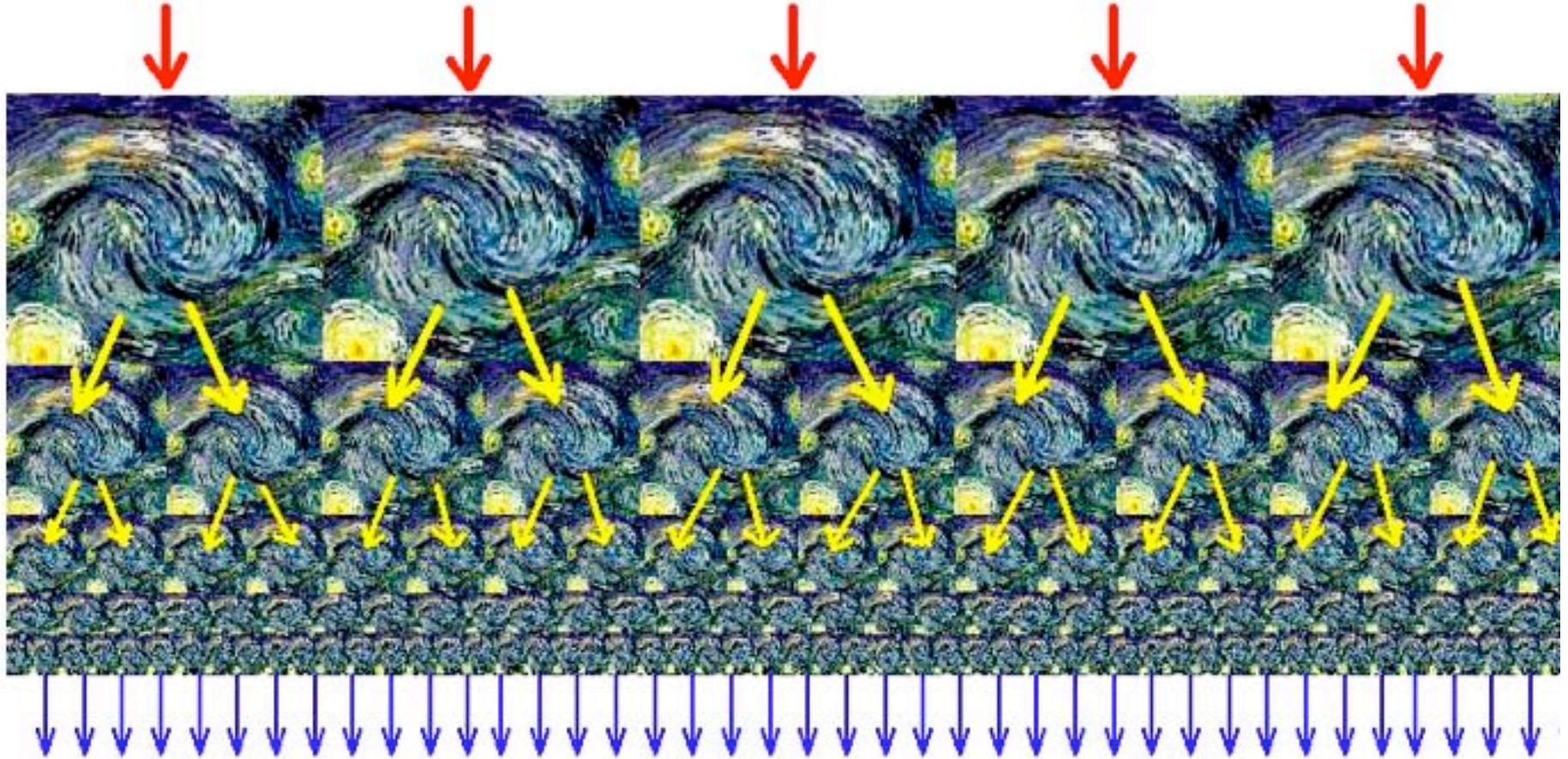
Injection  
d'énergie

Transport  
d'énergie

Dissipation  
d'énergie

# Cascade de Richardson (1922)

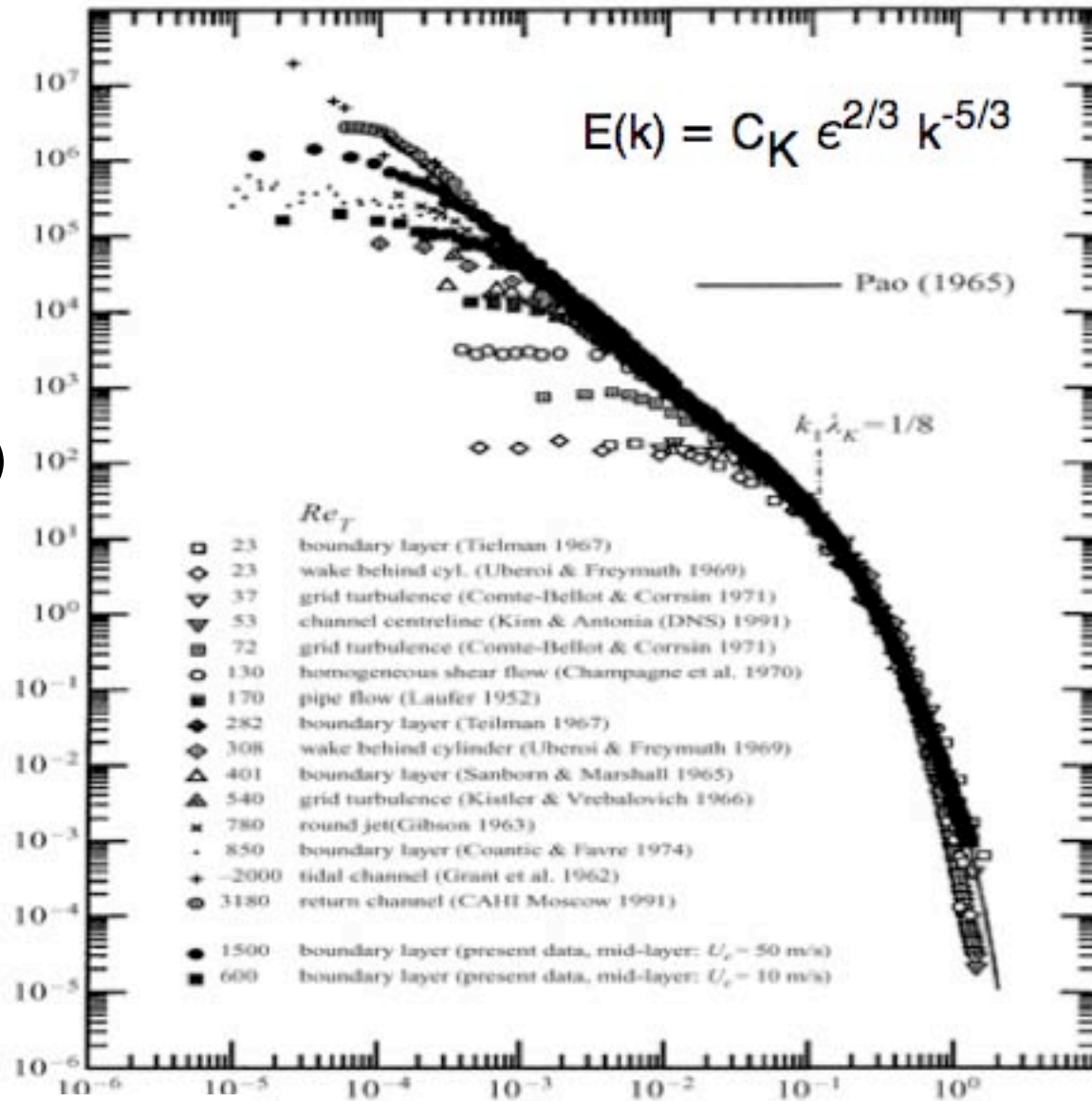
**Source de la turbulence : la génération de grands tourbillons**



**Puit de la turbulence : la dissipation des petits tourbillons**

# Spectre de Kolmogorov

Log E(k)



[Frisch, 1995]

Log k Mesures expérimentales du spectre de Kolmogorov.

# Le vent solaire

Revue détaillée sur la turbulence dans le vent solaire :

*Bruno & Carbone,*  
*« The solar wind as a turbulence laboratory »,*  
*<http://www.livingreviews.org/lprsp-2005-4>, 2005*  
*Living reviews in solar physics*



# Origine du vent solaire : le Soleil

**EIT/SoHO (17.1nm)**

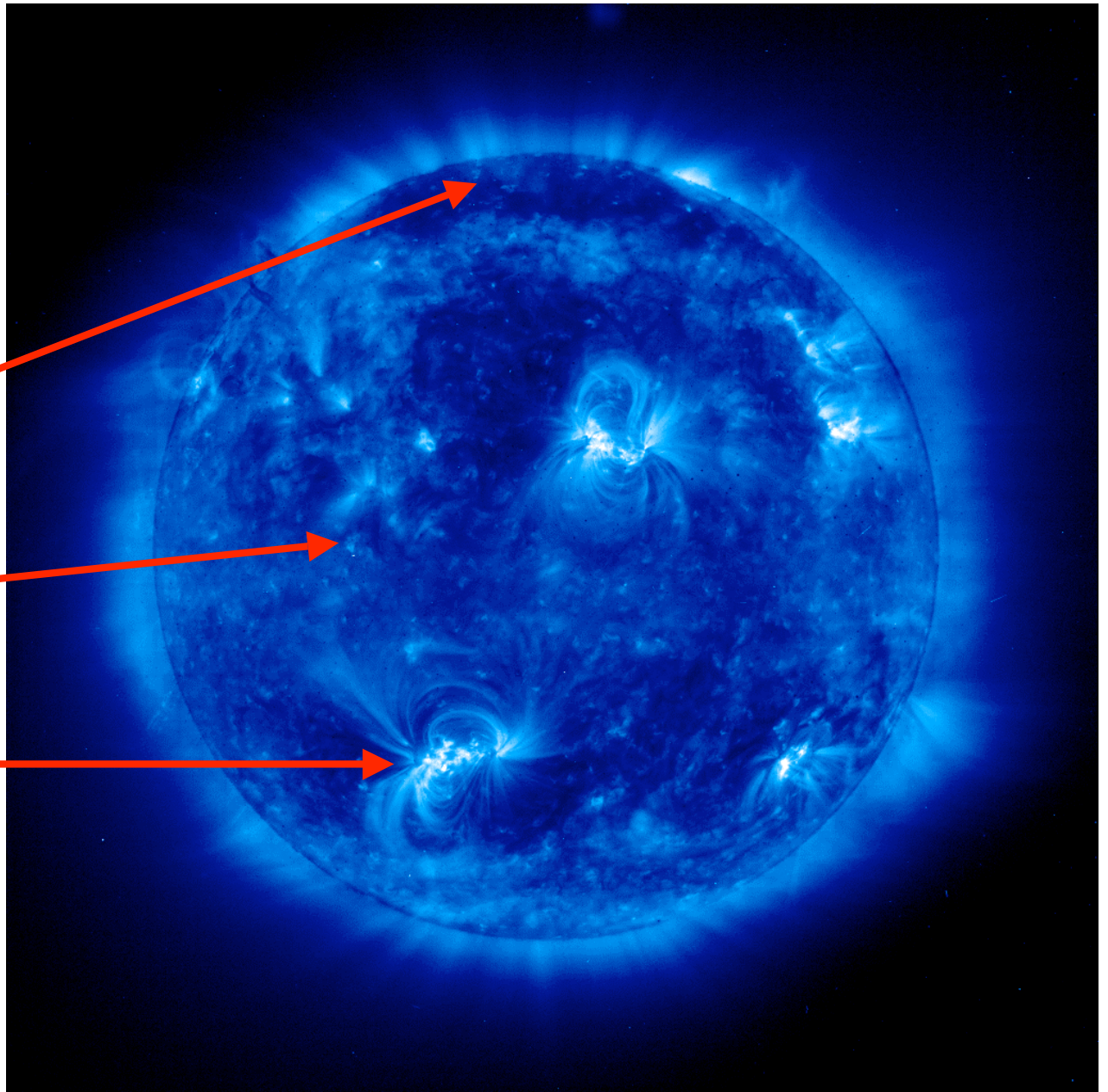
Résolution: 1850 km

11 septembre 1997

Trou coronal

Points brillants

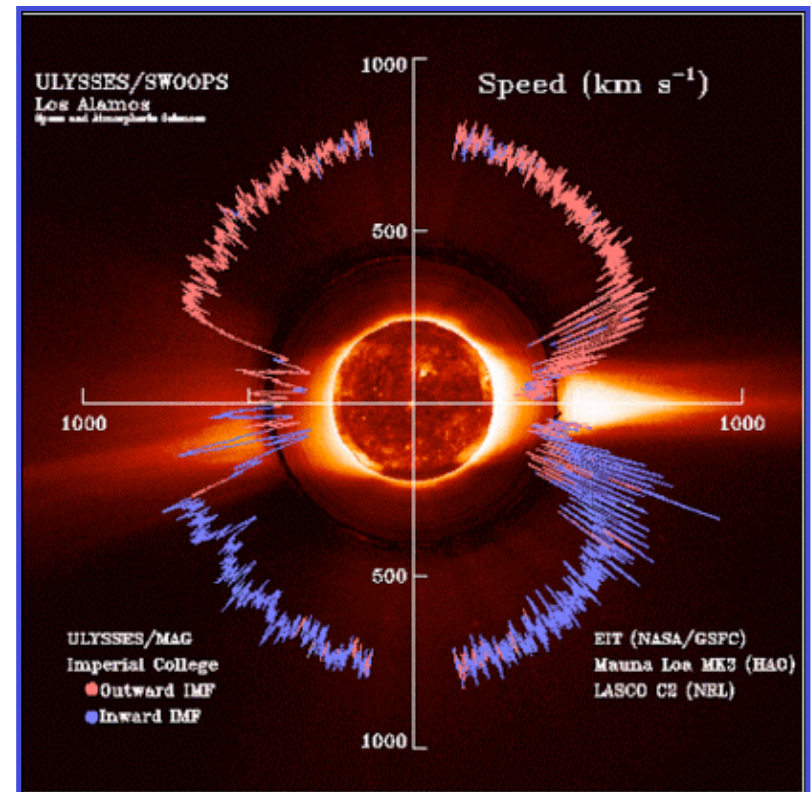
Région active et  
boucles coronales





# Le vent solaire (E. Parker, 1958)

- Vent produit par le Soleil qui inonde toute l'héliosphère ( $\sim 100\text{AU}$ )
- Plasma magnétisé et sans collision
- Fluctuations  $\sim 10^{-7}\text{ Hz to }10^2\text{ Hz}$
- Plasma chaud  $> 10^5\text{ K}$
- Plasma peu dense:  $n \sim 10^7\text{ m}^{-3}$  (Terre)
- Vents **rapide** et **lent** ( $> 20R_{\text{SUN}}$ )
- Faible variation de densité (qq %)
- Nombre de Reynolds  $\sim 10^9$



# Echelles dans le vent solaire

## Echelles spatiales

- Distance héliocentrique :  $L$   $\sim 10^8$  km
- Longueur inertielle des ions (1AU) :  $d_i = V_A/\omega_{ci}$   $\sim 100$  km
- L.p.m :  $\ell_c$   $\sim 10^7$  km

## Echelles temporelles

- Rotation du Soleil:  $\Omega_{\text{SUN}}$   $\sim 5 \cdot 10^{-7}$  Hz
  - Ondes d'Alfvén :  $1/\tau_A$   $< 0.1$  Hz
  - Fréquence cyclotron-ionique (1AU) :  $\omega_{ci}$   $\sim 0.5$  Hz
  - Ondes whistler :  $1/\tau_W$   $\sim 1-10^3$  Hz
- } **M**  
} **H**  
} **D**  
  
} **H**  
} **A**  
} **L**  
} **L**

# Turbulence dans l'héliosphère

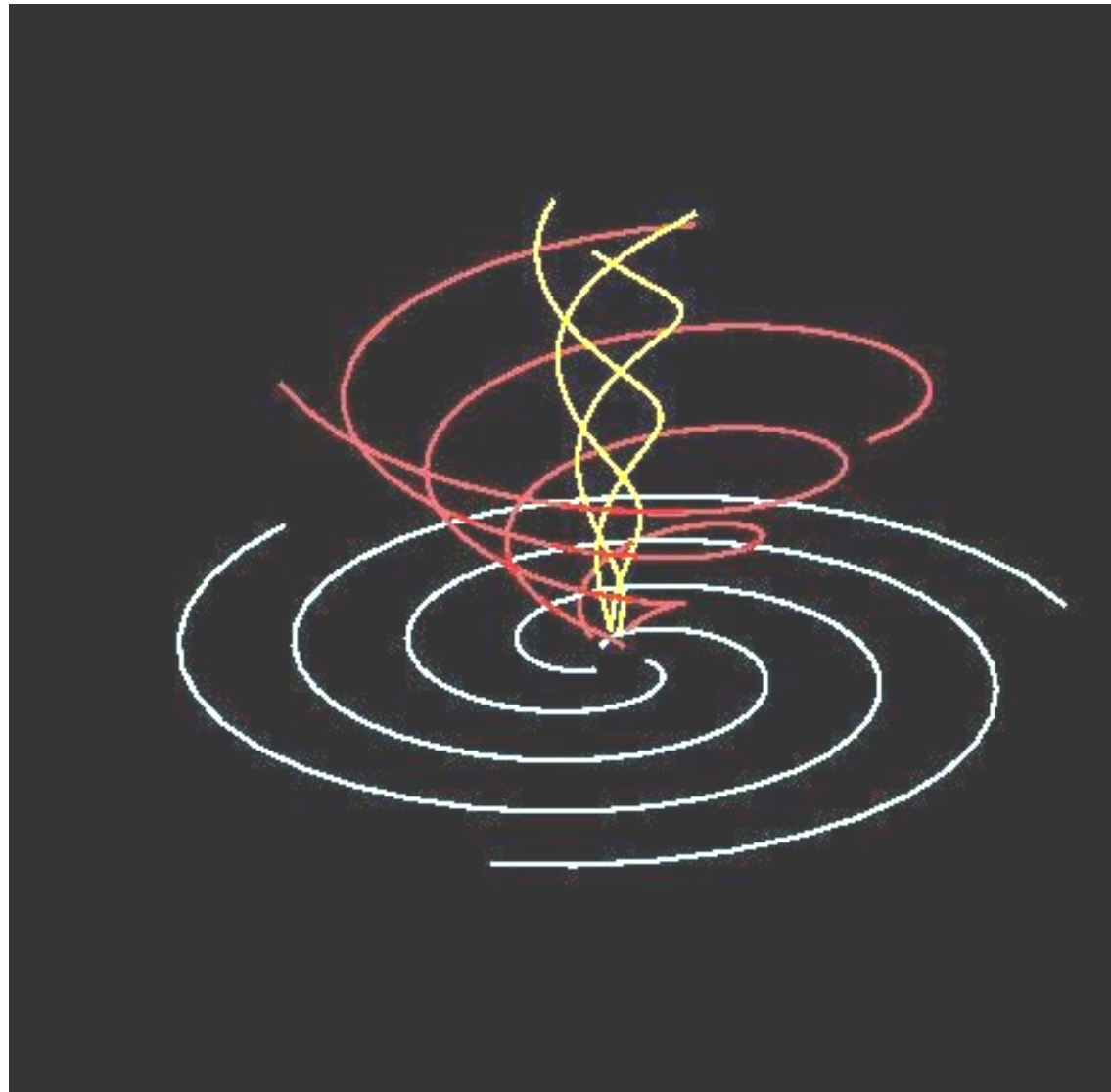
## Questions et problèmes:

- *Nature et origine des fluctuations*
- *Transfert spectral de l'énergie turbulente*
- *Evolution spatiale avec la distance héliocentrique*
- *Microphysique de la zone « dissipative »*
- **Rôle leader dans l'analyse de la turbulence !**

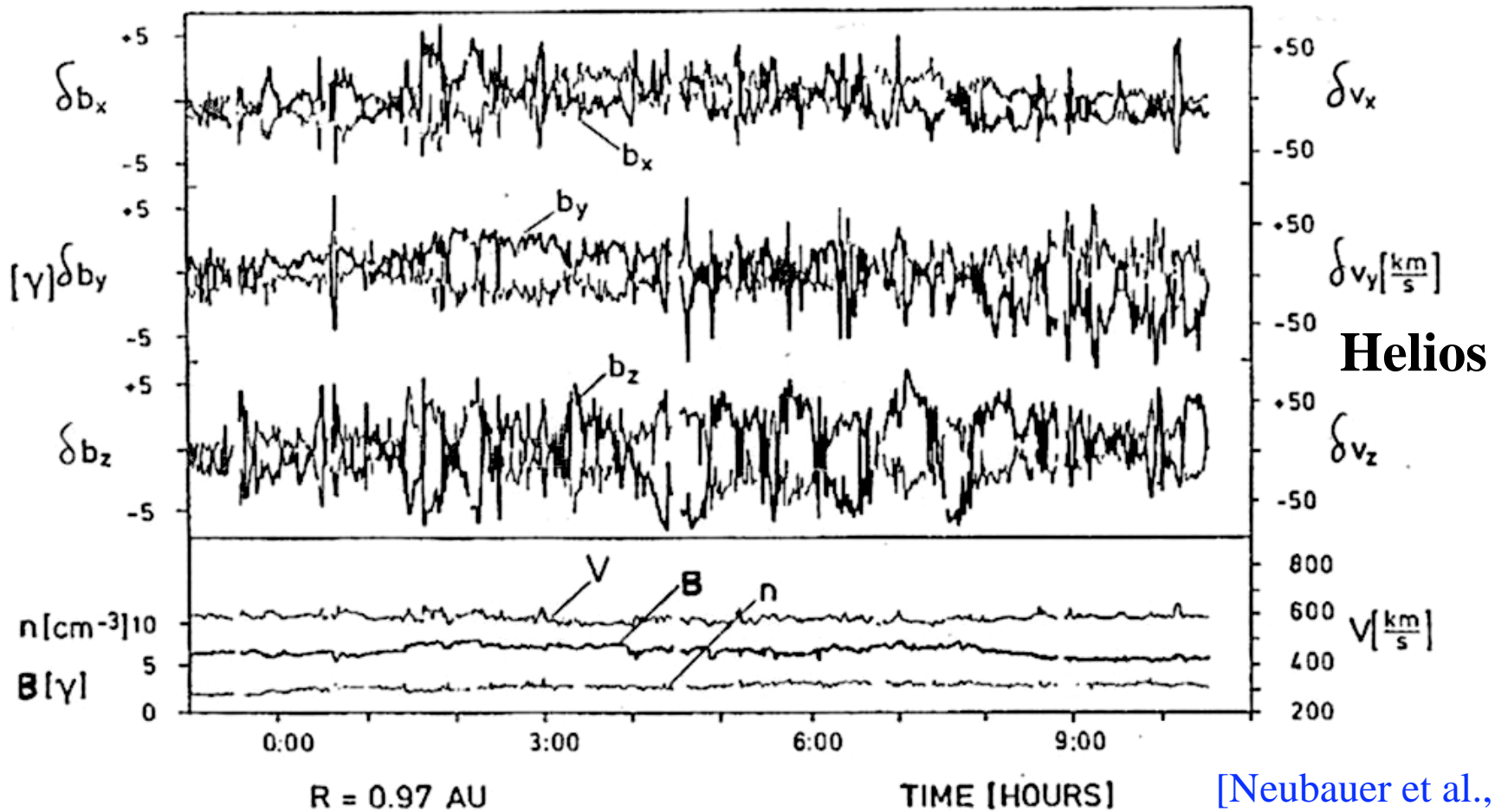
# Turbulence à grande échelle dans le vent solaire

# Vent solaire (E. Parker, 1958)

[Ragot, 2006]



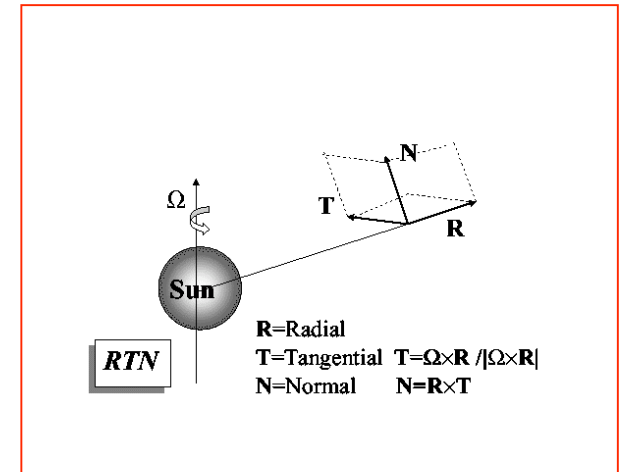
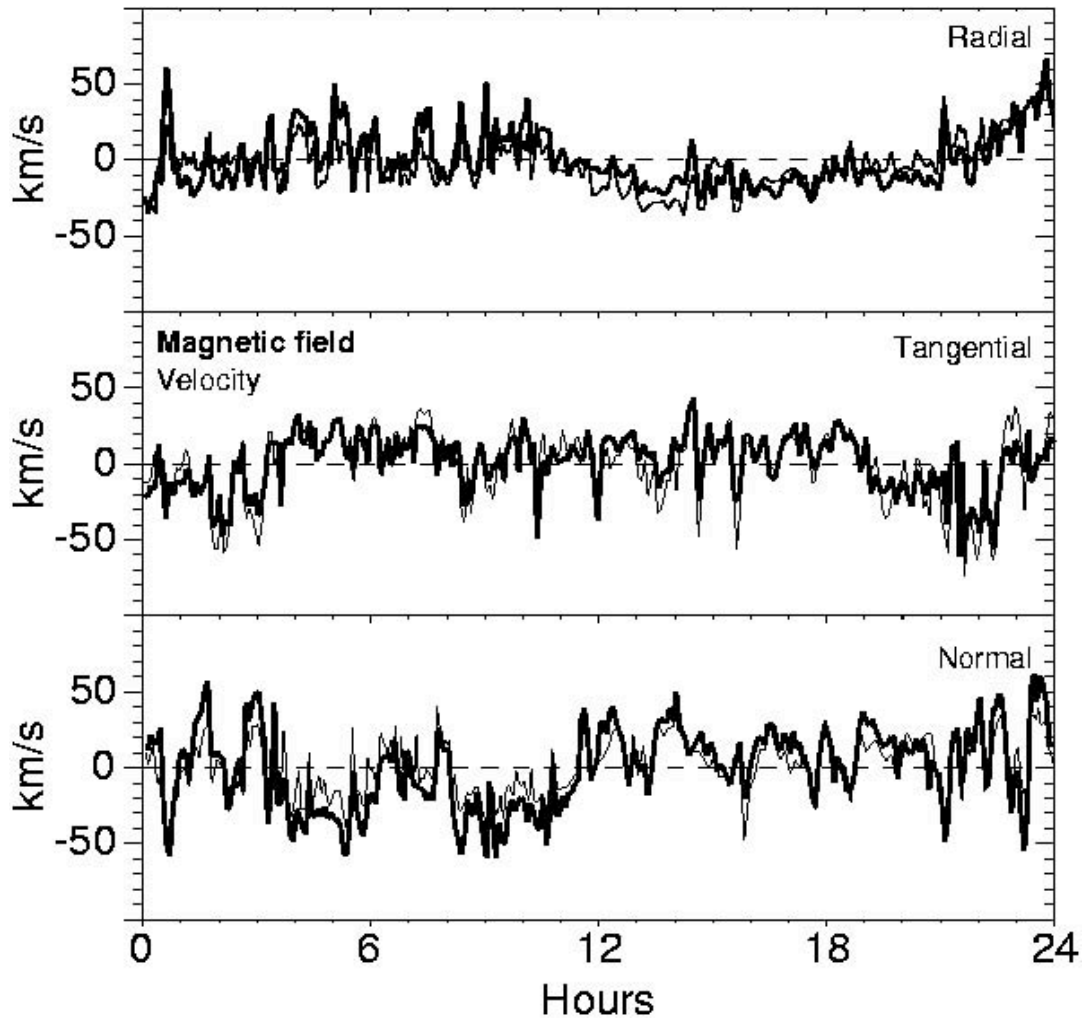
# Fluctuations alfvéniques



$\delta v$  et  $\delta b$  sont anti-corrélés :  $\delta v \approx -\delta b$



# Fluctuations alfvéniques



Ulysses

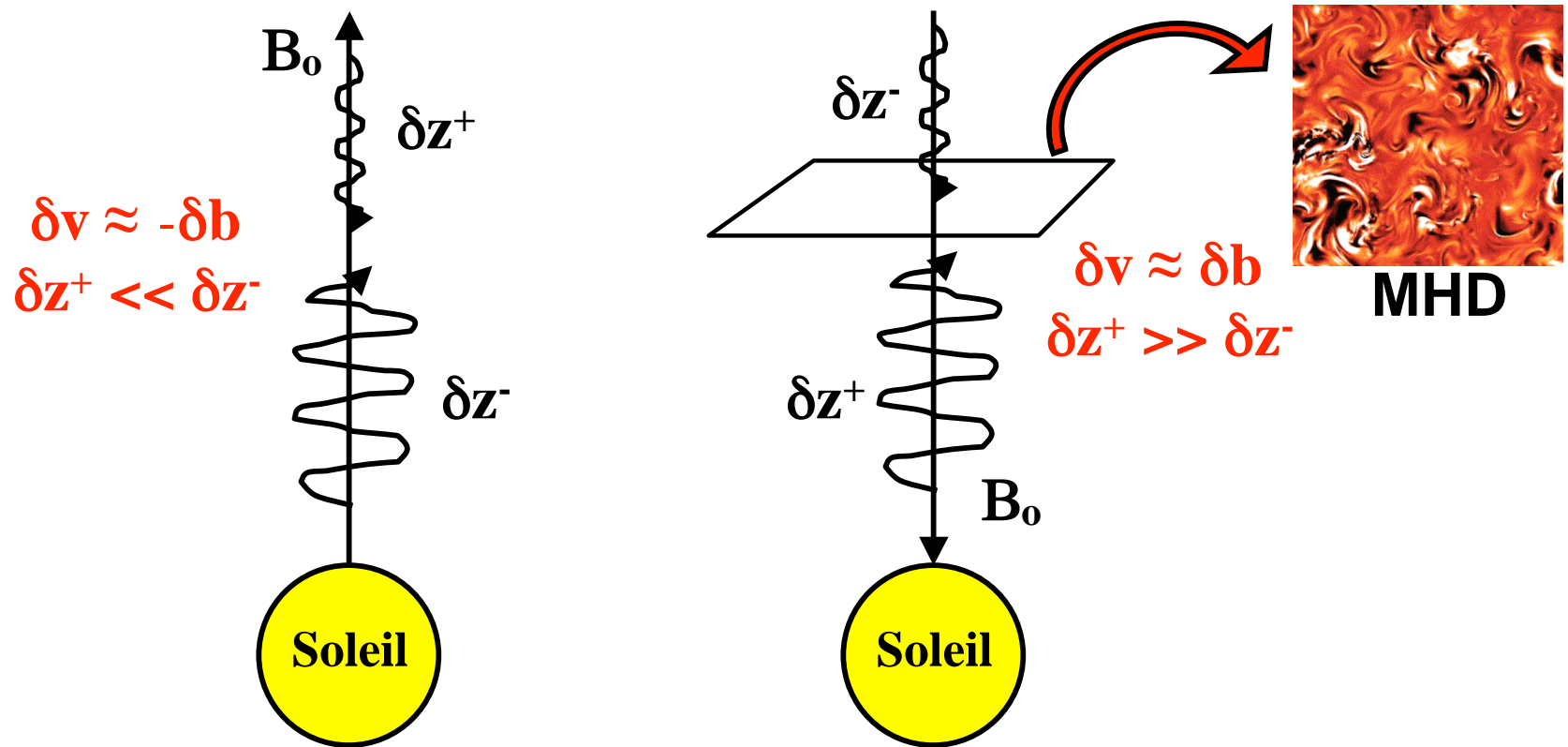
[Horbury et al., 2001]

$\delta v$  et  $\delta b$  sont corrélés :  $\delta v \approx \delta b$

# Ondes d'Alfvén - échelles MHD

[Belcher and Davis, 1971]

Dans le vent solaire rapide :  $\delta \mathbf{v} \approx \pm \delta \mathbf{b}$ , où  $\mathbf{b} = \mathbf{B} / (\mu_0 \rho)^{1/2}$

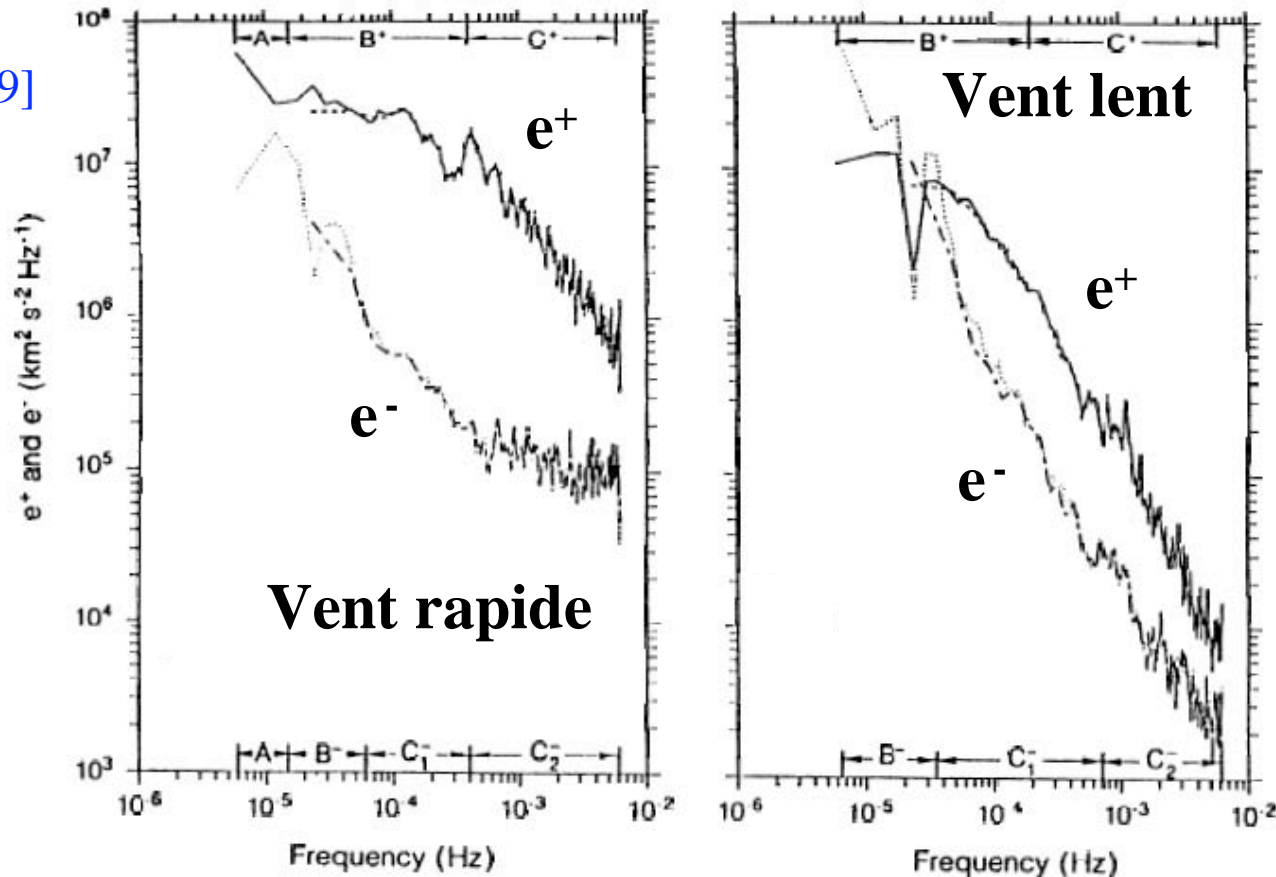


Variables d'Elsässer :  $\delta \mathbf{z}^\pm = \delta \mathbf{v} \pm \delta \mathbf{b}$

# Spectres (de puissance) d'énergie

[Tu et al., 1989]

0.3 AU

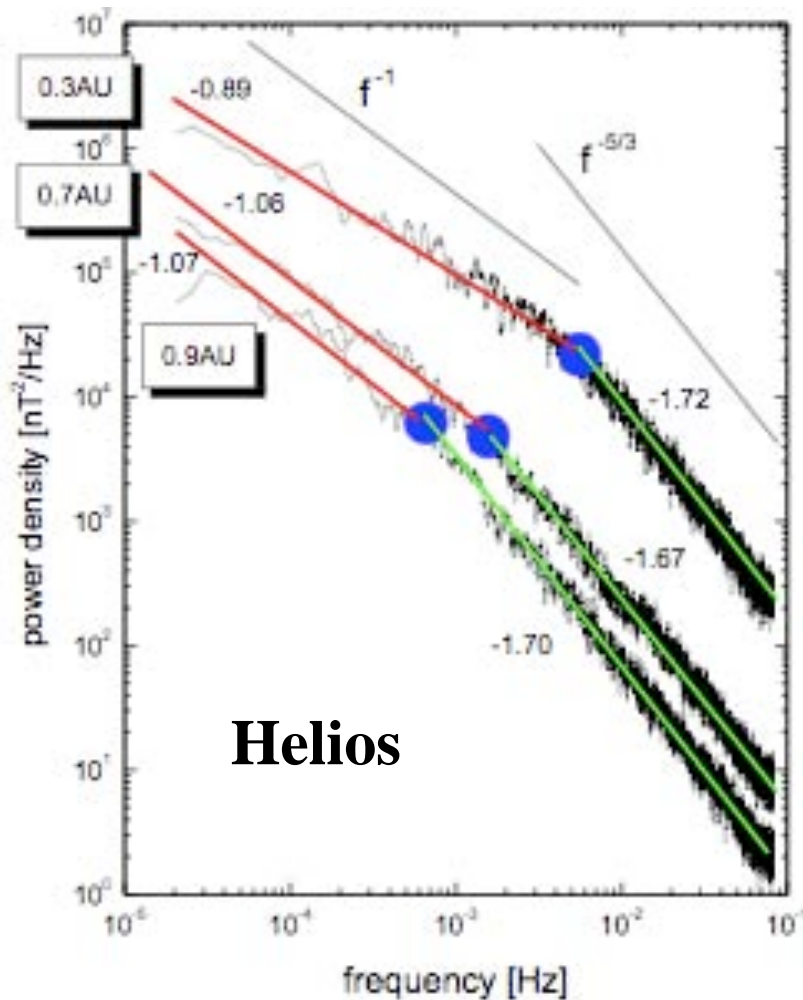


Spectre d'énergie :  $1/2(\delta z^\pm)^2 \rightarrow e^\pm(f) \sim f^{-\alpha_\pm} \rightarrow e^\pm(k) \sim k^{-\alpha_\pm}$

**Hypothèse de Taylor :**  $k \approx 2\pi f / V_{SW}$  23

# Evolution dynamique selon la distance

## Spectre des fluctuations magnétiques dans le vent rapide



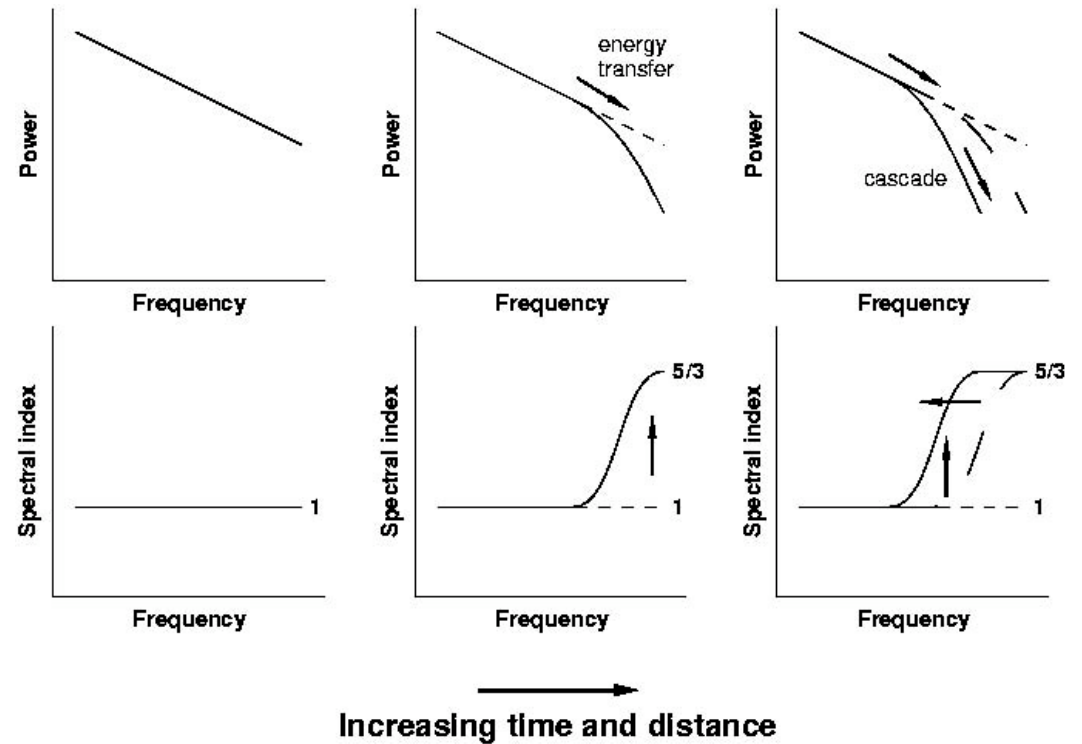
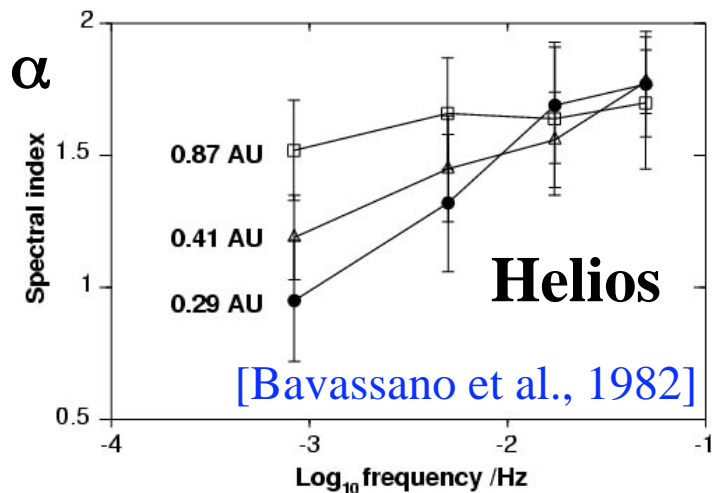
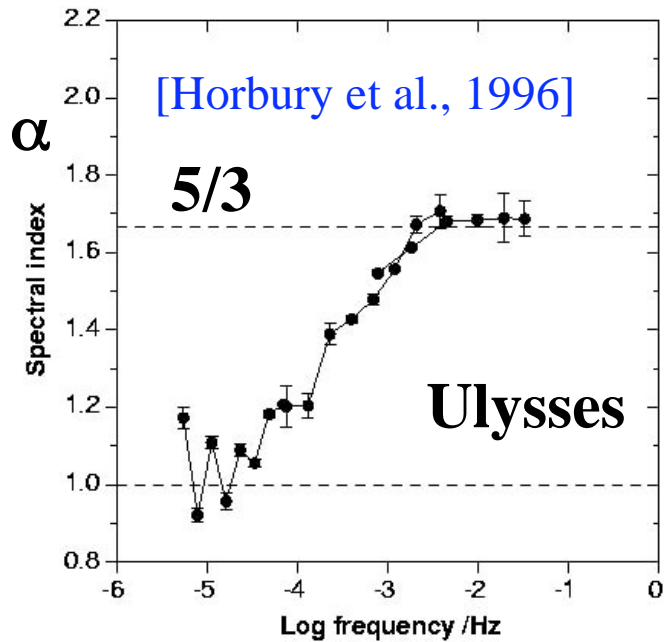
Le genou bleu **se déplace** vers des fréquences plus basses

L'intensité de la turbulence **décroit** avec la distance

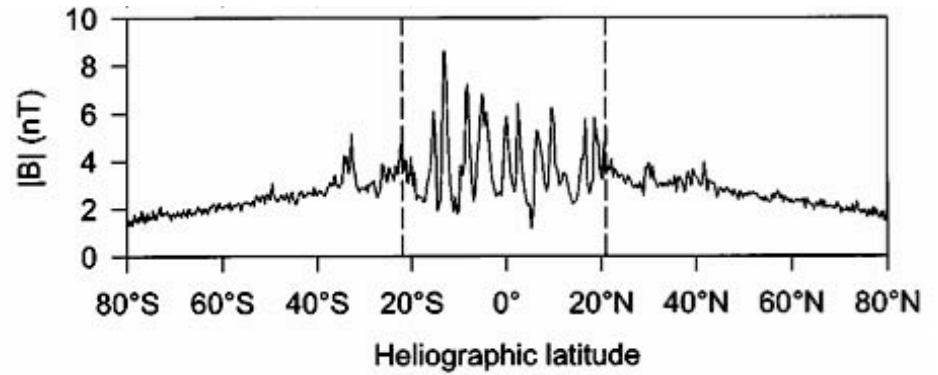
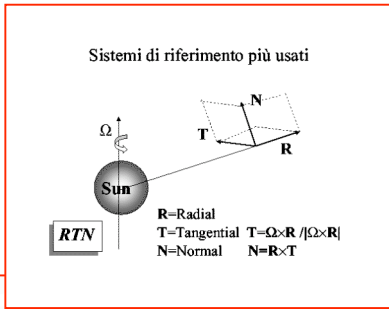
[Bruno et al., 2005]

# Une signature de cascade turbulente MHD

Le spectre d'énergie se raidit loin du Soleil  $\Leftrightarrow$  **transfert non linéaire**

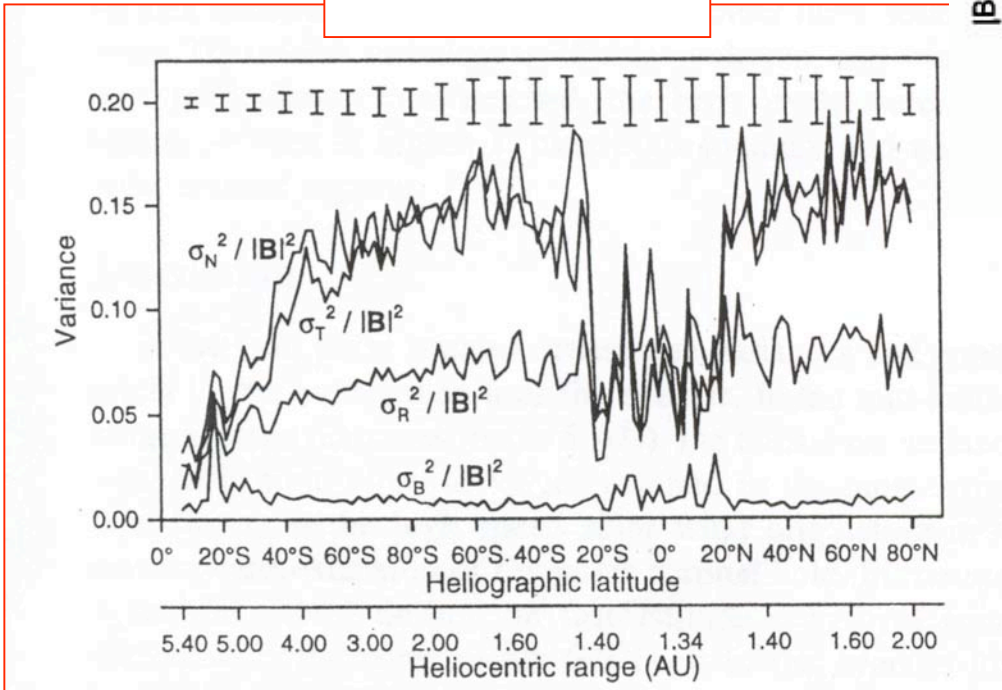


# Propriétés du vecteur champ magnétique



**Ulysses**

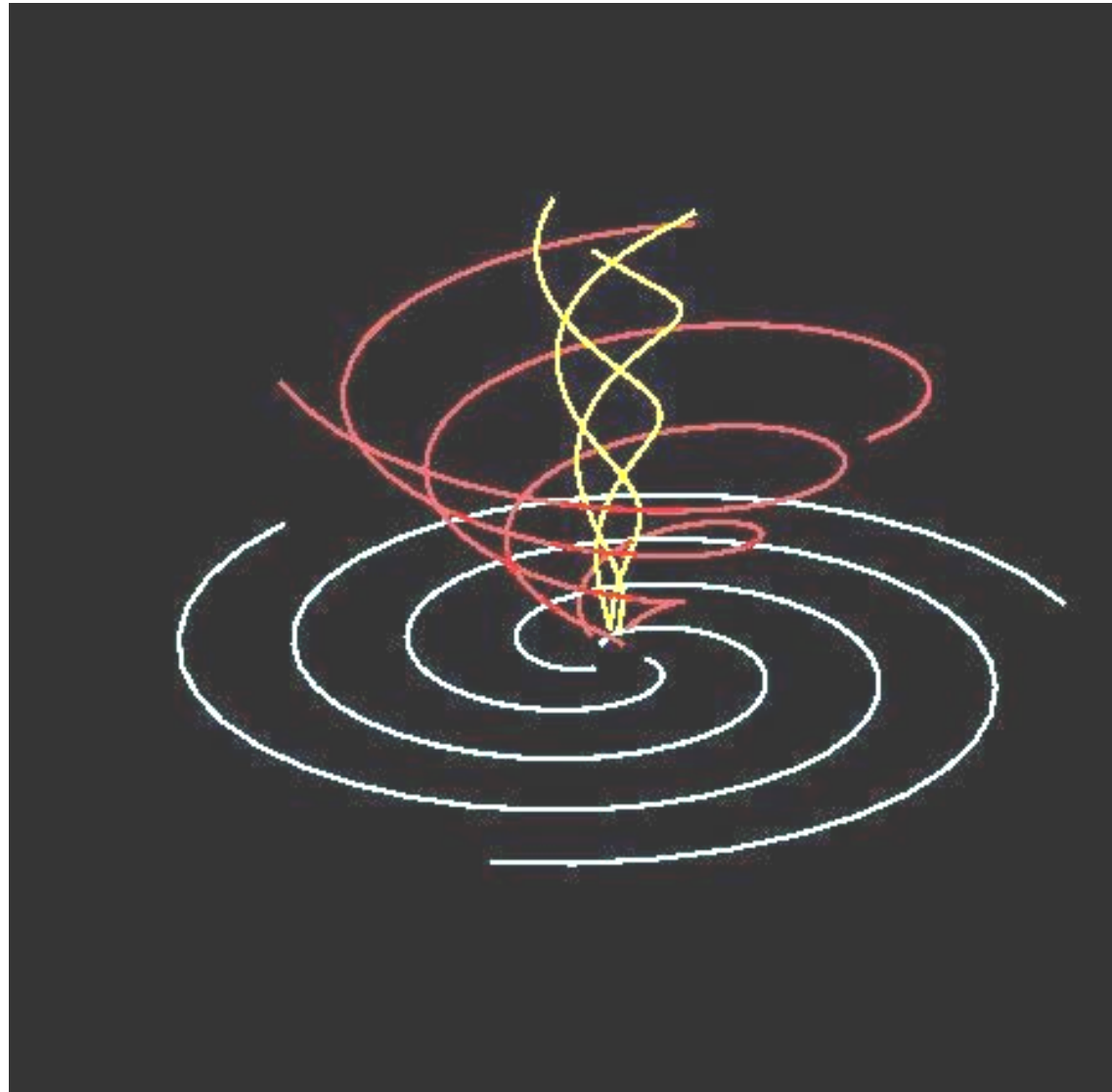
[Forsyth et al., 1996]



$\delta b_{\text{rms}} / |B_{\text{total}}| \approx 0.1 \rightarrow B_{\text{total}}$  varie « aléatoirement » avec de **petites** variations en amplitude



# Champ magnétique interplanétaire



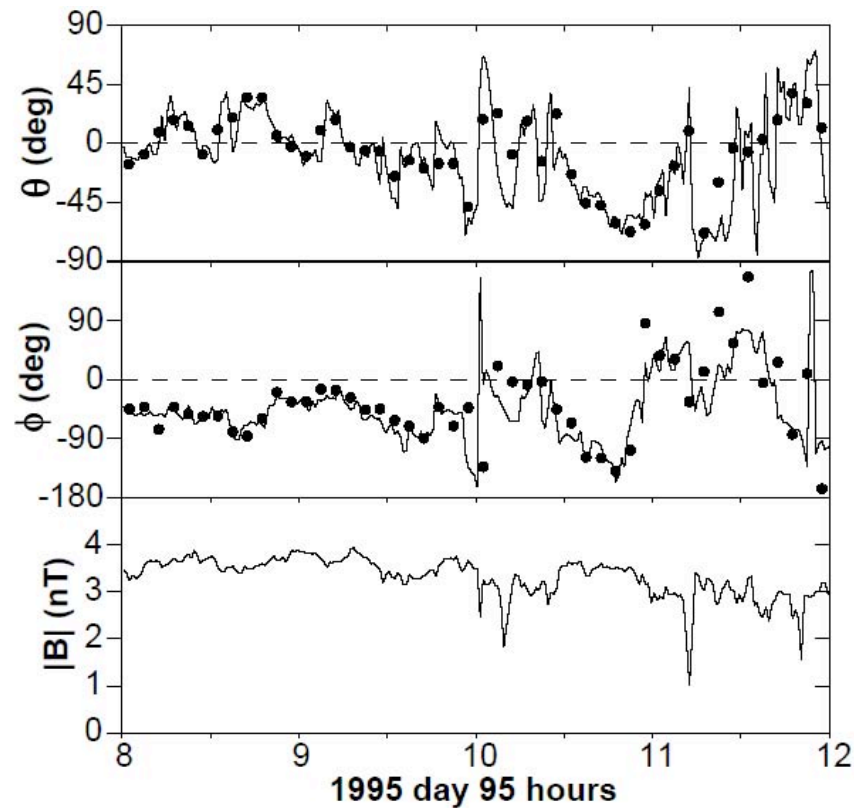
# Présence d'anisotropie

- $\delta b_{//} / \delta b_{\perp} \approx 1/30$  ( $\mathbf{B}_{\text{tot}} = B_{\text{tot}} \mathbf{e}_{//}$ ) → **anisotropie**

[Belcher & Davis, 1971]

[Horbury, 1999]

**Ulysses**

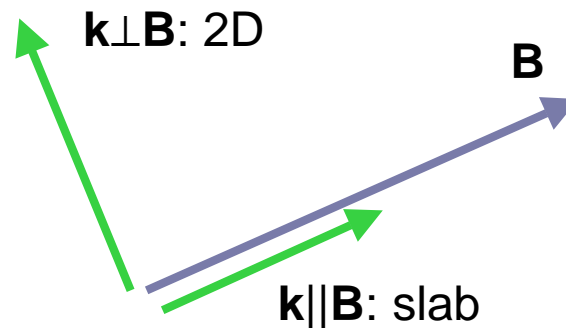


# Présence d'anisotropie spectrale

Les mesures en un point **ne sont pas adéquates** pour déterminer  
le spectre de puissance 3D → CLUSTER

- Preuves **indirectes** d'anisotropie spectrale

→ 85% de l'énergie est 2D [Bieber et al., 1996]



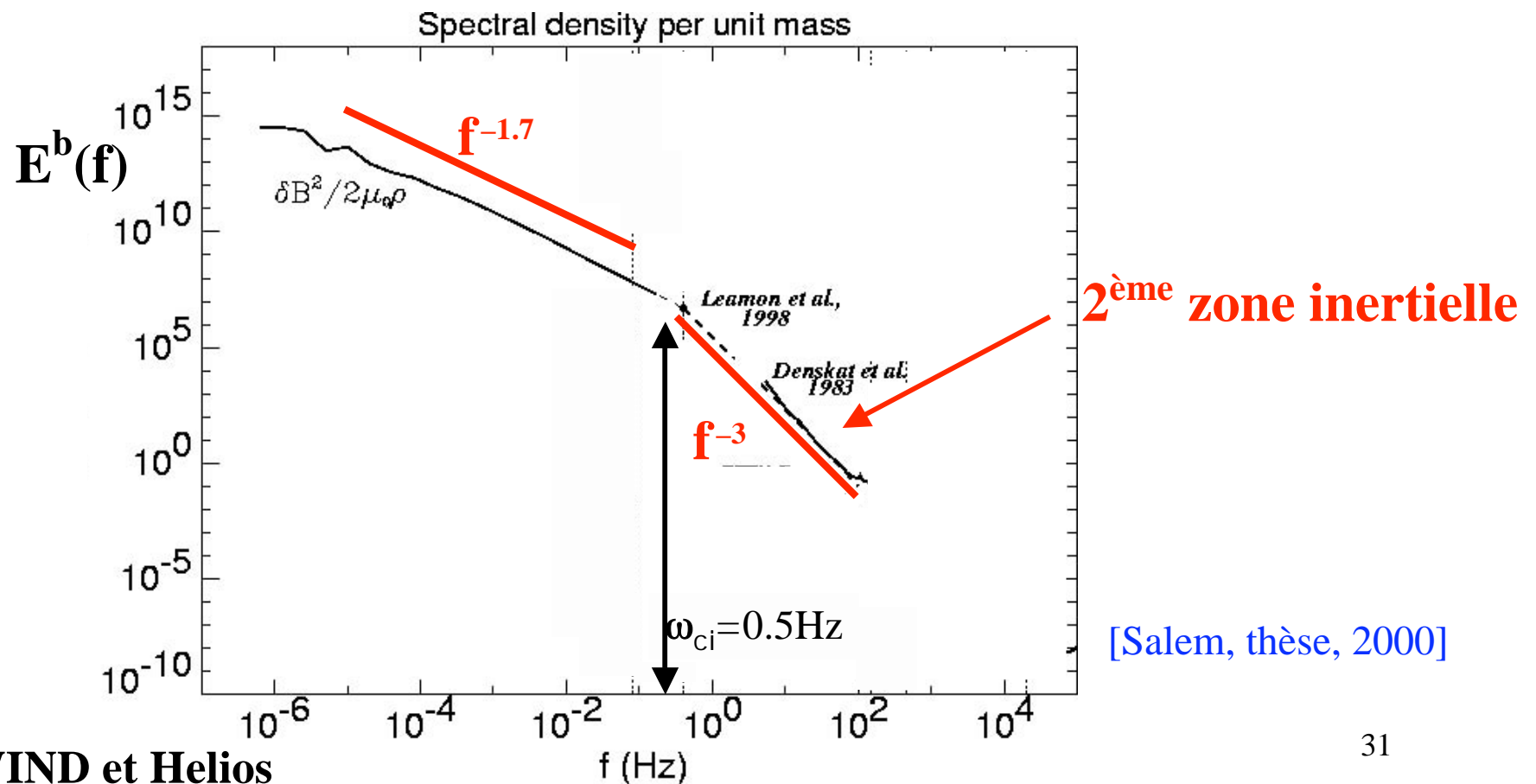
# Turbulence à petite échelle dans le vent solaire

# Turbulence à petite échelle

– La MHD standard n'est plus valide –

Raidissement du spectre des fluctuations magnétiques :  $f^{-1.7} \rightarrow f^{-3}$

[Coroniti et al., 1982; Denskat et al., 1983; Leamon et al., 1999; Bale et al., 2005]



# Spectre des fluctuations magnétiques

- Le raidissement peut être attribué à des processus **non linéaires dispersifs** plutôt qu'à de la dissipation [Ghosh et al., 1996; Krishan et al., 2004]
  - On observe des **ondes whistlers**  
(absorption cyclotron des ondes polarisées à gauche)  
[Coroniti et al., 1982; Denskat et al., 1983; Goldstein et al., 1994; Leamon et al., 1999]
- Signatures d'**anisotropie** (spectrale), mais moins forte qu'à grande échelle

# Approximation de la MHD Hall



# Turbulence MHD Hall incompressible

Equations ( $\nu=\eta=0$ ) inviscides :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

$$\partial_t \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla P_* + \mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{B}$$

$$\partial_t \mathbf{B} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{v} - \mathbf{d}_i \nabla \times [ (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} ]$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

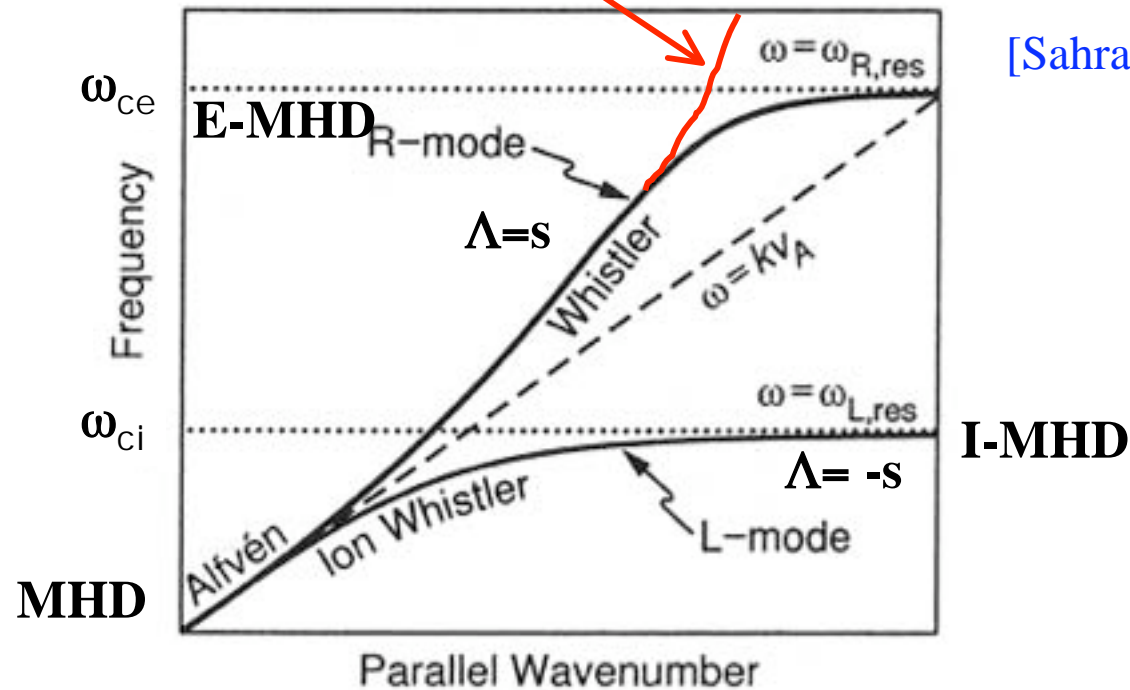
( $d_i \sim 100$  km à 1UA)

- Longueur inertielle des ions :  $\mathbf{d}_i = \mathbf{B}_0 / \omega_{ci}$  ;  $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_{//} + \mathbf{b}$

# Ondes en MHD Hall incompressible

En MHD Hall, les électrons n'ont pas de masse

$k = k_{//}$



$$(sk_{//} > 0) \quad \omega_{\Lambda}^s(k) = B_0 s d_i k^2 (s\Lambda + \sqrt{1 + 4/(d_i k)^2}) / 2$$

# 1. Turbulence d'ondes

# Turbulence d'ondes en MHD Hall

[Galtier, J. Plasma Physics **72**, 2006]

**On veut décrire le vent solaire interne (< 1UA)**

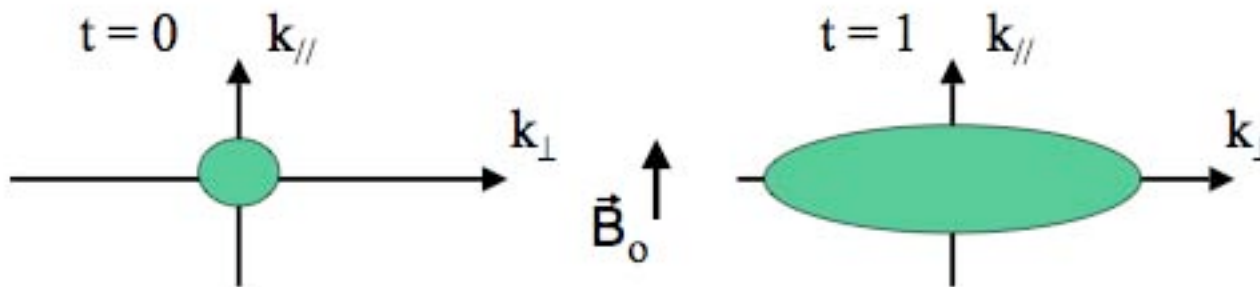
- On introduit :  $\mathbf{B}(\mathbf{x},t) = B_0 \mathbf{e}_{//} + \varepsilon \mathbf{b}(\mathbf{x},t)$  avec  $0 < \varepsilon \ll 1$   
mais  $B_0$  est dans une direction **fixe**
- On développe perturbativement les équations en Fourier
- On calcule asymptotiquement les équations cinétiques d'ondes

$$\tau_{nl} \gg \tau_w$$

[Zakharov et al., 1992]

# Turbulence d'ondes en MHD Hall

- Tendance globale ( $\forall$  l'échelle) vers l'**anisotropie** spectrale :



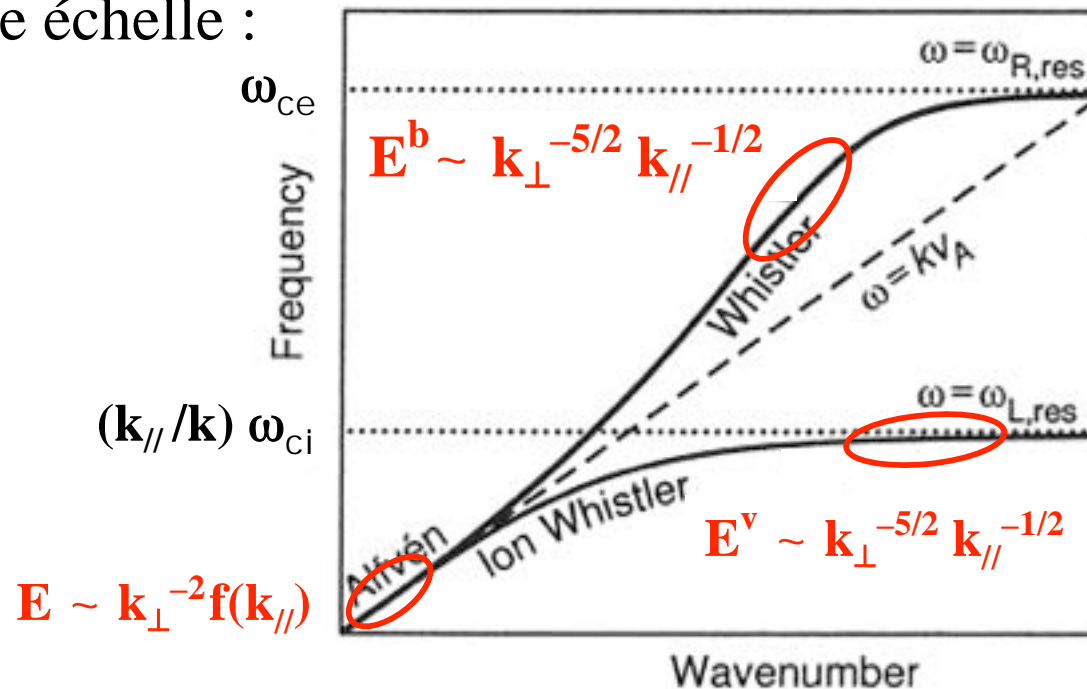
- Les équations maîtresses sont :

$$\partial_t \begin{Bmatrix} E^V(\mathbf{k}) \\ E^B(\mathbf{k}) \end{Bmatrix} = \frac{\pi \epsilon^2}{8 d_{\perp}^2 B_0^2} \int \sum_{\substack{\Lambda, \Lambda_p, \Lambda_q \\ \Lambda, \Lambda_p, \Lambda_q}} \left( \frac{\sin \psi_k}{k} \right)^2 \frac{(\Lambda k + \Lambda_p p + \Lambda_q q)^2 (1 - \xi_{\Lambda}^{-s^2} \xi_{\Lambda_p}^{-s^2} \xi_{\Lambda_q}^{-s^2})^2}{(1 + \xi_{\Lambda}^{-s^2})(1 + \xi_{\Lambda_p}^{-s^2})(1 + \xi_{\Lambda_q}^{-s^2})} \left( \frac{\xi_{\Lambda_p}^{s^2} - \xi_{\Lambda_q}^{s^2}}{k_{\perp}} \right)^2 \begin{Bmatrix} \xi_{\Lambda}^{-s^2} \\ 1 \end{Bmatrix} \frac{\omega_{\Lambda}^s \omega_{\Lambda_p}^{s^2}}{\xi_{\Lambda}^{-s^2} + 1} \left( \frac{\xi_{\Lambda_q}^{-s^2} E^V(\mathbf{q}) - E^B(\mathbf{q})}{\xi_{\Lambda_q}^{-s^2} - 1} \right) \left[ \left( \frac{\xi_{\Lambda_p}^{-s^2} E^V(\mathbf{p}) - E^B(\mathbf{p})}{\xi_{\Lambda_p}^{-s^2} - 1} \right) - \left( \frac{\xi_{\Lambda}^{-s^2} E^V(\mathbf{k}) - E^B(\mathbf{k})}{\xi_{\Lambda}^{-s^2} - 1} \right) \right] \delta(\Omega_{k, p, q}) \delta_{k, p+q} d\mathbf{p} d\mathbf{q}.$$

# Turbulence d'ondes en MHD Hall

- Les solutions exactes en loi de puissance montrent un **raidissement**

à petite échelle :



$$E(k_{\perp}, k_{//}) \sim \sqrt{\Pi B_0} k_{\perp}^{-2} k_{//}^{-1/2} (1 + k_{\perp}^2 d_i^2)^{-1/4}$$

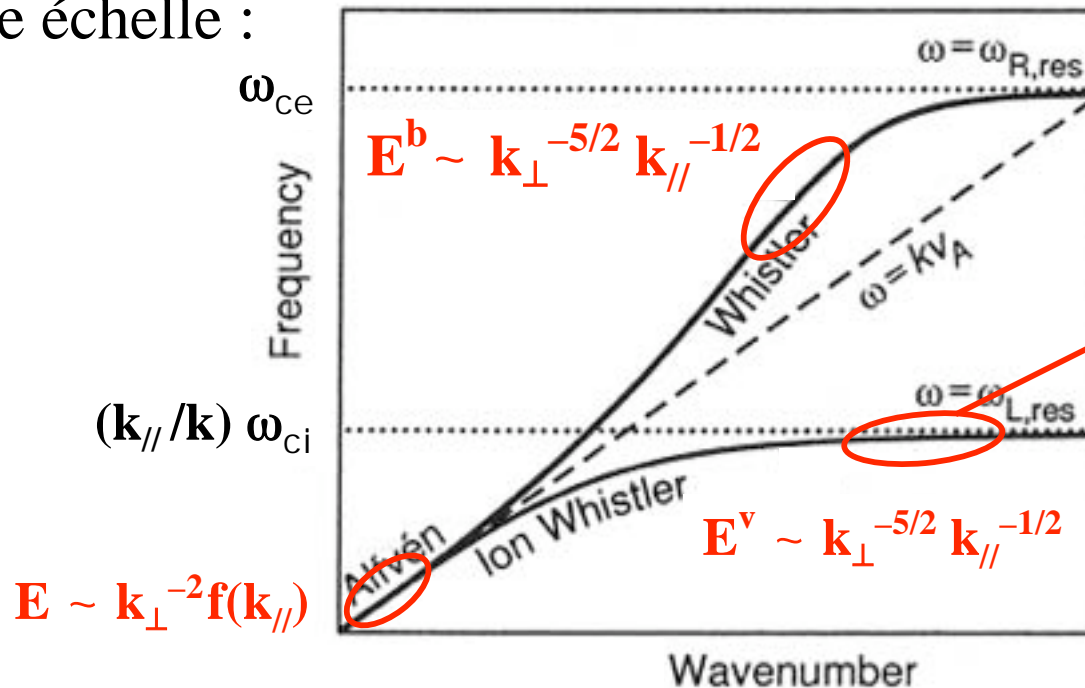
$$(d_i \sim 100 \text{ km})$$



# Turbulence d'ondes en MHD Hall

- Les solutions exactes en loi de puissance montrent un **raidissement**

à petite échelle :



Source possible de chauffage des ions (trous coronaux)

[Cranmer et al., 2003]

$$E(k_{\perp}, k_{\parallel}) \sim \sqrt{\Pi B_0} k_{\perp}^{-2} k_{\parallel}^{-1/2} (1 + k_{\perp}^2 d_i^2)^{-1/4}$$

$$(d_i \sim 100 \text{ km})$$

## 2. Turbulence forte

# Turbulence (forte) en MHD Hall

- Que sait-on de la turbulence (forte) MHD Hall ? *Peu de choses...*
  - DNS sont restreintes aux (très) bas nombres de Reynolds
  - Difficultés pour obtenir un comportement multi-échelle

[*eg.* Ghosh et al., 1996; Mininni et al., 2003-2006]

**Attendre quelques décennies ou changer de stratégie !**

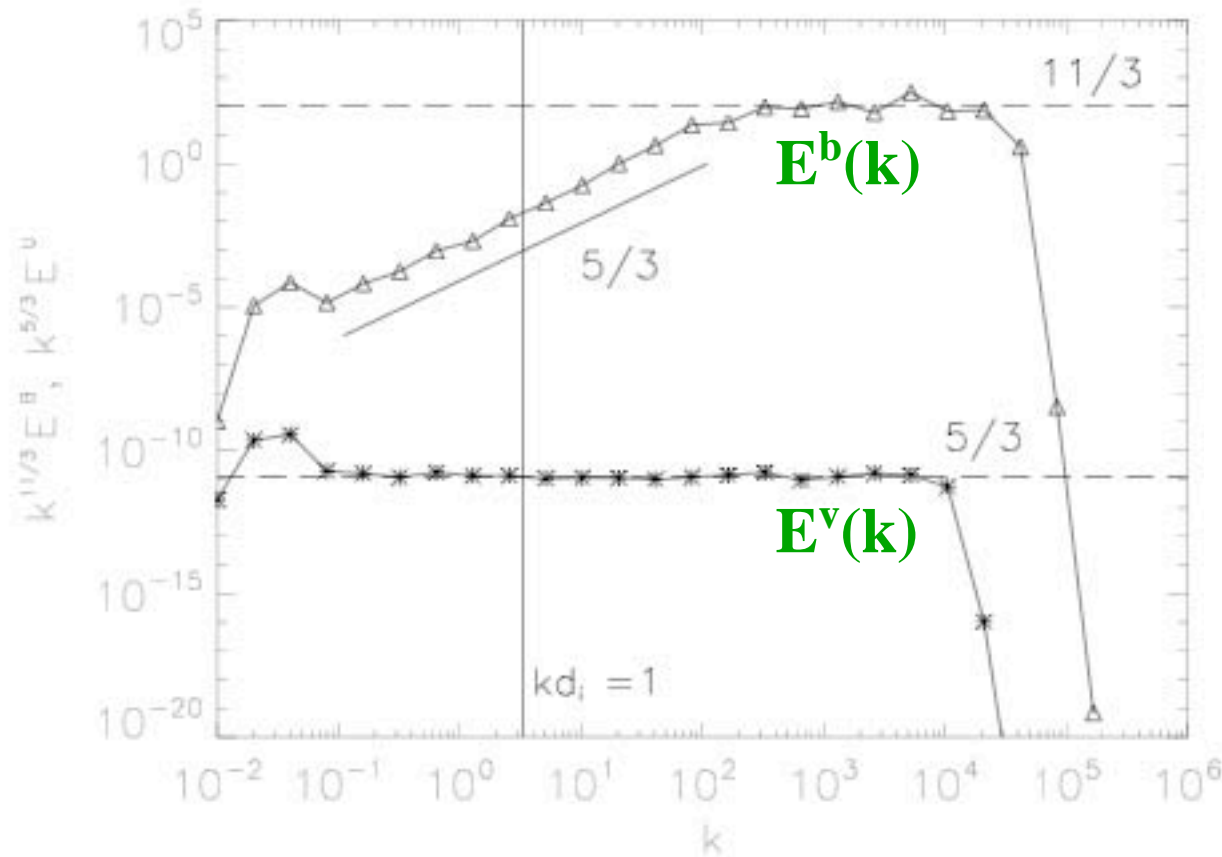
# Turbulence (forte) en MHD Hall

[Galtier & Buchlin, *Astrophys. J.* **656**, 2007]

Etude numérique à l'aide d'un modèle « **3D** » de **cascade turbulente** :

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_n}{\partial t} + \nu_2 k_n^4 V_n = & \\ ik_n \left[ (V_{n+1} V_{n+2} - B_{n+1} B_{n+2}) - \frac{1}{4} (V_{n-1} V_{n+1} - B_{n-1} B_{n+1}) - \frac{1}{8} (V_{n-2} V_{n-1} - B_{n-2} B_{n-1}) \right]^* & \\ \frac{\partial B_n}{\partial t} + \eta_2 k_n^4 B_n = & \\ \frac{ik_n}{6} [(V_{n+1} B_{n+2} - B_{n+1} V_{n+2}) + (V_{n-1} B_{n+1} - B_{n-1} V_{n+1}) + (V_{n-2} B_{n-1} - B_{n-2} V_{n-1})]^* & \\ + (-1)^n id_i k_n^2 \left[ B_{n+1} B_{n+2} - \frac{1}{4} B_{n-1} B_{n+1} - \frac{1}{8} B_{n-2} B_{n-1} \right]^* , & \end{aligned}$$

# Turbulence (forte) en MHD Hall



**Raidissement  
non trivial**

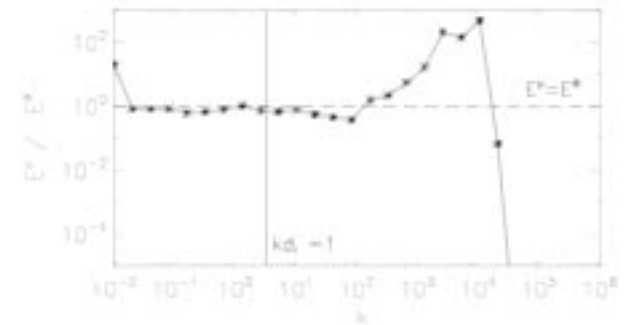


Fig. 2.— Compensated magnetic (triangles) and kinetic (stars; for clarity, they are shifted to lower values) energy spectra in Hall-MHD. The vertical solid lines indicate the critical value  $k d_i = 1$ .

# Turbulence (forte) en MHD Hall

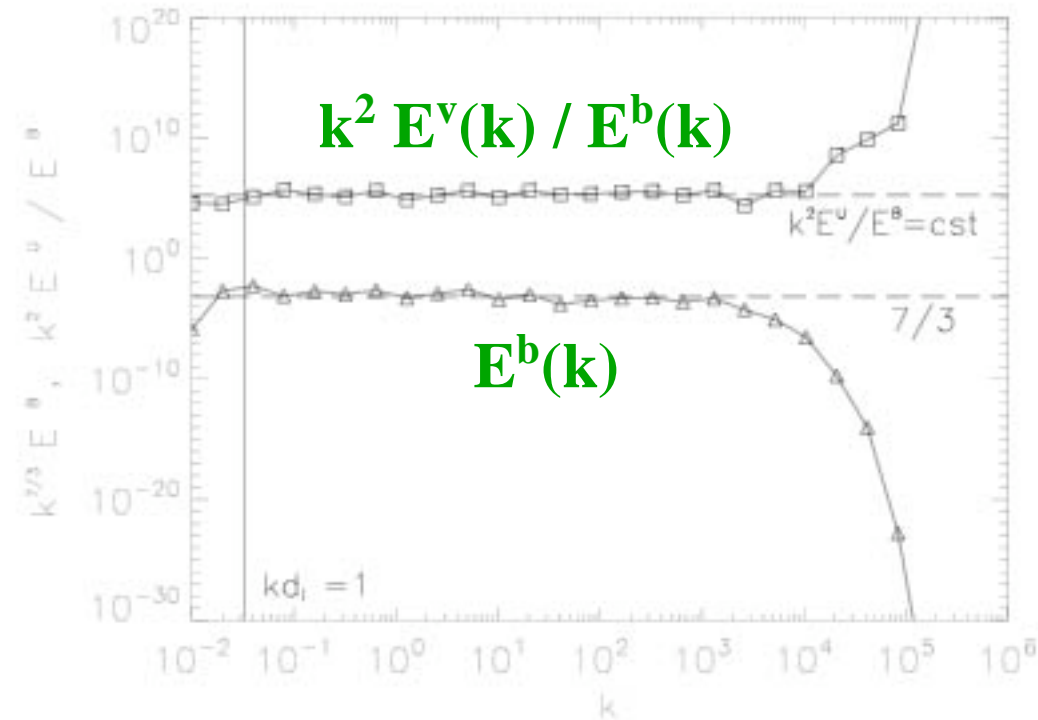
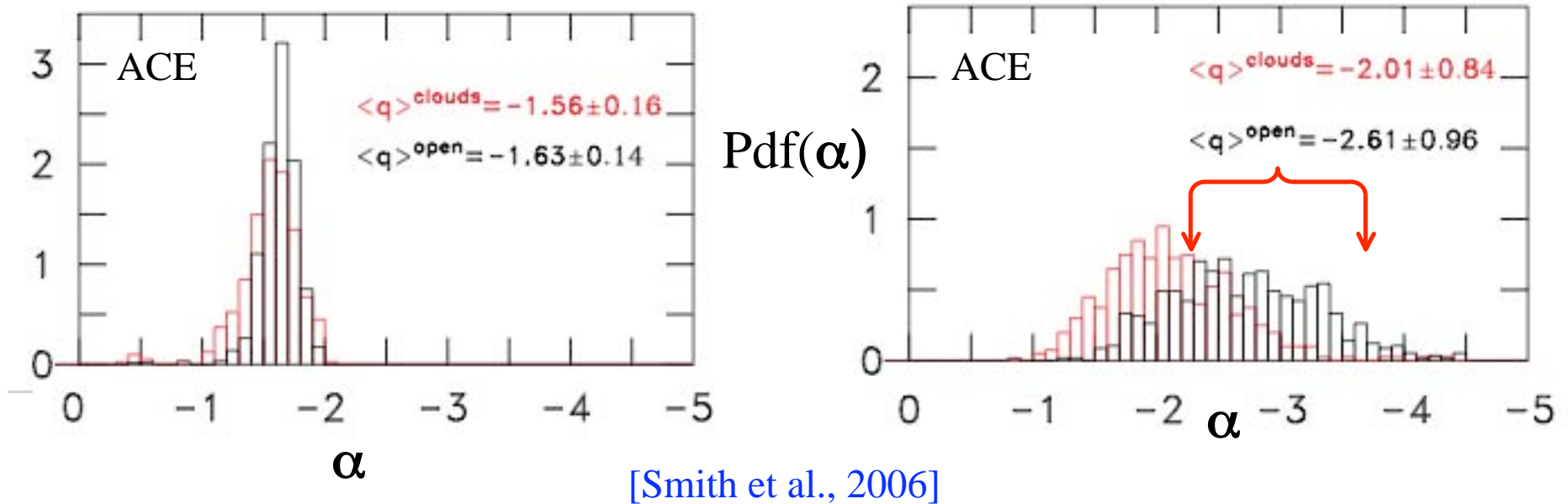


Fig. 4.— Magnetic energy spectrum (triangles) and compensated spectral ratio (squares; for clarity, they are shifted to higher values) for  $d_i = 30$ .



# Spectre des fluctuations magnétiques

## Dernières observations



- Turbulence MHD Hall :  $E^b(k) \sim k^{-\alpha}$ , où  $\alpha = 7/3 \rightarrow 11/3$   
→ Peut dépendre de l'efficacité de **l'absorption cyclotron**

# Conclusions

- Présence de **deux** zones inertielles dans le vent solaire
- La turbulence **MHD Hall** est un modèle pertinent
  - Turbulence d'ondes/forte mènent à un raidissement
- Rôle d'un flux **asymétrique**, hypothèse de Taylor...?
- Données actuelles **ne sont pas** suffisantes (  $f \rightarrow$  vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  )
  - Cruciale pour de nombreux problèmes en astrophysique